Analysis of informational shock and conditional heteroscedasticity in cash flows

CHIKHI, Mohamed

University of Ouargla

April 2011

Analyse du choc informationnel et de l'hétéroscédasticité conditionnelle dans les flux de trésorerie

Mohamed CHIKHI[1]

Résumé

Cet article analyse le comportement cyclique des flux de trésorerie et notamment ses propriétés statistiques à travers une classe de modèles ARMA avec erreur GARCH, notée ARIMA-GARCH ; cette classe inclut une tendance stochastique, la dépendance à court terme ainsi que le terme d'erreur hétéroscédastique à mémoire courte. Nous étudions les flux hebdomadaires de trésorerie de 2006 à 2008. Les résultats prédictifs montrent que les chocs informationnels ont des conséquences transitoires sur la volatilité et que le modèle ARIMA-GARCH montre une supériorité évidente sur le modèle de marche aléatoire. Une des conclusions est que l'hypothèse de prévisibilité est acceptée pour la série des flux de trésorerie étudiée sur une période toute historique.

Mots-clé

Modèles ARMA, modèles GARCH, flux de trésorerie, chocs informationnels, marche aléatoire.

ملخص :

يهدف هذا المقال إلى تحليل السلوك الدوري لتدفقات الخزينة وخاصة خصائصه الإحصائية عبر نموذج **ARMA** مع خطأ **GARCH** الذي يتضمن اتجاها عشوائيا، الارتباط قصير المدى و حد الخطأ ذا التباين الشرطي غير المتجانس قصير الذاكرة. ندرس إذن التدفقات الشهرية للخزينة في الفترة الممتدة بين 2006 و 2008. تبين النتائج أن للصدمات نتائج عابرة على التقلبات و نموذج **ARIMA-GARCH** يتفوق بوضوح على سيرورة السير العشوائي. من بين النتائج المتحصل عليها قبول فرضية قابلية السلسلة للتنبؤ على فترة تاريخية.

الكلمات المفتاح **:** نماذج **ARMA**، نماذج **GARCH**، تدفقات الخزينة، الصدمات المعلوماتية، السير العشوائي.

[1]Université de Ouargla & LAMETA/CNRS, Faculté des Sciences Economiques, Route de Ghardaïa, B.P. 511, 30000 Ouargla. Tél. : +213 (0)6.62.22.12.80. E-mail: chikhi@lameta.univ-montp1.fr

1. Introduction

La présence de l'hétéroscédasticité en finance a d'importantes implications sur la théorie financière moderne. L'existence d'un phénomène hétéroscédastique dans la série permet d'expliquer la possibilité d'une relation entre les variables financières et la volatilité et de rendre compte de délais d'ajustement des prix à l'information. Le flux de trésorerie présente des propriétés statistiques particulières, que l'on ne retrouve pas sur les autres marchés financiers. La prise en compte de ces propriétés est fondamentale pour aborder le problème de la modélisation. La modélisation des persistances dans les séries temporelles a constitué une grande priorité dans le domaine de la recherche économique. Les séries temporelles dans un grand nombre d'applications statistiques exhibent une tendance déterministe ou stochastique. Une tendance déterministe est décrite par une fonction déterministe, alors que la tendance stochastique est générée par un processus non stationnaire purement stochastique[2]. Box et Jenkins (1976) ont proposé un modèle ARMA qui présente l'intérêt de tenir compte du comportement de court terme de la série au travers des paramètres autorégressifs moyenne mobile. Cependant, l'hypothèse de bruit blanc sur les résidus du modèle ignore la présence de l'hétéroscédasticité conditionnelle puisque les séries financières sont en général caractérisées par une volatilité variable et par des non linéarités de type chaotique. La variance conditionnelle, qui est une mesure de risque, peut donc être modélisée par des modèles de type ARCH (Engle, 1982) ou GARCH (Bollerslev, 1986). La modélisation ARMA-GARCH proposé par Weiss (1986) correspond à une représentation spécifique de la non linéarité qui permet une modélisation simple de l'incertitude. La mesure de la persistance des chocs de volatilité est immédiate. Ces modèles traditionnels GARCH et IGARCH, communément utilisés dans la modélisation des séries financières à haute fréquence, impliquent une persistance des chocs de volatilité respectivement faible et infinie.

Notre article qui s'insère dans la lignée de ces travaux s'intéresse plus particulièrement à l'analyse du comportement cyclique du choc informationnel et à la recherche d'une éventuelle hétéroscédasticité conditionnelle dans les flux de trésorerie à travers un modèle ARIMA avec erreur GARCH.

Dans cette optique, la section 2 de cet article est consacrée à la présentation du modèle ARIMA-GARCH et nous donnons une procédure d'estimation par la méthode du maximum de vraissemblance. La section 3 est consacrée à une application empirique sur la série hebdomadaire des flux de trésorerie qui couvre la période du mois de janvier 2006 au mois d'avril 2008 (112 observations), nous allons comparer la qualité prévisionnelle des modèles ARMA-GARCH avec celle d'une marche aléatoire.

2. Présentation du modèle ARIMA avec erreur GARCH

[2] Comme par exemple le processus de marche aléatoire, mouvement brownien fractionnaire ou les processus ARIMA.

On dit que $\{Y_t\}$ est un processus Autorégressif Moyenne mobile intégré avec erreur GARCH, noté *ARIMA-GARCH* s'il vérifie l'équation suivante :

$$\phi(B)(1-B)^d Y_t = \theta(B)\varepsilon_t \tag{1}$$

avec :

$$\varepsilon_t = \eta_t \times h_t\,,\ \eta_t \sim N(0,1) \tag{2}$$

et $$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j}^2\,,\ \alpha_0 > 0\,,\ \alpha_i \geq 0,\ i = 1,....,p,\ \beta_j \geq 0,\ j = 1,....,q$$

Si $q = 0$ on a un $GARCH(p,q) = GARCH(p,0) = ARCH(p)$ et si $p = q = 0$ alors l'erreur ε_t est un *i.i.d* « indépendamment et identiquement distribuée ».

Le processus $GARCH(p,q)$ est un processus *ARCH* d'ordre infini, dont les paramètres décroisent de façon géométrique. Ce processus est une solution alternative qui a l'avantage de retenir une structure de retard plus simple. Il représente de manière parcimonieuse un ordre élevé pour un *ARCH* et donne une mémoire plus longue.

Ce processus peut être formulé en terme de processus *ARMA* usuel, écriture très pratique pour traiter du problème de la stationnarité. Soit : $\nu_t = \varepsilon_t^2 - h_t^2$. L'équation :

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)h_t^2 \tag{3}$$

devient :

$$[1-\alpha(L)-\beta(L)]\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + [1-\beta(L)]\nu_t \tag{4}$$

Par conséquent, ce modèle *GARCH* peut effectivement s'écrire sous la forme d'un $ARMA(\max(p,q),q)$ sur le carré du processus d'innovations ε_t. Le processus $GARCH(p,q)$ est stationnaire au sens faible si

$$\alpha(1) + \beta(1) = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i + \sum_{j=1}^{q} \beta_j < 1 \tag{5}$$

Où : $$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - ... - \phi_p B^{p'}\,, \theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + ... + \theta_q B^{q'}\,,$$

$\beta(B) = 1 - \beta_1 B - ... - \beta_r B^q$ et $\alpha(B) = 1 - \alpha_1 B - ... - \alpha_p B^p$ sont des polynômes retard de degrés *p*, *q*, p' et q' respectivement et toutes ses racines sont en dehors du cercle unité., *B* est l'opérateur de retard, $d \in \{0,1\}$ et u_t est un processus *iid* suit une loi normale.

Si on recourt à l'hypothèse d'une hétéroscédasticité conditionnelle, on testera donc une spécification de type *ARCH* contre une spécification de type *GARCH*. Nous testons en fait l'hypothèse nulle $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_q = 0$ contre l'hypothèse alternative $H_1 : \exists \beta_j \neq 0$. Pour ce faire, on calcule le coefficient de détermination R^2 associé à l'équation $\hat{h}_t^2 = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^{p} \hat{\alpha}_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \hat{\beta}_j h_{t-j}^2$ et on compare la statistique $T \times R^2$ à la valeur de $\chi^2(q)$. Si elle est supérieure à la valeur critique, les erreurs obéissent à un processus de type $GARCH(p,q)$.

Il existe plusieurs méthodes pour estimer conjointement l'espérance et la variance conditionnelles : la méthode du pseudo-maximum de vraissemblance (PMV) (on écrit la vraissemblance comme si les résidus étaient normaux sans faire l'hypothèse de normalité) et celle de vraissemblance exacte (MV). Nous avons :

$$E(Y_t \mid Y_{t-1}, Y_{t-2}, ...) = m_t(\theta)$$
$$\text{var}(Y_t \mid Y_{t-1}, Y_{t-2}, ...) = h_t^2(\theta)$$

où $\theta' = (\phi_0, \phi_1, ..., \phi_{p'}, \theta_1, ..., \theta_{q'}, \alpha_1, ..., \alpha_p, \beta_1 ..., \beta_q)'$ le vecteur des paramètres de l'espérance et de la variance conditionnelles. Le logarithme de la fonction du maximum de vraissemblance est donné par :

$$\log L(\theta) = -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\log h_t(\theta) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{[Y_t - m_t(\theta)]^2}{h_t(\theta)} \tag{6}$$

Les estimateurs du MV et PMV, sous l'hypothèse de normalité, notés $\hat{\theta}$ vérifient un système non linéaire comportant $(p' + q' + p + q + 1)$ équations :

$$\left.\frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta}\right|_{\theta=\hat{\theta}} = 0$$

avec :

$$\left.\frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta}\right|_{\theta=\hat{\theta}} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{h_t(\hat{\theta})}\left.\frac{\partial h_t(\theta)}{\partial \theta}\right|_{\theta=\hat{\theta}} + \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{\left[Y_t - m_t(\hat{\theta})\right]^2}{h_t^2(\hat{\theta})}\left.\frac{\partial h_t(\theta)}{\partial \theta}\right|_{\theta=\hat{\theta}}$$
$$+ \sum_{t=1}^{T}\frac{\left[Y_t - m_t(\hat{\theta})\right]}{h_t(\hat{\theta})}\left.\frac{\partial h_t(\theta)}{\partial \theta}\right|_{\theta=\hat{\theta}}$$

Sous des conditions de régularité, l'estimateur du PMV est asymptotique, distribué selon la loi normale :

$$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta) \xrightarrow[T \to \infty]{} N(0, J^{-1} I J^{-1})$$

La matrice des variances –covariances asymptotique du PMV s'écrit :

$$J = E_0\left[-\frac{\partial^2 \log L(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'}\right]$$
$$I = E_0\left[\frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta}\frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta'}\right]$$

où E_0 représente la moyenne selon la loi. Dans la pratique, les deux matrices I et J sont estimées directement en remplaçant E_0 par la moyenne empirique et le paramètre inconnu θ par son estimateur asymptotique $\hat{\theta}$. Nous avons :

$$\hat{J} = -\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left.\frac{\partial^2 \log L(\theta)}{\partial\theta\partial\theta'}\right|_{\theta=\hat{\theta}}$$

$$\hat{I} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left.\frac{\partial \log L(\theta)}{\partial\theta}\right|_{\theta=\hat{\theta}}\left.\frac{\partial \log L(\theta)}{\partial\theta'}\right|_{\theta=\hat{\theta}}$$

et la variance estimée de $\hat{\theta}$ vérifie :

$$\operatorname{var}\left[\sqrt{T}\left(\hat{\theta}-\theta\right)\right] = \hat{J}^{-1}\hat{I}\hat{J}^{-1}$$

Dans le cas où $J = I$ (MV), la matrices de variances-covariances asymptotique est donnée par :

$$\operatorname{var}\left[\sqrt{T}\left(\hat{\theta}-\theta\right)\right] = J^{-1}$$

3. Analyse Empirique

Nous analysons le comportement cyclique de la série hebdomadaire des flux de trésorerie à la poste de Ouargla (*FT*) qui couvre une période historique toute récente du mois de janvier 2006 au mois d'avril 2008 (112 observations). La mise en œuvre des divers tests nécessite que la série analysée soit stationnaire. Les résultats des tests de Philips-Perron et de KPSS reportés dans le tableau 1 montrent que cette série en logarithme (*LFT*) est caractérisée par la présence d'une racine unitaire. La série est finalement log-différenciée pour obtenir une série stationnaire (*DLFT*) (voir figure 1).

L'hypothèse de normalité de la série (*DLFT*) est clairement rejetée (cf. tableau 2 et Figure 2). L'asymétrie constatée peut être le signe de la présence de non linéarités dans le processus. Le diagramme de dispersion de la série (figure 3) ne se présente pas sous la forme d'un ellipsoïde régulier et confirme la non linéarité de la série. De plus, notre série est conditionnellement hétéroscédastique d'après le résultat du test ARCH-LM reportés dans le tableau 2, puisque l'hypothèse nulle d'homoscédasticité est rejetée au seuil de 5%. Il est probable que le rejet de l'hypothèse nulle provienne de la présence d'un effet hétéroscédastiqsue, très fréquemment rencontré dans les séries financières.

Au regard du tableau 3, l'hypothèse de marche aléatoire est clairement rejetée. Les statistiques de *BDS*, qui teste la présence des dépendances de type linéaires ou non linéaires, sont strictement supérieures à la valeur critique au seuil de 5%.

Ces premiers tests font généralement ressortir la présence d'autocorrélations significatives différentes de zéro à court terme, Elles nous conduisent à rejeter l'hypothèse nulle, mais ne permettent nullement de déceler la présence d'une structure de dépendance à long terme. Devant cet état de fait, nous analysons le comportement cyclique de cette série stationnaire en travaillant sur des horizons plus longs. En traçant le périodogramme de cette série (voir figure 4) (avec les fenêtres de Tuckey), nous notons que la densité spectrale n'est pas concentrée autour des faibles fréquences, elle ne tend pas vers l'infini lorsque la fréquence tend vers zéro. Il n y' a pas donc un signe de mémoire longue persistante qui reste à confirmer avec les tests relatifs.

Pour cette raison, nous avons estimé le coefficient d'intégration fractionnaire par des méthodes semi-paramétriques basées sur les fenêtres spectrales. D'après le tableau 4, il est évident que la série stationnaire des flux de trésorerie n'est générée que par un processus de mémoire courte. Quelques valeurs de la statistique de Student (avec une puissance de 0.8) sont strictement inférieures à la valeur critique au seuil de 5%. De plus, Les paramètres estimés sont supérieures à 0.5 en valeur absolue Les flux de trésorerie sont donc prévisibles à court terme. En effet, les mouvements observés apparaissent comme le résultat de chocs exogènes transitoires c'est-à-dire que les flux de trésorerie reviendront vers leurs valeurs fondamentales.

Les résultats de l'estimation du modèle ARIMA par la méthode de Gauss-Newton sont reportés dans le tableau 5. Après avoir sélectionné le modèle optimal en minimisant les critères AIC et Schwarz, les résultats indiquent que la constante et le coefficient de MA(1) sont significativement différents de zéro et le modèle a un pouvoir explicatif. Par contre, nous remarquons que les résidus (figure 5) ne sont pas caractérisés par une distribution gaussienne (tableau 6), nous notons aussi le caractère leptokurtique des résidus (figure 6). Cette asymétrie peut être le signe de la présence des non linéarités dans les résidus. Cependant, ces résidus peuvent être modélisés par les modèles *GARCH* car la présence d'un effet *ARCH* est confirmée par le résultat du test *ARCH LM* sur les résidus ($T \times R^2 = 10.246 > \chi^2_{0.05}(1)$). C'est pour cette raison qu'on va examiner la variance conditionnelle de la série afin d'étudier la possibilité de conséquences transitoire des chocs sur la volatilité.

La détermination du processus ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1) suivi par notre série sera mise en œuvre par une maximisation en déterminant simultanément les processus suivis par l'équation de la moyenne et l'équation de la variance avec l'algorithme BHHH. Les tests mis en place, par la suite, vont nous permettre de juger de la solidité du modèle, d'une part, au niveau de l'absence de l'autocorrélation et de l'hétéroscédasticité, et d'autre part, de la bonne modélisation de l'effet ARCH.

Au regard du tableau 7, nous constatons que les coefficients de ce modèle sont hautement significatifs et la somme des coefficients du modèle GARCH sont strictement inférieurs à 1 (la stationnarité du modèle GARCH(1,1) est vérifiée). Il est à noter que d'après figure 7, la série estimée converge vers la série actuelle. En outre, la série des résidus standardisés du modèle ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1) (cf. figure 8) est stationnaire puisque d'après (figure 9), toutes les autocorrélations simples ne sont pas significativement différentes de zéro au seuil de 5%. Les statistiques du test de *BDS* confirment ces résultats (cf. tableau 8), les résidus du modèle ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1) sont caractérisés l'absence de corrélation sérielle, c'est-à-dire qu'ils ne présentent aucune dépendance, les statistiques sont strictement inférieures à la valeur critique 1.96 pour tous les dimensions de plongement *m*. Enfin, l'absence d'hétéroscédasticité conditionnelle est confirmée par le test ARCH-LM sur les résidus standardisés ($T \times R^2 = 0.00017 < \chi^2_{0.05}(1)$).

Afin de comparer les performances prévisionnelles du modèle proposé et celui de marche aléatoire, deux critères sont utilisés, l'erreur moyenne quadratique (*EMQ*) et l'erreur absolue moyenne (*EAM*:):

$$EMQ = H^{-1}\sum_{h=1}^{H}(\hat{Y}_{n-H+h} - Y_{n-H+h})^2$$

$$EAM = H^{-1}\sum_{h=1}^{H}\left|\hat{Y}_{n-H+h} - Y_{n-H+h}\right|$$

où h est l'horizon de prévision, H est le nombre total de prévision correspondant à l'horizon h sur la période prévisionnelle,

Le tableau 9 comporte les résultats de prévisions fournies par les deux modèles. L'écart entre les critères *EMQ* et *EAM* n'apparaît pas très important. Nous remarquons que, quel que soit l'horizon de prévision, la modélisation avec la marche aléatoire est battue par le modèle ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1) testé. Nous constatons en général de bonnes capacités prévisionnelles du modèle à un horizon d'une, deux, trois, quatre, cinq et six semaines. En effet, la marche aléatoire ne prend en compte que la mémoire de court terme de la série et néglige en conséquence totalement la mémoire de long terme.

Étant donné que la série des flux de trésorerie se caractérise par une présence des dynamiques de court terme dans les équations de la moyenne et de la variance conditionnelles, et par un phénomène d'hétéroscédasticité, cette modélisation permet le calcul des meilleures prévisions à court terme que le modèle de marche aléatoire. Bien que l'écart entre les critères *EMQ* et *EAM* n'apparaisse pas très important, ce qui compte dans cette étude est le caractère systématique du modèle. En effet, les mouvements des flux de trésorerie apparaissent comme le résultat de chocs exogènes transitoires c'est-à-dire que les conséquences d'un choc seront transitoires, les flux de trésorerie reviendront vers leurs valeurs fondamentales pré-choc et le choc est anti-persistant à long terme.

4. Conclusion

Dans cet article, nous avons recherché la présence d'un choc exogène dans la série des flux de trésorerie à la poste de Ouargla. Dans cette étude, nous avons proposé un modèle à mémoire courte conditionnellement hétéroscédastique. Nous avons mis en œuvre la méthode du maximum de vraissemblance exact pour estimer cette classe de modèles en prenant en considération le phénomène d'anti-persistance de long terme au niveau de la variance conditionnelle. D'après les résultats, les chocs informationnels ont des conséquences transitoires sur la volatilité et le modèle ARIMA-GARCH a une supériorité évidente sur le modèle de marche aléatoire pour tous les horizons c'est-à-dire les flux de trésorerie et leur volatilité ne sont prévisible qu'à court terme. De plus la chronique est caractérisée par la présence d'une hétéroscédasticité conditionnelle à mémoire courte.

Références

[1] Akaike, H. (1970), Statistical Predictor Identification, Annals of Institute of Statistical Mathematics, 22, 203 217.

[2] Andersen, T. G., T. Bollerslev, P. F. Christo®ersen, and F. X. Diebold. (2006), Volatility and correlation forecasting. In G. Elliott, C. W. J. Granger, and A. Timmermann (eds.), Handbook of Economic Forecasting, Amsterdam: North-Holland, 778{878).

[3] Beran, J. (1994). Statistics for long-memory processes. Chapman & Hall, New York.

[4] Beran, J., Bhansali, R.J., Ocker, D. (1998). On unified model selection for stationary and nonstationary short-and long-memory autoregressive processes. Biometrika, 85, 921–934.

[5] Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Hetreoskedasticity. J. Econometrics, 31, 307-327.

[6] Brock, W. A., Dechert, W. D., and Scheinkman, J. (1987). "A test for independence based on the correlation dimension." Discussion Paper 8702, University of Wisconsin-Madison.

[7] Chen, M. and An, H.Z. (1998). A note on the stationarity and the existence of moments of the GARCH model. Statistica Sinica, 8, 505–510.

[8] Davidson, J., Terasvirta, T.T. (Eds.), (2002), Long Memory and Nonlinear Time Series, Journal of Econometrics, 110 (2) 105–437.

[9] Engle, R.F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimation of U.K. inflation. Econometrica, 50 987–1008.

[10] Feng, Y. (2004). Non- and Semiparametric Regression with Fractional Time Series Errors – 22 Theory and Applications to Financial Data. Habilitation Monograph, University of Konstanz.

[11] Geweke, J., Porter-Hudak,S., (1983), The estimation and application of long-memory time series models, Journal of Time Series Analysis, 4, 221-238.

[12] Granger, C. W. J. and Joyeux, R. (1980). An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. J. Time Ser. Anal, 1, 15-30.

[13] Guy, M. (1990), Méthodes de prévision à court terme, Bruxelles : Edition Ellipses

[14] Kwiatkowski, D.; Phillips, P.; Schmidt, P.; Shin, Y.: "Testing the Null Hypothesis of Stationary Against the Alternative of a Unit Root: How Sure are we that Economic Time Series have a Unit Root?", *Journal of Econometrics*, 54, 1992, pp. 159-178.

[15] Lavoyer, J.C et Ternisien, M. (1989), Le tableau des flux de trésorerie. La ville EGUERIN Editions, Paris.

[16] Nelson, D.B. (1991), Conditional herteroskedasticity in Asset Returns: A new Approach. Econometrica, 59, 347–370.

[17] Phillips, P.C.B. and P. Perron (1988). "Testing for Unit Roots in Time Series Regression," Biometrika, 75, 335-346.

[18] Robinson, P.M. (1991). Testing for strong serial correlation and dynamic conditional heteroskedasticity in multiple regression. J. Econometr., 47, 6784.

[19] Schwarz, G. (1978), Estimating the dimension of a Model. Annals of Statistics, 6,461-464.

Annexe

Type de modèle	Test de Philips-Perron	Test de KPSS	
	Stat.de Philps-Perron	Stat. de LM	Valeur critiques de Kwiatkowski et al
Modèle (1)	-25.78562 (-2.8877)	-	-
Modèle (2)	-25.92932 (-1.9429(	0.0232	0.463
Modèle (3)	-25.61164)-3.4508(	0.0194	0.146

Tableau 1 – Résultats des tests de racine unitaires

Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis	JB	ARCH(2)
0.0016	0.655	0.667	7.936	120.966	20.16

Tableau 2 – Statistiques descriptives de la série log-différenciée (*DLFT*)

m	Fraction of pairs	Standard Deviation
2	4.995321	3.981657
3	5.298525	5.597770
4	4.746741	5.805595
5	4.555411	6.455642
6	4.536936	8.160954
7	4.522399	10.38050
8	4.781832	13.20137
9	5.036983	16.69933
10	5.400771	21.80181

Tableau 3 – Résultats du test de BDS sur la série log-différenciée (*DLFT*)

Ordonnées	Les fenêtres						
	GPH	Rectangular	Bartlett	Daniell	Tukey	Parzen	B-priest
$T^{0.8}$	-0.654 (-1.021)	-0.646 (-1.007)	-0.650 (-0.874)	-0.351 (-0.854)	-0.749 (-0.321)	-0.649 (-0.947)	-0.548 (-0.254)

(.) : Les ratios de Student

Tableau 4 – Résultats d'estimation semi-paramétrique du coefficient de mémoire longue

Les paramètres	ARIMA
$\hat{\theta}_1$	-0.988

	(-61.441)
$\hat{\theta}_0$	0.0053
	(3.46)
Akaike	1.286
Schwarz	1.335
R^2	0.520
DW	2.108

Tableau 5 – Estimation du modèle sélectionné par la méthode de Gauss-Newton

Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis	JB	ARCH(2)
-0.027	0.453	1.161	10.604	292.401	10.246

Tableau 6 – Statistiques descriptives des résidus du modèle ARIMA(0,1,1)

Les paramètres	ARIMA-GARCH
$\hat{\theta}_1$	-0.977181
	(-109.6077)
$\hat{\alpha}_0$	0.114133
	(2.429454)
$\hat{\alpha}_1$	0.0053
	(3.46)
$\hat{\beta}_1$	0.457167
	(3.011031)
Akaike	1.404227
Schwarz	1.501867
R^2	0.479734
DW	1.966124
$ARCH\text{-}LM$	0.00017

Tableau 7 – Estimation du modèle ARIMA-GARCH par la méthode de vraissemblance exact – Algorithme de BHHH -

m	Fraction of range	Probabilité
2	-0.200512	0.8411
3	-0.796597	0.4257
4	0.001838	0.9985
5	-0.358225	0.7202
6	0.101059	0.9195
7	0.483494	0.6287
8	0.072456	0.9422
9	0.499553	0.6174
10	0.792568	0.4280

Tableau 8 – Résultats du test BDS sur les résidus standardisés

Horizon	Critère	Marche Aléatoire	ARIMA-GARCH
1 semaine	EMQ	9.0428	8.0644
	EAM	4.2844	3.1432
2 semaines	EMQ	9.2214	8.0648
	EAM	4.3628	3.1763
3 semaines	EMQ	9.3488	8.6231
	EAM	4.5611	3.2302
4 semaines	EMQ	9.5201	8.7003
	EAM	4.6027	3.4804
5 semaines	EMQ	9.6796	8.7201
	EAM	4.7726	3.6327
6 semaines	EMQ	9.8151	8.7803
	EAM	4.8814	3.7411

Tableau 9 – Comparaison des qualités prédictives

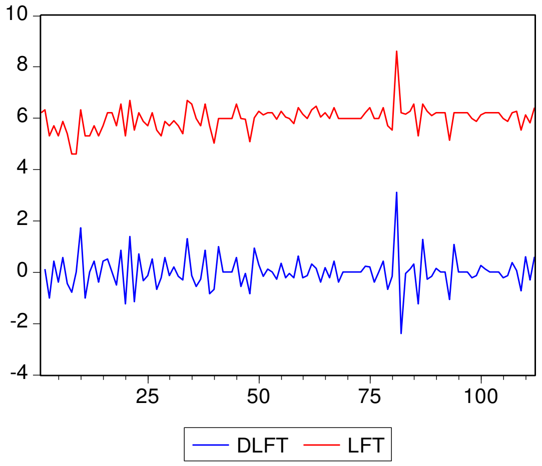

Figure 1 – La série en logarithme (LFT) et celle log-différenciée (DLFT)

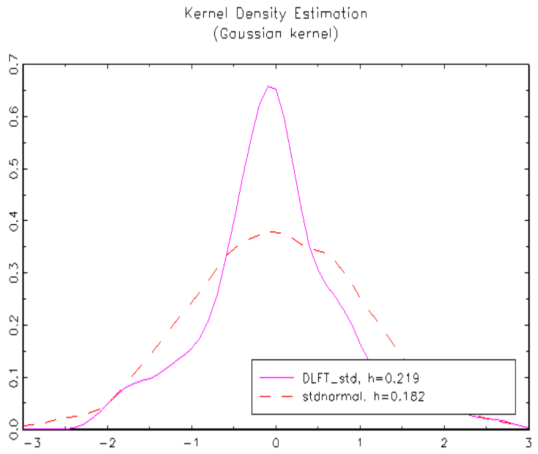

Figure 2 – Estimateur à noyau de la densité de probabilité de la série (*DLFT*)

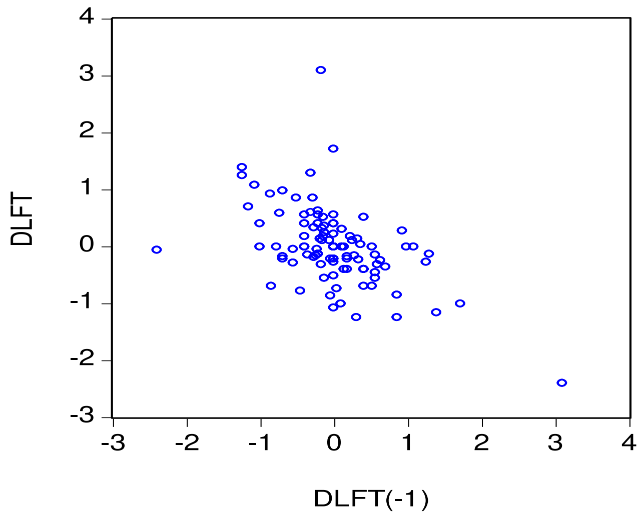

Figure 3 – diagramme de dispersion de la série (*DLFT*)

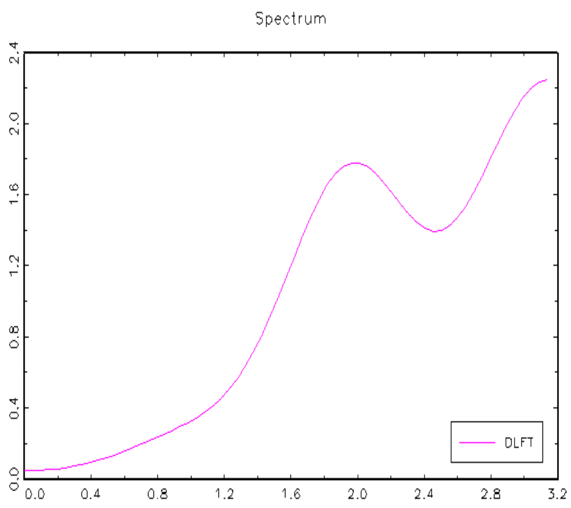

Figure 4 – Le spectre de la série (*DLFT*)

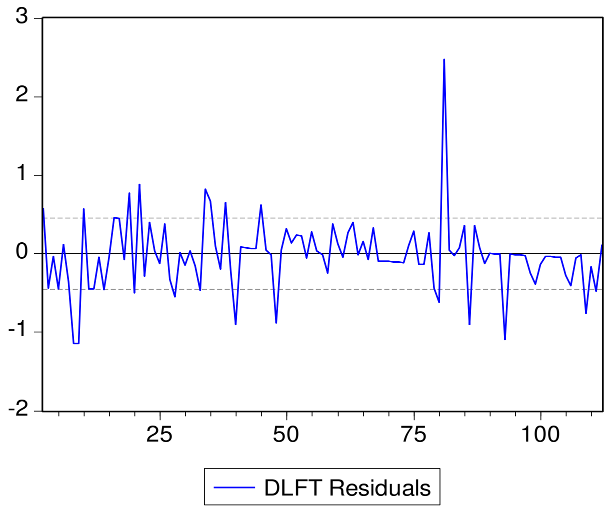

Figure 5 – Résidus du modèle ARIMA(0,1,1)

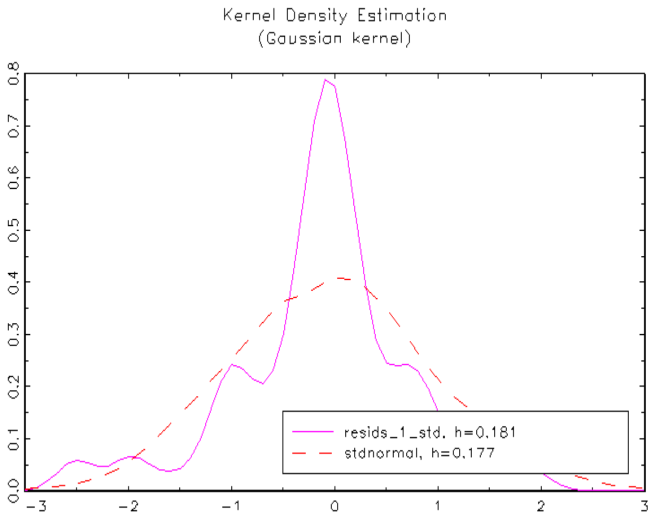

Figure 6 – Estimateur à noyau de la densité de probabilité des résidus du modèle ARIMA

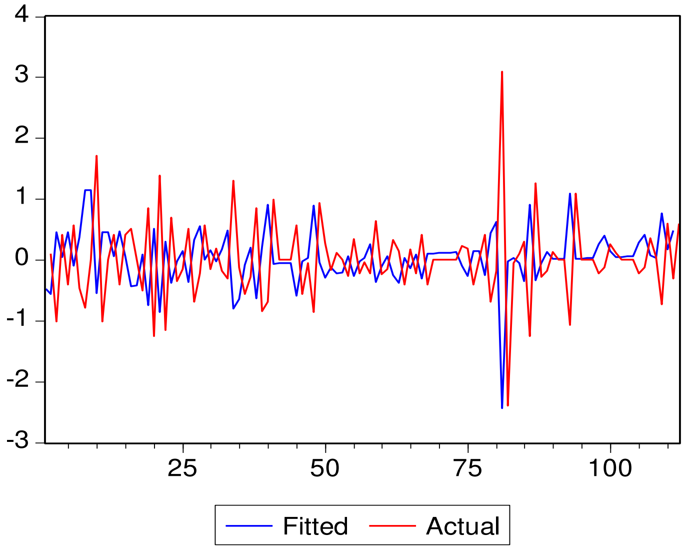

Figure 7 – Estimation de la série DLFT

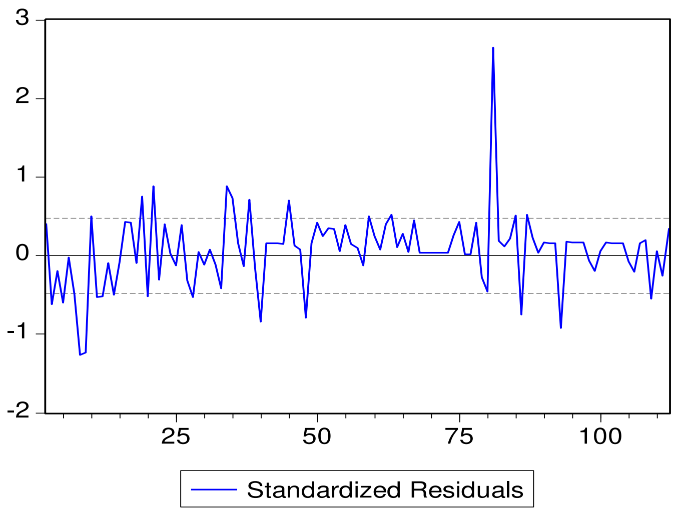

Figure 8 – Résidus du modèle ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1)

Sample: 1 112
Included observations: 111

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.003	-0.003	0.0010	0.974
		2	0.037	0.037	0.1577	0.924
		3	0.152	0.153	2.8567	0.414
		4	0.160	0.164	5.8514	0.211
		5	-0.089	-0.099	6.7890	0.237
		6	0.114	0.080	8.3424	0.214
		7	0.083	0.047	9.1698	0.241
		8	0.008	0.006	9.1783	0.327
		9	0.021	0.019	9.2340	0.416
		10	-0.025	-0.088	9.3115	0.503
		11	0.019	0.013	9.3547	0.589
		12	-0.152	-0.165	12.291	0.423
		13	0.041	0.039	12.503	0.487
		14	-0.017	0.005	12.538	0.563
		15	0.043	0.070	12.777	0.620
		16	0.061	0.125	13.266	0.653
		17	0.031	-0.008	13.396	0.709
		18	0.029	0.061	13.511	0.760
		19	0.090	0.065	14.606	0.747
		20	0.068	0.054	15.243	0.762
		21	0.049	0.051	15.575	0.793
		22	0.072	-0.011	16.315	0.800
		23	-0.064	-0.120	16.896	0.814
		24	0.021	-0.059	16.962	0.850
		25	0.029	0.004	17.086	0.879
		26	-0.014	-0.016	17.116	0.906
		27	-0.112	-0.096	18.985	0.871
		28	0.048	0.041	19.330	0.888

Figure 9 – Corrélogramme des résidus standardisés