



Munich Personal RePEc Archive

A nonparametric prediction test of the France Telecom stock price

Chikhi, Mohamed and Terraza, Michel

University of Ouargla, University of Montpellier I

2002

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/77301/>
MPRA Paper No. 77301, posted 05 Mar 2017 23:44 UTC

UN ESSAI DE PREVISION NON-PARAMETRIQUE DE L'ACTION FRANCE TELECOM

Mohamed CHIKHI¹

Michel TERRAZA²

Décembre, 2003

Résumé

Nous étudions la puissance en terme de prévision des processus basés sur la méthode du noyau en utilisant la version non paramétrique du critère « *Final Prediction error* » pour identifier un processus fonctionnel hétéroscédastique. Cette identification nécessite une sélection rigoureuse des coefficients de Markov et du choix de la fenêtre qui détermine le degré de lissage de l'estimateur. Cette approche est comparée avec les résultats de l'estimation de modèles intégrés fractionnaires.

Mots-clé : sélection des retards, erreur de prédiction finale, noyau, fenêtre, processus autorégressif fonctionnel, prévision.

Abstract

We study the forecast's power of the nonparametric processes based on the kernel method by using the nonparametric version of *Final Prediction error* criterion to identify a heteroscedastic functional process. This identification requires the selection of the Markov coefficients and the choice of bandwidth, which determines the degree of the estimator's smoothing. This approach is compared with the estimation results of the fractional integrated models.

Keywords: lag selection, final prediction error, kernel, bandwidth, functional autoregressive process, forecast.

¹ Docteur en Sciences Economiques, Université Montpellier I, Espace Richter, Avenue de la Mer, BP 9606, 34054 Montpellier cedex 1. e-mail : chikhi@lameta.univ-montp1.fr

² Professeur de Sciences Economiques LAMETA/CNRS, Faculté des Sciences Economiques, Espace Richter, Avenue de la Mer, BP 9606, 34054 Montpellier cedex 1. E-mail : mterraza@lameta.univ-montp1.fr

1 Introduction

Avec la reconnaissance de la complexité de la dynamique de nombreuses séries financières, il est apparu nécessaire de recourir à de nouvelles procédures économétriques pour modéliser les processus générateurs. Il en est ainsi de l'existence de phénomènes de non-linéarité mis en évidence dans diverses études récentes [voir par exemple Kyrtsov et Terraza (2000)]. Cependant, l'utilisation des méthodes paramétriques dans ces cas montre la faible puissance des tests qu'elles utilisent pour sélectionner les modèles.

Ces dernières années, le développement des méthodes de régression non paramétriques a donné une base théorique solide à l'analyse non linéaire des séries comme l'indique Robinson (1983) dans l'introduction de son ouvrage. Elles peuvent donc être considérées comme une alternative au problème de la prise en compte de la non-linéarité dans les séries temporelles.

Les méthodes non paramétriques ont connu un essor important depuis les travaux de Bosq (1979), Collomb (1980) et Robinson (1983). Leur efficacité pratique a été analysée par Bosq et Lecoutre (1992), Härdle (1990), Gannoun (1991), Rosa (1993) et Matzner-Lober (1997). En 1990, Auestad et Tjostheim les ont appliquées pour estimer la moyenne et la variance conditionnelles d'un processus autorégressif non linéaire. Ils choisissent les critères de la variance résiduelle et du *FPE* « *Final Prediction Error* » pour déterminer leurs coefficients de Markov. Cheng et Tong (1992) proposent un critère de validation croisée et Vieu (1995) celui de la validation croisée pénalisée. Cependant, ce n'est qu'en 1998 que Tschernig et Yang suggèrent d'utiliser le critère *FPE* non paramétrique corrigé en introduisant un nouveau terme dans le critère *FPE* retenu par Auestad et Tjostheim (1990).

Notre article s'insère dans la lignée de ces travaux et s'intéresse plus particulièrement aux comparaisons des performances prévisionnelles issues de modèles paramétriques et non paramétriques.

Nous présentons dans la section 2 l'estimateur non paramétrique de Nadaraya-Watson (1964) et l'estimateur linéaire local du processus autorégressif fonctionnel de Doukhan (1994). Nous proposons alors une procédure de sélection d'un modèle non paramétrique (section 3) et nous l'appliquons à l'action France Télécom pour comparer ses résultats en prévision avec ceux obtenus à partir de modèles paramétriques (section 4).

2 Estimateurs non paramétriques et la méthode du noyau

L'estimateur non paramétrique du processus autorégressif non linéaire $\{Y_t\}_{t \geq 0}$ avec erreur ARCH s'écrit sous la forme :

$$Y_t = f(X_t) + \sigma^{1/2}(X_t)\varepsilon_t \quad (1)$$

Où $X_t = (Y_{t-i_1}, \dots, Y_{t-i_k})^T$ est le vecteur de toutes les variables retardées, $i_1 < \dots < i_k$ et $\varepsilon_i \sim IID(0,1)$. Notons que la fonction $f(\cdot)$ représente l'espérance conditionnelle $E(Y_t | X_t)$.

Nous donnons quelques hypothèses sur le processus (1) (Doukhan, 1994) :

(H1) Pour tout entier $M \geq i_k$, le processus $X_{M,t} = (Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M})^T$ est strictement stationnaire et β -mélangeant avec $\beta(n) \leq c_0 n^{-(2+\delta)/\delta}$, $\delta > 0, c_0 > 0$:

$$\beta(n) = E \sup \left\{ |P(A | \mathfrak{R}_M^k) - P(A)| : A \in \mathfrak{R}_{n+k}^\infty \right\}$$

Où \mathfrak{R}_t^i est σ -algèbre de $X_{M,t}, X_{M,t+1}, \dots, X_{M,t+i}$.

(H2) La distribution stationnaire du processus $X_{M,t}$ a une densité $\mu_M(x_M), x_M \in R^M$, continue.

(H3) La fonction $f(\cdot)$ est deux fois continûment différentiable tandis que $\sigma(\cdot)$ est continue et positive.

(H4) Les quatre premiers moments de $\{\varepsilon_t\}_{t \geq i_k}$ sont finis.

Une technique non paramétrique est proposée pour estimer la fonction de la moyenne conditionnelle et celle de la volatilité : l'estimateur linéaire local $\hat{f}(x)$

Notons :

$$X_t = (Y_{t-i_1}, Y_{t-i_2}, \dots, Y_{t-i_k})^T = (X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k})^T$$

et
$$Y = (Y_{i_k}, Y_{i_k+1}, \dots, Y_n)^T$$

Pour tout $x \in R^k$, l'estimateur s'écrit donc comme suit :

$$\hat{f}(x) = e^T (Z^T W Z)^{-1} Z^T W Y$$

où :

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ X_{i_k} - x & \dots & X_n - x \end{pmatrix}^T$$

$$e = (1 \quad 0_{1 \times k})^T$$

$$W = \text{diag} \left\{ \frac{1}{n} K_h(X_i - x) \right\}_{i=i_k}^n$$

avec : $n' = n - i_k + 1$

(H5) $K : R \rightarrow R$ est un noyau positif symétrique et $h = h_n$ est un nombre positif

avec $h \rightarrow 0, nh^k \rightarrow \infty$ quand $n \rightarrow \infty$.

Notons : $\|K\|_2^2 = \int K^2(u)du, \sigma_K^2 = \int K(u)u^2 du$. Pour tout $x \in R^k$, nous avons:

$$K_h(x) = \frac{1}{h^k} \prod_{j=1}^k K\left(\frac{x_j}{h}\right)$$

La convergence et la normalité asymptotiques de l'estimateur linéaire local de ce modèle sont données par :

$$\sqrt{n' h^k} \left\{ \hat{f}(x) - f(x) - h^2 b_c(x) \right\} \xrightarrow{D} N(0, V(x)) \quad (2)$$

quand $n \rightarrow \infty$, avec le biais asymptotique :

$$b_c(x) = \frac{\sigma_K^2}{2} \left\{ \frac{2 \nabla f(x)^T \nabla \mu(x)}{\mu(x)} \right\} \quad (3)$$

$$b_t(x) = \frac{\sigma_K^2}{2} \text{Tr}[\nabla^2 f(x)] \quad (4)$$

et la variance asymptotique :

$$V(x) = \frac{\sigma(x)}{\mu(x)} \|K\|_2^{2k} \quad (5)$$

où $\|K\|_2^2 = \int K^2(x_j) dx_j$ and $\sigma_K^2 = \int x_j^2 K(x_j) dx_j$

Le taux de convergence de cet estimateur dépend de la dimension de la matrice des régresseurs. Il nécessite la continuité de la densité pour un taux de convergence optimale (Härdle *et al*, 1998).

3 Identification non paramétrique des processus et prévision

Afin d'appliquer l'estimateur linéaire local du modèle *NAR-ARCH*, nous spécifions la fenêtre h et les coefficients de Markov i_1, \dots, i_k . Le choix de la fenêtre est crucial pour la qualité de l'estimation puisqu'il détermine le niveau de lissage de la fonction estimée. Pour estimer une fenêtre optimale, les spécialistes optent régulièrement pour la méthode de validation croisée de (Vieu, 1994). Une approche alternative basée sur le

critère (*FPE*) asymptotique est proposée ici, puisque ce dernier donne une meilleure vitesse de convergence que le critère de validation croisée habituel.

Soit $\{\tilde{Y}_t\}$ d'autres séries ayant la même distribution que $\{Y_t\}$, mais indépendantes de $\{Y_t\}$. Le critère *FPE* d'un estimateur \hat{f} de f est défini par :

$$FPE(\hat{f}) = \lim_{t \rightarrow \infty} E \left[\left\{ \tilde{Y}_t - \hat{f}(\tilde{X}_{M,t}) \right\}^2 w(\tilde{X}_{M,t}) \right]$$

(6)

(H6) Pour la fonction du poids $w: R^M \rightarrow R$, elle est continue positive et son support est compact, nous supposons aussi que $\mu(x_M) > 0$ pour tout $x_M \in \text{supp}(w)$.

Quand le processus $\{Y_t\}$ est asymptotiquement non linéaire stationnaire et \hat{f} est un estimateur non paramétrique, le critère *FPE* est non linéaire.

Pour cet estimateur, nous avons :

$$FPE(h) = AFPE(h) + o(h^4 + \frac{1}{n h^k}) \quad (7)$$

où :

$$AFPE(h) = A + b(h)B + c(h)C$$

avec :

$$A = \int \sigma(x) w(x_M) \mu(x_M) dx_M, B = \int \sigma(x) w(x_M) \mu(x_M) / \mu(x) dx_M,$$

$$C = \int r^2(x) w(x_M) \mu(x_M) dx_M$$

$$r(x) = \text{Tr} \{ \nabla^2 f(x) \}$$

où :

$$b(n) = \|K\|_2^{2k} n^{-1} h^{-k}, c(h) = \sigma_K^4 h^4 / 4$$

La première partie de la formule (7) présente l'espérance de la variance du bruit blanc des processus $\{Y_t\}$ et $\{\tilde{Y}_t\}$. Le deuxième terme B donne l'espérance de la variance de l'estimateur non paramétrique \hat{f} ; alors que le troisième capture son biais estimé. Cependant, pour un échantillon donné de taille n , nous obtenons une expression qui détermine une fenêtre optimale h_{opt} en minimisant la somme du deuxième et du troisième terme :

$$h_{opt} = \left\{ k \|K\|_2^{2k} B n^{-1} C^{-1} \sigma_K^{-4} \right\}^{1/(k+4)} \quad (8)$$

Et le critère *AFPE* minimal est :

$$AFPE_{opt} = A + (k^{-k/(k+4)} + \frac{1}{4}k^{4/(k+4)}) \left\{ \|K\|_2^{8k} B^4 n^{-1} C^k \sigma_K^{4k} \right\}^{1/(k+4)}$$

L'équation (8) est nécessaire pour obtenir l'estimateur de h_{opt} et l'expression (7) contient des valeurs inconnues A , B et C . Il est extrêmement important d'estimer ces trois valeurs afin d'estimer le critère $AFPE$, et ainsi la fenêtre optimale associée :

$$\hat{A} = n^{-1} \sum_{i=i_k}^n \left\{ Y_i - \hat{f}(X_i) \right\}^2 w(X_{M,i}) \quad (9)$$

$$\hat{B} = n^{-1} \sum_{i=i_k}^n \left\{ Y_i - \hat{f}(X_i) \right\}^2 w(X_{M,i}) / \hat{\mu}(X_i) \quad (10)$$

L'estimateur \hat{f} utilise des fenêtres d'ordre $n^{-1/(k+4)}$ et $\hat{\mu}(X_i)$ est un estimateur à noyau de la densité.

Sous les hypothèses (H1)-(H6), quand $n \rightarrow \infty$,

$$\hat{A} = A + \left\{ \|K\|_2^{2k} - 2K(0)^k \right\} n^{-1} h^{-k} B + C \sigma_K^4 h^4 / 4 + \mathcal{O}\{h^4 + n^{-1} h^{-k}\} + O_p\{n^{-1/2}\} \quad (11)$$

Notons qu'avec une fenêtre h de la forme $cn^{-1/(k+4)}$, l'estimateur non paramétrique \hat{A}_a converge vers A et sa convergence est de l'ordre \sqrt{n} si $k \leq 4$. Le deuxième et le troisième terme seront de l'ordre $O\{n^{-1/2}\}$.

L'estimateur non paramétrique du FPE asymptotique est :

$$AFPE = \hat{A} + 2K(0)^k n^{-1} h_{opt}^{-k} \hat{B} \quad (12)$$

\hat{A}_a est estimée en utilisant la fenêtre optimale h_{opt} , alors que \hat{B} en utilisant n'importe quelle fenêtre de l'ordre $n^{-1/(k+4)}$.

Yang et Tschernig (1999) montrent que l'estimateur du critère vérifie toutes les propriétés statistiques. Pour pénaliser la surestimation des coefficients de Markov, ils suggèrent d'introduire un facteur de correction :

$$CAFPE = AFPE \left(1 + \frac{k}{n^{\frac{4}{k+4}}} \right) \quad (13)$$

Où la correction dépend du nombre des retards k et le nombre d'observation n . Il s'agit donc de choisir le sous-ensemble $\{\hat{i}_1, \dots, \hat{i}_k\}$ sous les hypothèses (H1)-(H6), telle que Tschernig et Yang (1998, p.7) :

$$P\{\hat{k} = k, \hat{i}_l = i, l = 1, \dots, k\} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$$

où

$$e^T = (1 \quad 0_{1 \times k})^T,$$

$$Z_h = \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ X_{k-1} - x & \cdot & \cdot & \cdot & X_{n-h} - x \end{pmatrix}^T$$

$$W_h = \text{diag} \{K_h(X_{i-1} - x)/n\}_{i=k}^{n-h+1}$$

et

$$Y_h = (Y_{k+h-1} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad Y_n)^T$$

4 Analyse empirique

Nous voulons vérifier quel est le gain de prévision obtenu lorsque la nature de la dynamique sous-jacente est inconnue. Nous appliquons les méthodes proposées sur la série de l'action France Télécom qui couvre la période du 05/01/1998 à 29/02/2000. Cette série est caractérisée par la présence d'une racine unitaire (voir tableau 2). L'hypothèse de normalité des rendements est clairement rejetée (cf. FIG. 3). L'asymétrie constatée peut être le signe de la présence de non-linéarités dans le processus d'évolution des rendements, les modèles linéaires gaussiens ne pouvant générer que des comportements symétriques de la série. Le diagramme de dispersion de la série (FIG. 4) ne se présente pas sous la forme d'un ellipsoïde régulier et confirme la non-linéarité de la série.

4.1 Modélisation paramétrique des rendements de l'action France Télécom

Divers auteurs se sont attachés à tester si les séries financières exhibent ou non une structure de dépendance à long terme. Nous avons retenu dans cette application sur la série des rendements de l'action France Télécom diverses valeurs pour les ordonnées du périodogramme afin d'encadrer la racine carrée du nombre d'observations. Le choix de ces valeurs a pour objet d'examiner la stabilité des estimateurs lorsque le nombre d'ordonnées du périodogramme varie. Nous utilisons les tests du coefficient d'intégration fractionnaire avec plusieurs fenêtres spectrales pour le calcul du périodogramme.

L'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire est peu affectée par la variation de la valeur correspondant aux ordonnées du périodogramme. La valeur estimée de d associée à un nombre d'ordonnées $n^{0.55}$ est inférieure à celle correspondant à $n^{0.45}$ (cf. tableau 3). Quelle que soit la fenêtre et la valeur du paramètre m employées, l'existence

d'une composante à long terme dans la série des rendements de l'action France Télécom est généralement acceptée par le test du coefficient d'intégration fractionnaire. Les valeurs de la statistique de Student sont supérieures à la valeur critique 1.96. Ainsi, les résultats présentés montrent que l'estimateur de Geweke-Porter-Hudak (*GPH*) n'est pas significatif au seuil de 5% car cette méthode est moins robuste comparativement aux différentes fenêtres spectrales (cf. FIG. 5).

Pour identifier notre modèle, nous choisissons un ensemble de valeurs de d . Pour chaque valeur de d nous calculons la série $(1 - L)^d Y_t$ et nous estimons, au moyen des méthodes usuelles des séries temporelles, les paramètres *ARMA* ainsi que la variance résiduelle. Nous retenons alors comme valeurs initiales celles associées au modèle qui minimise la variance résiduelle. La routine d'optimisation sera mise en œuvre en maximisant la log-vraisemblance par rapport à tous les paramètres de la représentation *ARFIMA*(p, d, q). Nous retenons comme ordres maxima $p = q = 3$ et nous choisissons le modèle minimisant les critères *AIC* et *SIC*.

L'estimation par cette procédure fait ressortir la présence d'une mémoire de long terme (voir tableau 4). Nous remarquons que les résidus (voir FIG. 6) ne sont pas caractérisés par une distribution gaussienne (voir aussi FIG. 7). Cette distribution est asymétrique. Il est probable que cette asymétrie est le signe de la présence des non-linéarités dans le processus des résidus. Le diagramme de dispersion (FIG. 8) confirme ces résultats. La forme obtenue n'est pas un ellipsoïde régulier et la distribution est typiquement non gaussienne.

Au regard du tableau 5, nous constatons que l'hypothèse de marche aléatoire est clairement rejetée, la statistique de Portemanteau est strictement supérieure à la valeur critique de χ^2 . Ces résidus présentent donc une structure de dépendance où la statistique de Mizrach (tableau 6) nous a conduit à rejeter l'hypothèse nulle générateur *iid* pour certaines dimensions de prolongement. Les résidus peuvent être modélisés par des modèles de type *ARCH* car les résultats des tests *ARCH LM* sur les résidus du modèle confirment la présence de l'hétéroscédasticité ($nR^2 = 17.82 > \chi^2(2)$). Les séries financières sont en général caractérisées par une volatilité variable et par des phénomènes d'asymétrie qui ne peuvent être pris en compte par les modélisations de l'espérance conditionnelle. Par conséquent, la variance conditionnelle n'est plus constante au cours du temps et dépend de ses valeurs passées. Afin de rendre compte de ce phénomène, il est nécessaire d'estimer la volatilité des rendements de l'action France Télécom par les modèles de type *GARCH*. La routine d'optimisation sera mise en œuvre

en maximisant la log-vraisemblance par rapport à tous les paramètres de la représentation $ARFIMA(p, d, q) - GARCH(p, q)$.

Nous remarquons que les coefficients des modèles $ARFIMA-GARCH$ sont significativement différents de zéro (cf. tableau 7) et l'hypothèse de marche aléatoire pour les résidus est clairement acceptée car la statistique de Mizrach (tableau 8) nous a conduit à accepter l'hypothèse nulle générateur iid pour toutes les dimensions de prolongement. De plus, les résultats des tests $ARCH LM$ sur les résidus du modèle confirment l'absence de l'hétéroscédasticité ($nR^2 = 4.45 < \chi^2(2)$).

4.2 Modélisation non paramétrique des rendements de l'action France Télécom

L'estimation d'un modèle non paramétrique nécessite la sélection du nombre de retards et la fenêtre. Nous utilisons pour cela le critère non paramétrique $CAFPE$.

Dans notre étude, le nombre maximal de retards est cinq et le retard le plus large considéré est huit. Il s'agit donc d'examiner $1 + \sum_{j=1}^5 \binom{8}{j}$ combinaisons différentes de retards pour la procédure de recherche. Tjostheim et Auestad (1994) suggèrent d'ajouter des retards dans le modèle dans le but de réduire le critère de sélection. Leur idée est de choisir des retards qui minimisent le critère FPE asymptotique. Précisément, dans la première étape, le retard le plus important \hat{i}_1 est déterminé en sélectionnant i_1 tel que le critère est minimal pour le modèle à un retard. Si le critère est comparable à la variance de la série, aucun retard significatif est inclus. Sinon, nous recherchons \hat{i}_2 dans la prochaine étape en fixant \hat{i}_1 et en choisissant i_2 tel que le critère est minimisé pour le modèle à deux retards. Encore, \hat{i}_2 est inclus et la procédure est poursuivie si le critère sur deux retards est plus petit que la valeur du critère sur un retard. Nous utilisons alors la même procédure pour calculer $\hat{i}_3, \dots, \hat{i}_d$ où $d \leq 5$.

Pour chaque calcul du critère $CAFPE$ « *Corrected Asymptotic Final Prediction Error* », nous spécifions une fenêtre qui détermine le degré de lissage de l'estimateur, une fenêtre trop large surlisse. Si h augmente, la variance de la série décroît mais le biais croît. Il faut donc trouver un compromis tout en minimisant le critère $CAFPE$. Pour le modèle constant local, l'estimation de l'espérance du biais nécessite l'estimation

de la dérivée première de la densité dans $b_c(X_t)$ (4). Cependant, la fenêtre optimale (9) est seulement estimée pour le modèle linéaire local. Pour estimer l'espérance de $b_c(X_t)$, nous estimons les dérivées secondes de (4) en utilisant l'estimateur quadratique local [cf. Tschernig et Yang (1996)] avec la fenêtre :

$$h = 2 \text{var}(Z_t) \left(\frac{4}{k+10} \right)^{\frac{1}{k+12}} n^{-\frac{1}{k+12}}$$

Pour calculer les résidus et la densité qui sont employés pour estimer l'espérance de la variance de l'estimateur non paramétrique \hat{f}_a , nous utilisons la fenêtre de Silverman [voir Silverman (1986), eq. (4.14), p.86] qui est définie par :

$$h_s = \text{var}(Z_t) \left(\frac{4}{k+2} \right)^{\frac{1}{k+4}} n^{-\frac{1}{k+4}} \quad (14)$$

De plus, la méthode de recherche de grille « *grid search* » pour estimer la fenêtre optimale est utilisée pour tout $CAFPE_a$, $a = 1,2$ où la grille couvre l'intervalle $[0, 2h_s, 2h_s]$ dans 24 pas. Nous choisissons une fenêtre optimale qui minimise le critère $CAFPE_a$ et qui appartient à cet intervalle.

Afin d'estimer la série des rendements de l'action France Télécom, nous allons utiliser le noyau gaussien puisque comme l'a noté Matzner-Lober (1997), l'utilisation des autres noyaux nécessite celle d'une fenêtre beaucoup plus grande. La fonction du poids $w()$ est spécifiée de la façon suivante :

$$w(X_t) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \text{ if } \begin{cases} \hat{\mu}(X_t) \geq c \\ \hat{\mu}(X_t) < c \end{cases}$$

où la constante c est déterminée telle que n'' observations sont exclues et n' présente le plus grand nombre entier prochain de $0,05n'$.

Le tableau 4 donne les résultats de l'identification du processus des rendements de l'indice France Télécom. Il contient aussi les retards sélectionnés, les valeurs du critère et de la fenêtre optimale estimées. Les retards sont sélectionnés par rapport à leur contribution pour minimiser le critère. Utilisant ce modèle non paramétrique, le critère estimé est 0.9392 et les retards sélectionnés sont : 2, 5 et 8. Notons que l'estimateur utilisé est celui de l'estimateur linéaire local. Nous remarquons que les résidus (cf. FIG. 9) ne sont pas caractérisés par une distribution gaussienne (voir aussi FIG. 10). Le diagramme de dispersion (FIG. 11) confirme ces résultats où la forme obtenue n'est pas un ellipsoïde régulier.

Au regard du tableau 5, nous rejetons clairement l'hypothèse de marche aléatoire, la statistique de Portemanteau est strictement supérieure à la valeur critique de χ^2 . Ces résidus présentent une structure de dépendance car la statistique de Mizrach (voir aussi tableau 6) nous a conduit à rejeter l'hypothèse nulle générateur *iid* pour certaines dimensions de prolongement. Les résidus peuvent être modélisés par les modèles *ARCH* car les résultats des tests *ARCH LM* sur les résidus du modèle confirment la présence d'un effet *ARCH* ($nR^2 = 19.82 > \chi^2(2)$). Nous estimons la volatilité des rendements de l'indice France Télécom par la méthode du noyau. Le tableau 7 présente les résultats d'estimation de la volatilité des rendements de l'indice France Télécom. Il contient les retards sélectionnés, la valeur du critère et la fenêtre optimale. Nous avons utilisé aussi l'estimateur linéaire local pour identifier la volatilité conditionnelle. Les retards sont alors 4, 6 et le critère estimé associé est 0.989508. Nous pouvons remarquer que les résidus du modèle *ARCH* ne présentent aucune corrélation sérielle (cf. tableau 8).

4.3 Comparaison des qualités prédictives des méthodes d'estimation

Cette section compare les performances de prévision entre l'approche paramétrique standard et celle non paramétrique à partir de deux critères : l'erreur absolue moyenne (*EAM*) et l'erreur moyenne quadratique (*EMQ*):

$$EAM = H^{-1} \sum_{h=1}^H \left| \hat{Z}_{n-H+h} - Z_{n-H+h} \right| \quad (15)$$

$$EMQ = H^{-1} \sum_{h=1}^H \left(\hat{Z}_{n-H+h} - Z_{n-H+h} \right)^2 \quad (16)$$

Où:

h est l'horizon de la prévision,

H est le nombre total de prévision correspondant à l'horizon h sur la période prévisionnelle,

$\hat{Z}_n(h)$ est la valeur de la prévision faite en n pour la date $n + h$

Afin de comparer les performances prévisionnelles du prédicteur non paramétrique aux prévisions issues d'un modèle paramétrique, le modèle a été réestimé jusqu'au 12 Mars 1999. Les prévisions ont été menées sur divers horizons. Les prévisions à très court terme (prévisions à un pas) correspondent à des prévisions statiques. Pour tous les autres horizons, les prévisions sont dynamiques. Notre objectif ici est donc de déterminer si la prise en compte du modèle non paramétrique permet d'améliorer les résultats par rapport au modèle paramétrique de type *ARFIMA-GARCH*.

Au regard du tableau 9, nous constatons en général de bonnes capacités prévisionnelles du processus non paramétrique. Ce prédicteur résiste à la comparaison avec le prédicteur paramétrique. Si nous analysons les résultats figurant dans ce tableau, nous noterons que les valeurs des critères *EMQ* et *EAM* ont tendance à décroître lorsque l'horizon de prévision augmente. Ceci s'explique par le fait que cette série est caractérisée par une présence de dynamique à long terme. En effet, les mouvements de cours apparaissent comme le résultat de chocs exogènes durables venant affecter le marché. Nous pouvons remarquer aussi que les prévisions fournies par l'approche non paramétrique sont relativement meilleures que celles d'un modèle paramétrique. Pour l'horizon $h = 240$, nous constatons que le modèle paramétrique de *ARFIMA-GARCH* donne la meilleure prévision. Nous pouvons conclure que la qualité prédictive de l'approche paramétrique est meilleure lorsque la série est caractérisée par une mémoire longue. Par contre, le prédicteur non paramétrique est robuste si la série ne possède qu'une composante à court terme. Si nous rejetons l'hypothèse de nullité du coefficient d'intégration fractionnaire, nous sommes dans le cas d'un processus *ARFIMA*. La structure de ce processus est déjà connue et dans ce cas, nous utilisons les méthodes paramétriques usuelles pour identifier notre série. Si la structure du processus stochastique n'est pas connue, nous pouvons essayer d'approcher le problème de l'identification à partir d'une approche non paramétrique.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié un processus non paramétrique en identifiant sa nature et sa structure par l'analyse du comportement cyclique de la série France Télécom. Il y'a un problème en estimation fonctionnelle ; il s'agit du choix des coefficients de Markov. La méthode empirique utilisée pour sa détermination ne repose actuellement sur aucun théorème de validation. Les résultats existants admettent en général au moins implicitement que le processus observé est markovien d'ordre k ; hypothèse difficile à vérifier en pratique.

Malgré cette difficulté, les méthodes non paramétriques restent toujours un outil puissant pour étudier les séries temporelles. Si la structure du processus non linéaire n'est pas connue, nous pourrions donc au travers d'une modélisation non paramétrique, tenter de réduire notre ignorance et de minimiser la part du hasard dans les systèmes dynamiques.

Références

- Akaike, H. (1970)**, *Statistical Predictor Identification*. Annals of Institute of Statistical Mathematics, **22**, 203-217
- Auestad, B. and Tjøstheim, D. (1990)**, *Identification of nonlinear time series: first order characterization and order determination*, Biometrika, **77**, 4, 669-687.
- Bosq, D et Lecoutre, J.P. (1992)**, *Analyse et prévision des séries chronologiques*. Masson, Paris
- Bosq, D. (1979)**, *Sur la prédiction non paramétrique de variables aléatoires et mesures aléatoires*, Pub. Interne, UER de Mathématiques, Lille.
- Bosq, D. (1996)**, *Nonparametric statistics for stochastic processes*. Lecture Notes in statistics, 110, Springer-verlag.
- Box, G and Pierce, D. (1970)**, *Distribution of residual autocorrelation in autoregressive integrated moving average time series models*, J, Ann., Statist., **6**, 461-464
- Brockmann, M. (1993)**, *Locally adaptive bandwidth choice for kernel regression estimators*. J. Amer. Statist. Assoc., **88**, 1302-1309.
- Cheng, B. and Tong, H. (1992)**, *On consistent nonparametric order determination and chaos*, Journal of The Royal Statistical Society, Series B, **54**, 427-449.
- Chiu, S.T. (1989)**, *Bandwidth selection for kernel estimates with correlated noise*. Statist. Probab. Lett., **8**, 347-354.
- Collomb, G. (1980)**, *Estimation non paramétrique de probabilités conditionnelles*, C.R. Acad. sci . Paris Sér I Math . **291**, 427-430
- Doukhan, P. (1994)**, *Mixing: Properties and examples*, New York; Springer-Verlag
- Engle, R.F. (1982)**, *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*, Econometrica, **50(4)** 987-1007.
- Gannoun, A . (1991)**, *Prédiction non paramétrique : médianogramme et méthode du noyau en estimation de la médiane conditionnelle*, Statistique et Analyse des données, **16(23)**, 23-42
- Geweke, J et Porter-Hudak, S. (1983)**, *The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models*, Journal of Time Series Analysis, **4(4)**, 221-238.
- Gouriéroux, C. (1992)**, *Modèles ARCH et applications financières*. Economica, Paris
- Härdle, W and Chen, R. (1996)**, *Nonparametric Time Series Analysis, a selective review with examples*. Proceedings of the 50th session of the ISI, Peking.

- Härdle, W and Yang, L. (1996)**, *Nonparametric autoregression with Multiplicative Volatility and additive Mean*, Discussion paper 96-62, SFB 373, Humboldt Universität zu Berlin.
- Härdle, W, Lütkepohl, H and Chen, R. (1996)**, *A review of Nonparametric Time Series Analysis*, Discussion Paper 96-48, SFB 373, Humboldt Universität zu Berlin.
- Härdle, W, Tsybakov, A. B and Yang, L. (1998)**, *Nonparametric vector autoregression*, Journal of Statistical Planning and Inference **68**, 221-245.
- Härdle, W. (1990)**, *Applied nonparametric regression*. Cambridge university press, Cambridge
- Masry, E and Tjøstheim, D. (1995)**, *Nonparametric estimation and identification of non-linear ARCH time series: strong convergence and asymptotic normality*, Econometric Theory, **11**, 258-289.
- Matzner-Lober, E . (1997)**, *Prévision non paramétrique des processus stochastiques*, Thèse de doctorat de l'université de Montpellier II
- Mizrach, B. (1995)**, *A Simple Nonparametric Test for Independence*.
- Nadaraya, E.A. (1964)**, *On estimating regression*, Theory probability and their applications, **9**, 134-137
- Robinson, P.M. (1983)**, *Nonparametric estimators for time series*. Journal of Time Series analysis, **4**, 185-207
- Rosa, M. A. C. (1993)**, *Prévision robuste sous une hypothèse ergodique*. Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse I.
- Schwarz, G. (1978)**, *Estimating the dimension of a Model*. Annals of Statistics, **6**, 461-464.
- Silverman, B.W. (1986)**, *Density estimation for Statistics and data analysis*. Chapman & Hall.
- Sowell, F. (1992)**, *Maximum Likelihood estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models*. Journal of Econometrics, **53**, 165-188.
- Stute, W. (1986)**, *On almost sure convergence of conditional empirical distribution function*, Ann. of Prob. , **14**, 891-901
- Tjøstheim, D. and Auestad, B. (1994b)**, *Nonparametric identification of nonlinear time series: selecting significant lags*, Journal of American Statistical Association, **89**, 1410-1419.
- Tschernig, R and Yang, L. (1998)**, *Nonparametric Lag Selection for Time Series*, Journal of Time Series Analysis, forthcoming.
- Tschernig, R. (1996)**, *Nonlinearities in German Unemployment Rates: A Nonparametric Analysis*, SFB 373 discussion paper **45**.

Ullah, A. (1988), *Nonparametric estimation and hypothesis testing in econometric models*, *Empec*, **13**, 223-249.

Vieu, P. (1995), *order choice in nonlinear autoregressive models*, *statistics OPA* , **26**, 307-328.

Watson, G.S. (1964), *Smooth regression analysis*, *Sankhyä*, **A26**, 359-372

Yang, L and Tschernig, R. (1999), *Multivariate bandwidth selection for local linear regression*, *Journal of the royal statistical Society, Series B*, **61**, 793-815

Yang, L and Tschernig, R. (2000), *Non- and semiparametric identification of seasonal nonlinear autoregression models*, *SFB* 373.

Le type de modèles	Statistiques de P.P sur la série au niveau			Statistiques de P.P sur les rendements de l'action France Télécom		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%
Modèle sans constante ni tendance	-2.5695 (2.873)	-1.94 (2.873)	-1.6159 (2.873)	-2.5695 (-21.085)	-1.94 (-21.085)	-1.61 (-21.085)
Modèle avec constante sans tendance	-3.4448 (1.406)	-2.8672 (1.406)	-2.5698 (1.406)	-3.4448 (-12.304)	-2.8672 (-12.304)	-2.5698 (-12.304)
Modèle avec constante et tendance déterministe	-3.9794 (-0.0789)	-3.4201 (-0.0789)	-3.1324 (-0.0789)	-3.9794 (-21.4015)	-3.4201 (-21.4015)	-3.1324 (-21.4015)

TAB. 2 – Tests non paramétriques de Phillips-Perron

	Les ordonnées		
	$n^{0.45}$	$n^{0.5}$	$n^{0.55}$
<i>GPH</i>	0.3196 (1.5230)	0.1123 (0.6790)	0.2427 (1.7682)
<i>Rectangul.</i>	0.3050 (1.3184)	0.1108 (0.6072)	0.1968 (1.3003)
<i>Bartlett</i>	0.3382 (2.5320)	0.1284 (1.2196)	0.2429 (2.7801)
<i>Daniell</i>	0.3430 (2.0369)	0.1320 (1.0234)	0.2448 (2.2876)
<i>Tukey</i>	0.3313 (2.2719)	0.1249 (1.0865)	0.2333 (2.4449)
<i>Parzen</i>	0.3266 (2.7187)	0.1193 (1.2597)	0.2387 (3.0378)
<i>B-priest</i>	0.3238 (1.8069)	0.1214 (0.8592)	0.2198 (1.8751)

TAB. 3 – Estimation ARFIMA sur les rendements de l'indice France Télécom

Paramétrique		Non paramétrique		
SIC	AIC	Retards sélectionnés	$CAFPE$	h
(2,0.22,2) $t_d = 3.037$ $LV = 11547.3$	(2,0.23,1) $t_d = 2.271$ $LV = 11658.3$	2,5,8	0.93092	0.8080

TAB. 4 – Estimation de l'espérance conditionnelle

Paramétrique			Non paramétrique		
Retards			Retards		
50	100	150	50	100	150
62.070	116.38	164.68	57.05755	122.12192	194.36747

TAB. 5 – Résultats du test de Portemanteau

Paramétrique		Non paramétrique	
k	Stat. de Mizrach	k	Stat. de Mizrach
1	1.246	1	0.4258
2	2.948	2	1.01184
3	-4.550	3	-5.1877
4	-0.777	4	-3.0532
5	-0.982	5	-0.4509
6	-1.1758	6	1.5690

TAB. 6 – Résultats du test non paramétrique de Mizrach sur les résidus

Paramétrique		Non paramétrique		
$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	Retards sélectionnés	$CAFPE$	\hat{h}
0.0695 (2.3588)	0.8920 (19.1738)	4, 6	0.98950824	0.62876968

TAB. 7 – Estimation de la volatilité conditionnelle

Paramétrique		Non paramétrique	
k	Stat. de Mizrach	k	Stat. de Mizrach
1	0.187	1	0.345
2	0.678	2	0.021
3	-0.450	3	-0.867
4	-0.682	4	-0.152
5	-0.125	5	-0.129
6	-0.278	6	0.160

TAB. 8 – Résultats du test non paramétrique de Mizrach sur les résidus standardisés

Horizon	Critère	<i>ARFIMA-GARCH</i>	<i>NAR-ARCH</i>
1 jour	EMQ ^{1/2}	0.0287	0.0283
	EAM	0.0222	0.0211
20 jour	EMQ ^{1/2}	0.0286	0.0284
	EAM	0.0221	0.0219
60 jour	EMQ ^{1/2}	0.0277	0.0277
	EAM	0.0215	0.0214
120 jour	EMQ ^{1/2}	0.0273	0.0275
	EAM	0.0211	0.0211
240 jour	EMQ ^{1/2}	0.0262	0.0263
	EAM	0.0208	0.0210

TAB. 9 – Comparaison des qualités prédictives



FIG. 1 – Série de l'indice France Télécom

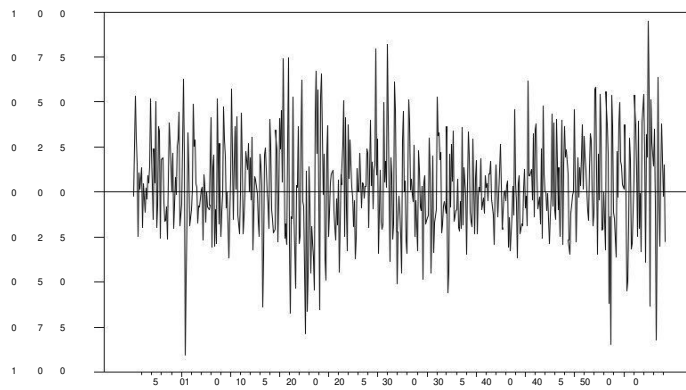


FIG. 2 – Série des rendements de l'indice France Télécom

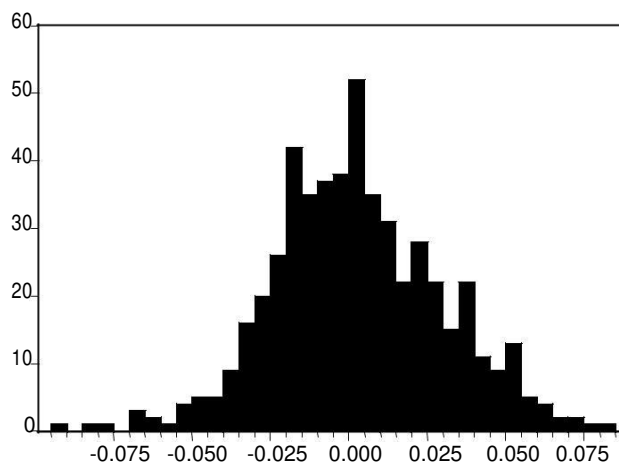


FIG. 3 – Histogramme de la série des rendements de l'action France Télécom

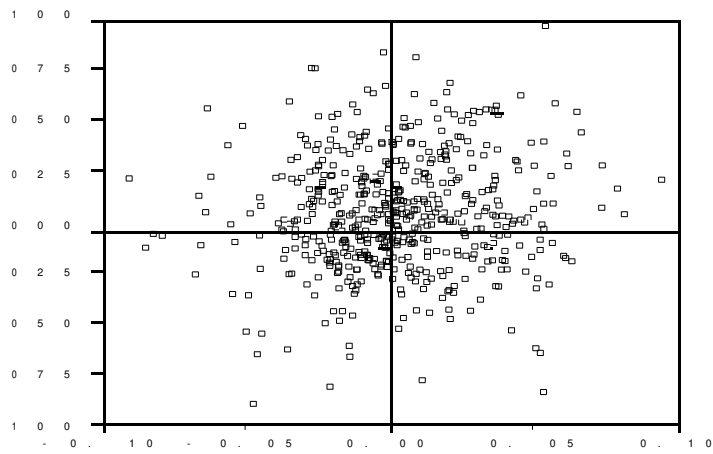


FIG. 4 – Diagramme de dispersion de la série des rendements

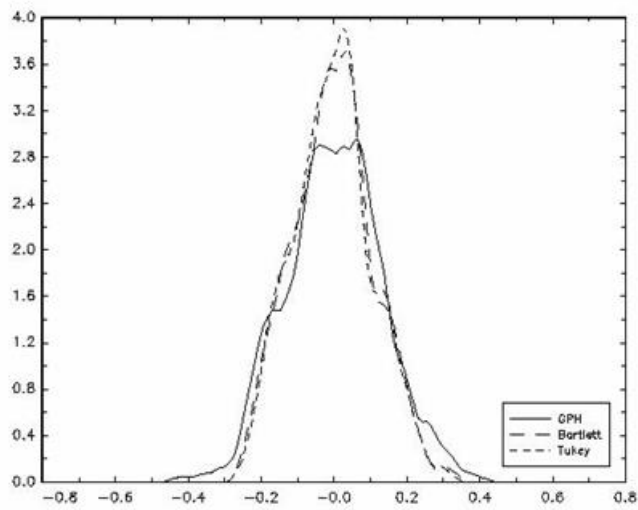


FIG. 5 – Simulations de Monte Carlo : Estimation non paramétrique des densités par le noyau

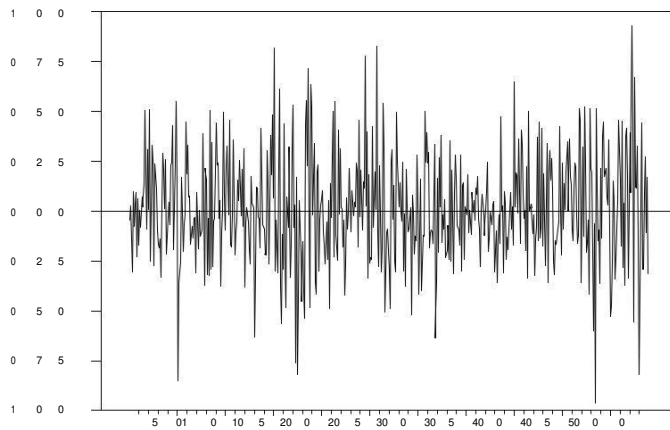


FIG. 6 – Résidus du processus ARFIMA

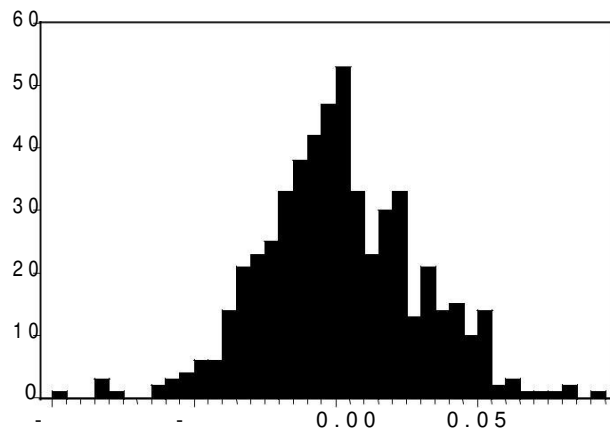


FIG. 7 – Histogramme des résidus du processus ARFIMA

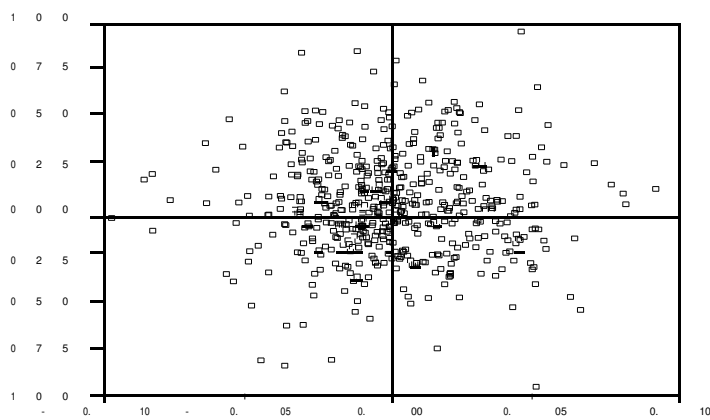


FIG. 8 – Diagramme de dispersion des résidus du modèle ARFIMA

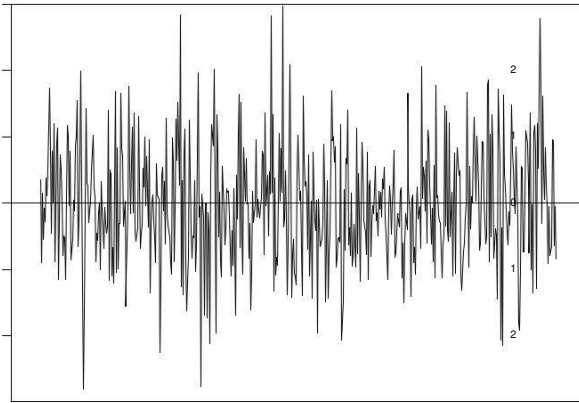


FIG. 9 – Résidus du processus AR fonctionnel

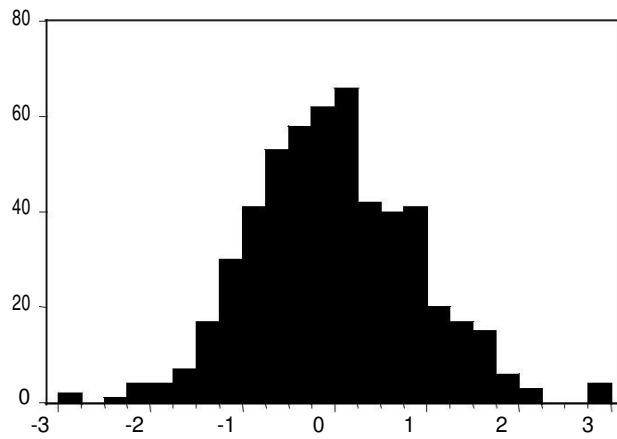


FIG. 10 – Histogramme des résidus

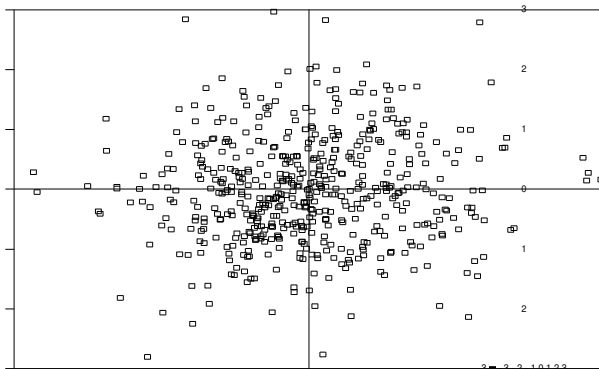


FIG. 11 – Diagramme de dispersion des résidus