



Munich Personal RePEc Archive

Smoothing of financial time series, Part 1

Stefanescu, Răzvan and Dumitriu, Ramona

"Dunarea de Jos" University of Galati, "Dunarea de Jos" University of Galati

15 April 2017

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/78329/>

MPRA Paper No. 78329, posted 17 Jan 2018 07:09 UTC

Ajustarea seriilor de timp financiare, Partea întâi

Răzvan Ștefănescu
Ramona Dumitriu

Rezumat: Ajustarea seriilor de timp financiare poate facilita identificarea unor caracteristici importante precum trendul, ciclicitatea sau sezonalitatea. Poate fi, de asemenea, utilă în prognoza evoluției unor variabile financiare. În această lucrare vom aborda câteva metode simple de ajustare a seriilor de timp precum cele pe baza mediilor mobile simple sau centrate.

Capitolul 1

Utilizări ale ajustării seriilor de timp financiare

Evoluțiile unor variabile financiare, în special în cazul celor asociate piețelor cu o natură predominant speculativă, sunt marcate de fluctuații frecvente și abrupte, cauzate de factori cu acțiune ciclică, sezonieră sau întâmplătoare. Astfel de fluctuații pot fi eliminate sau, cel puțin, atenuate prin ajustarea unei serii de timp, astfel încât valorile rezultate pot fi asociate impactului factorilor cu acțiune esențială (Tsay, 2005; Andersen et al., 2009; Sewell, 2011; Swift & Piff, 2014). În aceste condiții, se poate aprecia că valorile ajustate aproximează trendul evoluției unei variabile. Relevarea, prin ajustare, a tendinței unei serii de timp financiare are numeroase utilizări (Prado & West, 2010; Woodward et al., 2011; Montgomery et al., 2015; Chatfield, 2016; Brockwell et al., 2016). Vom aborda, în continuare, câteva dintre acestea:

- identificarea sensului evoluției unei variabile financiare;
- studiul ciclicității și sezonalityi seriilor de timp financiare;
- previziunea evoluțiilor viitoare ale variabilelor financiare.

a. Identificarea sensului evoluției unei variabilelor financiare. Unele metode de ajustare evidențiază direcția pe care o urmează valorile unei serii de timp. De exemplu, cele care aproximează tendința variabilei printr-o funcție liniară facilitează relevarea sensului evoluției pentru perioada de timp analizată: ascendentă, descendentă sau relativ staționară. Un exemplu de tendință ascendentă este furnizat de evoluția valorilor zilnice ale cursului valutar leu/franc elvețian din luna martie 2017 (Figura 1.1.). Cu toate că în această perioadă valorile efective ale variabilei au înregistrat, de la o zi la alta, atât creșteri cât și scăderi, panta dreptei asociate valorilor ajustate indică o tendință ascendentă semnificativă care corespunde deprecierii monedei naționale a României în raport cu cea a Elveției.

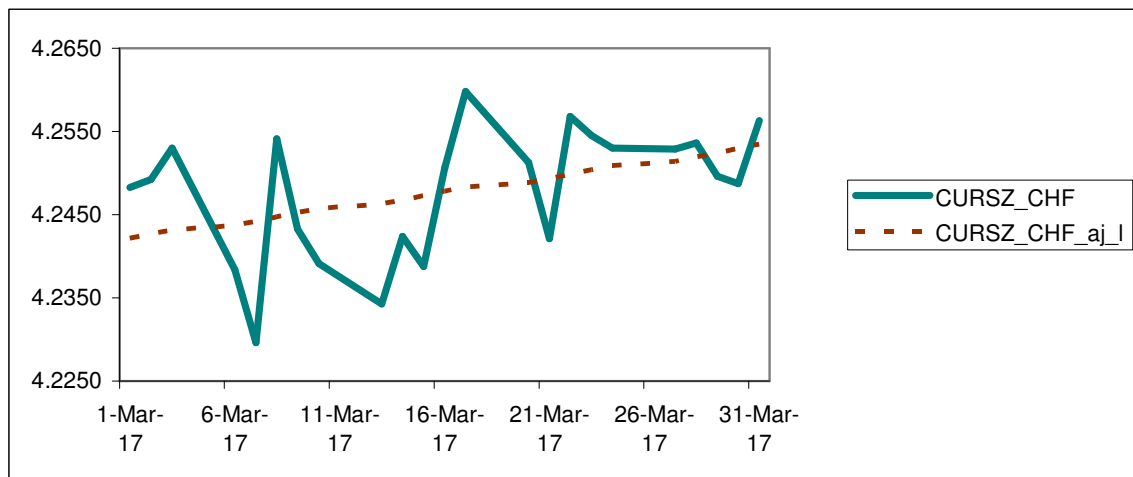


Figura 1.1. Evoluția valorilor zilnice efective (CURSZ_CHF) și ajustate (CURSZ_CHF_aj_1) ale cursului valutar leu/franc elvețian din luna martie 2017

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Pentru aceeași perioadă de timp, leul românesc s-a apreciat în raport cu dolarul australian. În acest caz, panta valorilor ajustate indică o tendință semnificativ descendentă (Figura 1.2.).

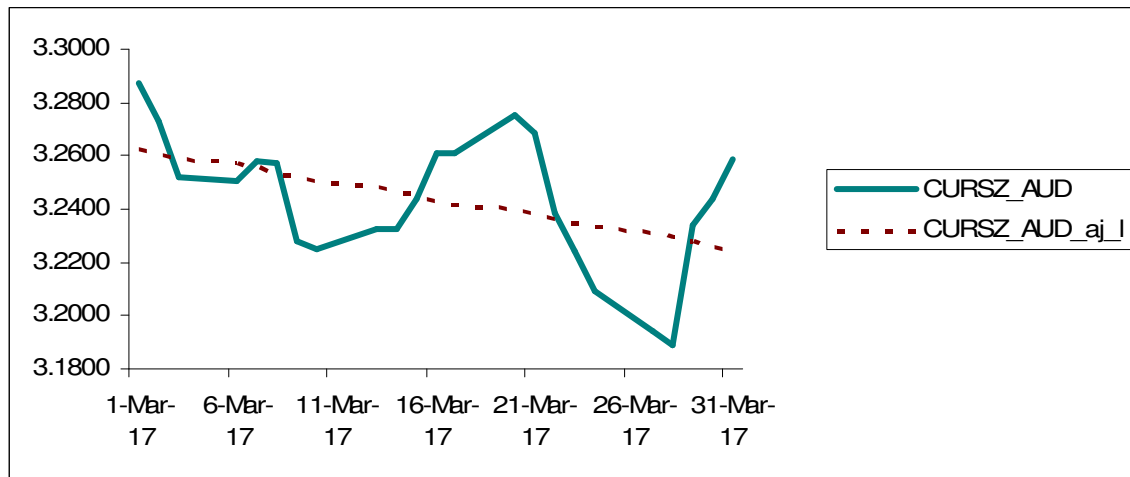


Figura 1.2. Evoluția valorilor zilnice efective (CURSZ_AUD) și ajustate (CURSZ_AUD_aj_1) ale cursului valutar leu/dolar australian din luna martie 2017

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Adeseori, randamentele activelor financiare au evoluții staționare, oscilând în jurul nivelului mediu. În Figura 1.3. este ilustrată evoluția randamentelor logaritmice calculate pe baza valorilor zilnice de închidere ale indicelui IPSA de la Bursa de Valori din Santiago de Chile în perioada 3 februarie – 10 martie. Seria de timp, care are o tendință ascendentă aproape imperceptibilă, poate fi considerată relativ staționară.

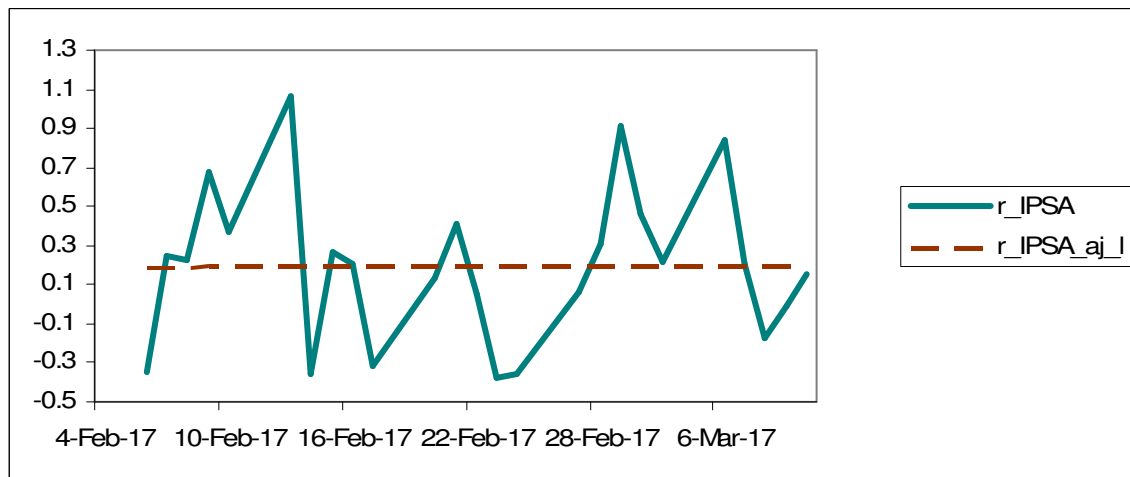


Figura 1.3. Evoluția randamentelor logaritmice efective (r_IPSA) și ajustate (r_IPSA_aj_1), calculate pe baza valorilor zilnice de închidere ale indicelui IPSA de la Bursa de Valori din Santiago de Chile în perioada 6 Februarie – 10 Martie 2017

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

b. Studiul ciclicității și sezonalityi seriilor de timp financiare. Factorii cu acțiune ciclică sau sezonieră pot afecta semnificativ evoluția unor variabile financiare. Pentru unele cursuri formate pe piețele valutare sau de capital sezonalitya reprezintă un aspect

important, care poate fi exploatat în cadrul unor strategii de investiții. Câteva dintre metodele utilizate destul de frecvent pentru analiza ciclicității și sezonalityi seriilor de timp pornesc de la identificarea trendului prin intermediul ajustării.

c. Previțiunea evoluțiilor viitoare ale variabilelor financiare. Multe metode de prognoză pornesc de la premisa că, în viitor, principalii parametri ai dinamicii unui fenomen vor avea valori asemănătoare celor din trecut. În acest caz, prin extrapolarea trendului și luând în considerare, atunci când este cazul, factorii cu acțiune ciclică și sezonieră, pot fi realizate previziuni asupra evoluției viitoare a fenomenului (Wiener, 1949; Carbone & Armstrong, 1982; Abraham & Ledolter, 2005; De Gooijer & Hyndman, 2006 ; Montgomery et al., 2015).

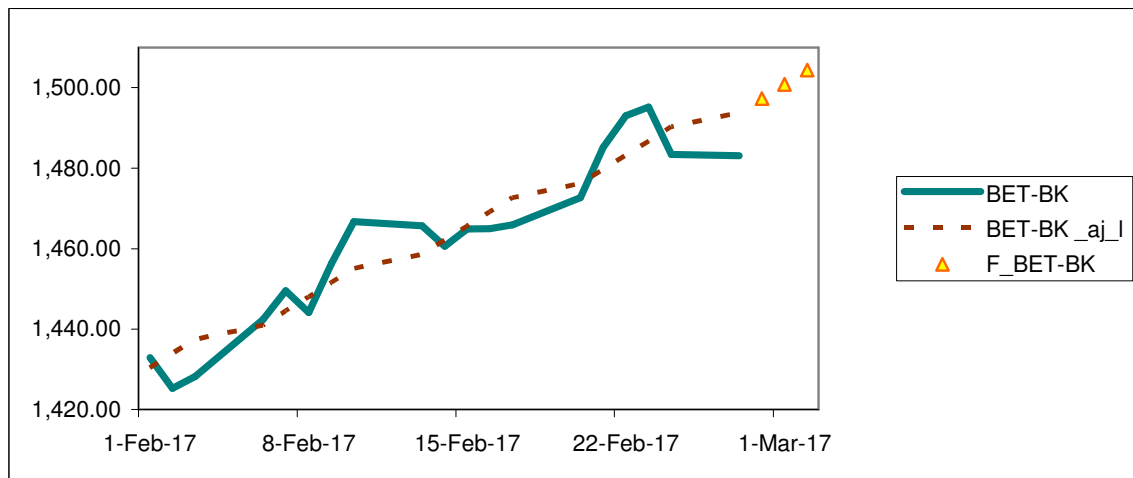


Figura 1.4. Valori de închidere ale indicelui BET-BK de la Bursa de Valori din București (F_BET-BK) prognozate pentru perioada 28 februarie – 2 martie 2017 prin extrapolarea valorilor ajustate (BET-BK_aj_1) din perioada 1 – 27 februarie 2017

Sursa datelor: <http://www.bvb.ro>

Un exemplu de previziune prin extrapolarea trendului, în condițiile unor componente ciclice și sezoniere neglijabile, este oferit în Figura 1.4. Valorile zilnice de închidere ale indicelui BET-BK de la Bursa de Valori din București, înregistrate în perioada 1 – 27 februarie 2017, au fost ajustate printr-o funcție liniară. Prelungind dreapta asociată acestei funcții sunt obținute valorile prognozate pentru următoarele trei zile.

Unul dintre aspectele esențiale ale previziunii este reprezentat de acuratețea asociată valorilor prognozate. Aceasta poate fi apreciată prin intermediul erorii de prognoză (E_i) calculată ca o diferență dintre valoarea efectivă (y_i) și cea prognozată ($F(y_i)$):

$$e_i = y_i - F(y_i) \quad (1.1.)$$

Evident, în momentul previziunii nu poate fi cunoscută eroarea de prognoză. Aceasta poate fi, totuși, estimată prin așa-numite *prognoze ex-ante* care aplică algoritmul de previziune pentru a determina valori prognozate aferente unui număr (η) de perioade din trecut (Makridakis et al, 1982; Hyndman & Koehler, 2006; Chatfield, 2016). În cadrul metodelor de previziune au fost introduse mai multe mărimi care servesc la aprecierea

gradului în care valorile prognozate diferă de cele efective. Vom prezenta succint, în continuare, câteva dintre acestea:

- i. media erorilor absolute;
- ii. media erorilor procentuale absolute;
- iii. media erorilor standard;
- iv. media pătratică a erorilor;

i. Media erorilor absolute (MAD) este calculată ca o medie aritmetică a valorilor absolute ale erorilor de prognoză:

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} |e_i|}{\eta} \quad (1.2.)$$

Se poate considera că acuratețea prognozei este cu atât mai mare cu cât valoarea acestui indicator este mai mică. O valoare nulă (practic, imposibil de atins), ar însemna că pentru toți cei η termeni valorile efective și cele prognozate ex-ante coincid.

ii. Media erorilor procentuale absolute (MAPE) diferă față de indicatorul precedent prin faptul că apreciază acuratețea previziunii printr-o mărime relativă, eroarea absolută procentuală de prognoză (APE_i). Aceasta este determinată, pentru fiecare dintre cei η termeni, ca un raport (exprimat într-o formă procentuală) între eroarea de prognoză și valoarea efectivă:

$$APE_i = \left| \frac{e_i}{y_i} \right| \quad (1.3.)$$

Valoarea MAPE este calculată ca o medie aritmetică a erorilor absolute de prognoză:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} APE_i}{\eta} \quad (1.4.)$$

Evident, precizia prognozei este cu atât mai mare cu cât valoarea MAPE este mai mică.

iii. Media pătratelor erorilor (MSE) este reprezentată de media pătratelor erorilor de prognoză, notate cu SE_i :

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} |e_i|^2}{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} SE_i}{\eta} \quad (1.5.)$$

La fel ca în cazul MAD sau MAPE, acuratețea prognozei este cu atât mai mare cu cât valoarea MSE este mai mică. Utilizarea pătratelor erorilor mărește impactul diferențelor mari dintre valorile efective și cele prognozate.

v. Media pătratică a erorilor (RMSE) este obținută extrăgând rădăcina pătrată din MSE:

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\eta} |e_i|^2}{\eta}} \quad (1.6.)$$

Față de MSE, acest indicator are avantajul că este exprimat în unitatea de măsură a valorilor efective.

Exemplul 1.1. În Tabelul 1.1. sunt prezentate valorile zilnice de închidere, efective și prognozate ex-ante prin intermediul mediei mobile, ale indicelui CAC 40, de la Bursa de Valori din Paris, înregistrate în perioada 5-12 aprilie 2017. Vom calcula valorile celor patru indicatori ai acurateței prognozelor prezentați anterior.

Tabelul 1.1. Valori efective și prognozate ex-ante ale indicelui CAC 40

Zi	Valori efective ale CAC 40 (y_i)	Valori CAC 40 prognozate ex-ante ($F_{ant}^{MA}(y_i)$)
5-Apr-17	5091,85	5099,797
6-Apr-17	5121,44	5100,35
7-Apr-17	5135,28	5100,083
10-Apr-17	5107,45	5112,425
11-Apr-17	5101,86	5114,005
12-Apr-17	5101,11	5116,507

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

Rezolvare: Începem prin a determina totalul erorilor absolute de prognoză (Tabelul 1.2.).

Tabelul 1.2. Calculul erorilor absolute de prognoză pentru valorile CAC 40

Zi	Valori efective (y_i)	Valori prognozate ($F_{ant}^{MA}(y_i)$)	Eroare de prognoză (e_i)	Eroare absolută de prognoză ($ e_i $)
(0)	(1)	(2)	(3) = (2) - (1)	(4) = (3)
5-Apr-17	5091,85	5099,797	5091,85 - 5099,797 = -7,947	7,947
6-Apr-17	5121,44	5100,35	5121,44 - 5100,35 = 21,090	21,090
7-Apr-17	5135,28	5100,083	5135,28 - 5100,083 = 35,197	35,197
10-Apr-17	5107,45	5112,425	5107,45 - 5112,425 = -4,975	4,975
11-Apr-17	5101,86	5114,005	5101,86 - 5114,005 = -12,145	12,145
12-Apr-17	5101,11	5116,507	5101,11 - 5116,507 = -15,398	15,398
Total	x	x	15,822	96,752
Simbol pentru total	x	x	$\sum_{i=1}^{\eta} e_i$	$\sum_{i=1}^{\eta} e_i $

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

Aplicând relația (1.2.) rezultă media erorilor absolute:

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} |e_i|}{\eta} = \frac{96,752}{6} = 16,125.$$

Tabelul 1.3. Calcule intermediare pentru determinarea valorilor MAPE și MSE aferente evoluției indicelui CAC 40

Zi	Valori efective (y _i)	Eroare de prognoză (e _i)	Eroare absolută procentuală de prognoză (APE _i)	Pătratul erorii de prognoză (SE _i)
(0)	(1)	(2)	(3) = $\frac{ (2) }{(1)}$	(4) = (2) ²
5-Apr-17	5091,85	-7,947	$\frac{ -7,947 }{5091,85} = 0,16\%$	(-7,947) ² = 63,16
6-Apr-17	5121,44	21,090	$\frac{ 21,090 }{5091,85} = 0,41\%$	(21,090) ² = 444,79
7-Apr-17	5135,28	35,197	$\frac{ 35,197 }{5135,28} = 0,69\%$	(35,197) ² = 1238,85
10-Apr-17	5107,45	-4,975	$\frac{ -4,975 }{5107,45} = 0,10\%$	(-4,975) ² = 24,75
11-Apr-17	5101,86	-12,145	$\frac{ -12,145 }{5101,86} = 0,24\%$	(-12,145) ² = 147,50
12-Apr-17	5101,11	-15,398	$\frac{ -15,398 }{5101,11} = 0,30\%$	(-15,398) ² = 237,09
Total	x	15,822	1,89%	2156,13
Simbol pentru total	x	$\sum_{i=1}^{\eta} e_i$	$\sum_{i=1}^{\eta} APE_i$	$\sum_{i=1}^{\eta} SE_i$

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

Vom calcula, în continuare, totalul erorilor absolute procentuale (Tabelul 1.3.). Prin aplicarea relației (1.4.) obținem media erorilor procentuale absolute:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} APE_i}{\eta} = \frac{1,89\%}{6} = 0,32\%$$

Determinăm, în continuare, media pătratelor erorilor prin intermediul relației (1.5.):

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} |e_i|^2}{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} SE_i}{\eta} = \frac{2156,13}{6} = 359,36$$

Prin extragerea rădăcinii pătrate din valoarea MSE obținem media pătratică a erorilor:

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{359,36} = 18,957$$

Indicatorii acurateții pot servi drept criterii de alegere a variantei optime dintre mai multe procedee de prognoză.

Exemplul 1.2. Pentru previziunea valorilor ratei dobânzii ROBOR overnight au fost luate în considerare două procedee de ajustare: pe baza mediei mobile și prin intermediul unei funcții liniare de regresie. Acuratețea metodelor este apreciată pe baza unor prognoze ex-ante pentru valorile din perioada 6 – 12 aprilie 2017 (Tabelul 1.4.). Vom selecta metoda optimă pe baza valorilor MAPE.

Tabelul 1.4. Valori efective și prognozate ex-ante ale ratei dobânzii ROBOR overnight
- %/an-

Zi	Valori efective ale ROBOR overnight (y_i)	Valori ale ROBOR overnight prognozate ex-ante	
		pe baza mediei mobile ($F_{ant}^{MA}(y_i)$)	printr-o funcție liniară de regresie ($F_{ant}^{fl}(y_i)$)
6-Apr-17	0,46	0,514	0,464
7-Apr-17	0,46	0,502	0,459
10-Apr-17	0,46	0,480	0,454
11-Apr-17	0,45	0,466	0,449
12-Apr-17	0,44	0,458	0,444

Sursa datelor: <http://www.bvb.ro>

Rezolvare: Vom aprecia, pentru început, acuratețea prognozei pe baza mediei mobile. Prin intermediul Tabelului 1.4. este determinat totalul erorilor absolute procentuale.

Tabelul 1.4. Determinarea erorilor absolute procentuale de prognoză aferente previziunii evoluției ROBOR overnight pe baza mediei mobile

Zi	Valori efective (y_i) [%/an]	Valori prognozate ($F_{ant}^{MA}(y_i)$) [%/an]	Eroare de prognoză (e_i) [%/an]	Eroare absolută procentuală de prognoză (APE_i)
(0)	(1)	(2)	(3) = (1) – (2)	(4) = $\left \frac{(3)}{(1)} \right $
6-Apr-17	0,46	0,514	-0,054	11,74%
7-Apr-17	0,46	0,502	-0,042	9,13%
10-Apr-17	0,46	0,480	-0,020	4,35%
11-Apr-17	0,45	0,466	-0,016	3,56%
12-Apr-17	0,44	0,458	-0,018	4,09%
Total	x	x	-0,150	32,86%
Simbol pentru total	x	x	$\sum_{i=1}^n e_i$	$\sum_{i=1}^n APE_i$

Sursa datelor: <http://www.bvb.ro>

Rezultă, pentru previziunea pe baza mediei mobile, o medie a erorilor absolute procentuale:

$$MAPE^{MA} = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} APE_i}{\eta} = \frac{32,86\%}{5} = 6,57\%$$

Tabelul 1.5. Determinarea erorilor absolute procentuale de prognoză aferente previziunii evoluției ROBOR overnight pe baza unei funcții liniare de regresie

Zi	Valori efective (y_i) [%/an]	Valori prognozate ($F_{ant}^{\eta}(y_i)$) [%/an]	Eroare de prognoză (e_i) [%/an]	Eroare absolută procentuală de prognoză (APE_i)
(0)	(1)	(2)	(3) = (1) – (2)	(4) = $\left \frac{(3)}{(1)} \right $
6-Apr-17	0,46	0,464	-0,004	0,87%
7-Apr-17	0,46	0,459	0,001	0,22%
10-Apr-17	0,46	0,454	0,006	1,30%
11-Apr-17	0,45	0,449	0,001	0,22%
12-Apr-17	0,44	0,444	-0,004	0,91%
Total	x	x	0,000	3,52%
Simbol pentru total	x	x	$\sum_{i=1}^{\eta} e_i$	$\sum_{i=1}^{\eta} APE_i$

Sursa datelor: <http://www.bvb.ro>

În Tabelul 1.5. este ilustrat modul de calcul al erorilor procentuale absolute. Media acestora reprezintă:

$$MAPE^{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} APE_i}{\eta} = \frac{3,52\%}{5} = 0,705\%$$

Din comparația celor două valori rezultă o acuratețe superioară pentru prognoza pe baza unei funcții liniare de regresie.

Un aspect important al acurateții unei previziuni este reprezentat de așa-numitul bias al valorilor prognozate care constă în tendința acestora de a se situa, în ansamblu, sub sau peste valorile efective. Vom prezenta, în continuare, două mărimi care pot servi în evaluarea acestei tendințe:

- i. eroarea de prognoză cumulată;
- ii. eroarea medie de prognoză;

iii. eroarea medie procentuală de prognoză.

i. **Eroarea de prognoză cumulată (CFE)**, corespunde totalului erorilor de prognoză pentru numărul (η) de perioade de timp succesive:

$$CFE = \sum_{i=1}^{\eta} e_i \quad (1.7.)$$

ii. **Eroarea medie de prognoză (MD)** este reprezentată de media aritmetică a diferențelor dintre valorile efective și cele previzionate:

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} e_i}{\eta} \quad (1.8.)$$

iii. **Eroarea medie procentuală de prognoză (MPE)** reflectă nivelul mediu al erorilor procentuale de prognoză. Pentru un termen cu numărul de ordine i , eroarea procentuală (PE_i) este reprezentată de raportul (transpus într-o formă procentuală) dintre eroarea de prognoză și valoarea efectivă:

$$PE_i = \frac{e_i}{|y_i|} \quad (1.9.)$$

Valoarea MPE este dată de relația:

$$MPE = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} PE_i}{\eta} \quad (1.10.)$$

Interpretarea sensului și intensității bias-ului este asemănătoare pentru toți cei trei indicatori. O valoare negativă indică tendința prognozei de a depăși valorile efective în timp ce una semnificativ pozitivă reflectă, pe ansamblu, situarea valorilor prognozate sub cele efective. Bias-ul este cu atât mai intens cu cât valoarea absolută a indicatorului este mai mare.

Exemplul 1.2. Vom interpreta bias-ul unei previziuni, pe baza mediei mobile, asupra evoluției ratei dobânzii Eonia prin intermediul unei prognoze ex-ante aferentă valorilor lunare din perioada noiembrie 2016 – martie 2017 (Tabelul 1.6.).

Tabelul 1.6. Valori lunare, efective și prognozate ex-ante, ale ratei dobânzii Eonia în perioada noiembrie 2016 – martie 2017

- %/an -

Luna	Valori efective ale ratei dobânzii Eonia (y_i)	Valori prognozate ex-ante ($F_{ant}^{MA}(y_i)$)
2016 -Nov	-0,3487	-0,3393
2016 -Dec	-0,3504	-0,3443

2017 - Jan	-0,3515	-0,3472
2017- Feb	-0,3529	-0,3493
2017 - Mar	-0,3535	-0,3509
Total	x	x
Simbol pentru total	x	x

Sursa datelor: <http://sdw.ecb.europa.eu>

Rezolvare: Calculul erorilor de prognoză este ilustrat în Tabelul 1.7. Eroarea de prognoză cumulată reprezintă:

$$CFE = \sum_{i=1}^{\eta} e_i = -0,0261\%/an$$

Tabelul 1.7. Determinarea erorilor de prognoză pentru valorile lunare ale ratei dobânzii Eonia

Luna	Valori efective (y_i) [%/an]	Valori prognozate ($F_{ant}^{MA}(y_i)$) [%/an]	Eroare de prognoză (e_i) [%/an]	Eroare procentuală de prognoză (PE_i)
(0)	(1)	(2)	(3) = (1) – (2)	(4) = $\frac{(3)}{ (1) }$
2016 -Nov	-0,3487	-0,3393	-0,0094	$\frac{-0,0094}{ -0,3487 } = -2,70\%$
2016 -Dec	-0,3504	-0,3443	-0,0061	$\frac{-0,0061}{ -0,3504 } = -1,75\%$
2017 - Jan	-0,3515	-0,3472	-0,0043	$\frac{-0,0043}{ -0,3515 } = -1,23\%$
2017- Feb	-0,3529	-0,3493	-0,0036	$\frac{-0,0036}{ -0,3529 } = -1,02\%$
2017 - Mar	-0,3535	-0,3509	-0,0026	$\frac{-0,0026}{ -0,3535 } = -0,74\%$
Total	x	x	-0,0261	-7,44%
Simbol pentru total	x	x	$\sum_{i=1}^{\eta} e_i$	$\sum_{i=1}^{\eta} PE_i$

Sursa datelor: <http://sdw.ecb.europa.eu>

Eroarea medie de prognoză are valoarea:

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} e_i}{\eta} = \frac{-0,0261}{5} = -0,052\%/an$$

Aplicând relația (1.10.) se obține eroarea medie procentuală de prognoză:

$$MPE = \frac{\sum_{i=1}^{\eta} PE_i}{\eta} = \frac{-7,44\%}{5} = -1,49\%$$

Valorile negative ale acestor mărimi sugerează o tendință a valorilor prognozate de a le depăși pe cele efective.

În cadrul metodelor de evaluare a prognozelor au fost dezvoltate procedee care facilitează identificarea perioadelor aferente prognozei ex-ante în care bias-ul depășește limite considerate admisibile. Una dintre cele mai răspândite astfel de tehnici are la bază determinarea unui așa-numit „semnal de tip tracking” pentru ale cărui valori este stabilit un interval admisibil de variație. Valoarea semnalului tracking (TS_i) pentru un termen cu numărul de ordine i poate fi calculată prin relația:

$$TS_i = \frac{CFE(i)}{MAD(i)} \quad (1.11.)$$

unde $CFE(i)$ este eroarea de prognoză cumulată iar $MAD(i)$ media erorilor absolute determinate, ambele, pentru seria de timp până la termenul i .

Exemplul 1.3. Vom calcula valorile semnalului tracking pentru o prognoză ex-ante pe baza mediei mobile, realizată asupra valorilor zilnice de închidere ale indicelui DAX, de la Bursa de Valori din Frankfurt, din perioada 3 – 12 aprilie 2017 (Tabelul 1.8.). Pentru valorile acestei mărimi a fost adoptat intervalul admisibil de variație $[-2; 2]$.

Tabelul 1.8. Valori zilnice de închidere, efective și prognozate ex-ante, ale indicelui DAX din perioada 3 – 12 aprilie 2017

zi	Valori efective ale indicelui DAX (y_i)	Valori DAX prognozate ex-ante ($F_{ant}^{MA}(y_i)$)
3-Apr-17	12257,20	12163,68
4-Apr-17	12282,34	12195,83
5-Apr-17	12217,54	12243,54
6-Apr-17	12230,89	12254,90
7-Apr-17	12225,06	12259,54
10-Apr-17	12200,52	12254,32
11-Apr-17	12139,35	12235,59
12-Apr-17	12154,70	12215,95

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

Rezolvare: Determinarea erorilor cumulate de prognoză este ilustrată în Tabelul 1.9. (eroarea cumulată se obține adunând eroarea curentă la valoarea termenului precedent; face excepție primul termen la care eroarea cumulată coincide cu cea curentă).

Tabelul 1.9. Calculul erorilor cumulate de prognoză pentru valorile DAX

zi	Valori	Valori	Eroare de	Eroare de prognoză
----	--------	--------	-----------	--------------------

	efective (y_i)	prognozate ($F_{ant}^{MA}(y_i)$)	prognoză (e_i)	cumulată (CFE(i))
(0)	(1)	(2)	(3) = (1) – (2)	(4)
3-Apr-17	12257.20	12163.68	93.52	93.52
4-Apr-17	12282.34	12195.83	86.51	93.52 + 86,51 = 180.03
5-Apr-17	12217.54	12243.54	-26.00	180.03 + (-26.00) = 154.03
6-Apr-17	12230.89	12254.90	-24.01	154.03 + (-24.01) = 130.02
7-Apr-17	12225.06	12259.54	-34.49	130.02 + (-34.49) = 95.54
10-Apr-17	12200.52	12254.32	-53.80	95.54 + (-53.80) = 41.74
11-Apr-17	12139.35	12235.59	-96.24	41.74 + (-96.24) = -54.50
12-Apr-17	12154.70	12215.95	-61.25	-54.50 + (-61.25) = -115.75

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

Pentru a calcula valorile MAD(i) începem prin a stabili valorile erorii absolute cumulate (Tabelul 1.10).

Tabelul 1.10. Calculul erorilor absolute cumulate ale unei prognoze ex-ante asupra evoluției indicelui DAX

Zi	Eroare de prognoză (e_i)	Eroare absolută de prognoză ($ e_i $)	Eroare absolută cumulată (CFAE _i)
(0)	(1)	(2) = (1)	(3)
3-Apr-17	93,52	93,52	93,52
4-Apr-17	86,51	86,51	93,52 + 86,51 = 180,03
5-Apr-17	-26,00	26,00	180,03 + 26,00 = 206,03
6-Apr-17	-24,01	24,01	206,03 + 24,01 = 230,04
7-Apr-17	-34,49	34,49	230,04 + 34,49 = 264,53
10-Apr-17	-53,80	53,80	264,53 + 53,80 = 318,33
11-Apr-17	-96,24	96,24	318,33 + 96,24 = 414,57
12-Apr-17	-61,25	61,25	414,57 + 61,25 = 475,82

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

Valorile mediei erorilor absolute (MAD(i)) sunt determinate împărțind, pentru fiecare termen i , valoarea erorii absolute cumulate la numărul de termeni pe baza cărora aceasta a fost determinată. Se obține, astfel, o medie a erorilor absolute până la termenul i (Tabelul 1.11).

Tabelul 1.11. Calculul valorilor mediei erorilor absolute pentru o prognoză ex ante asupra evoluției indicelui DAX

Zi	Eroare absolută cumulată (CFAE _i)	Nr. termeni (i)	Media erorilor absolute (MAD(i))
(0)	(1)	(2)	(3) = $\frac{(1)}{(2)}$
3-Apr-17	93,52	1	$\frac{93,52}{1} = 93,52$

4-Apr-17	180,03	2	$\frac{180,03}{2} = 90,02$
5-Apr-17	206,03	3	$\frac{206,03}{3} = 68,68$
6-Apr-17	230,04	4	$\frac{230,04}{4} = 57,51$
7-Apr-17	264,53	5	$\frac{264,53}{5} = 52,91$
10-Apr-17	318,33	6	$\frac{318,33}{7} = 53,05$
11-Apr-17	414,57	7	$\frac{414,57}{7} = 59,22$
12-Apr-17	475,82	8	$\frac{475,82}{8} = 59,48$

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

Aplicând relația (1.11) obținem valorile zilnice ale variabilei TS_i (Tabelul 1.12).

Tabelul 1.12. Determinarea semnalului tracking pentru o prognoză ex ante asupra evoluției indicelui DAX

Zi	Eroare de prognoză cumulată (CFE(i))	Media erorilor absolute (MAD(i))	Semnal tracking (TS_i)
(0)	(1)	(2)	(3) = $\frac{(1)}{(2)}$
3-Apr-17	93,52	93,52	$\frac{93,52}{93,52} = 1,00$
4-Apr-17	180,03	90,02	$\frac{180,03}{90,02} = 2,00$
5-Apr-17	154,03	68,68	$\frac{154,03}{68,68} = 2,24$
6-Apr-17	130,02	57,51	$\frac{130,02}{57,51} = 2,26$
7-Apr-17	95,54	52,91	$\frac{95,54}{52,91} = 1,81$
10-Apr-17	41,74	53,05	$\frac{41,74}{53,05} = 0,79$
11-Apr-17	-54,50	59,22	$\frac{-54,50}{59,22} = -0,92$
12-Apr-17	-115,75	59,48	$\frac{-115,75}{59,48} = -1,95$

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

Valorile semnalului tracking depășesc limita superioară a intervalului admisibil de variație în perioada 4 – 6 aprilie 2017 și se apropie de cea inferioară în ziua de 12 aprilie 2017 (Figura 1.5.).

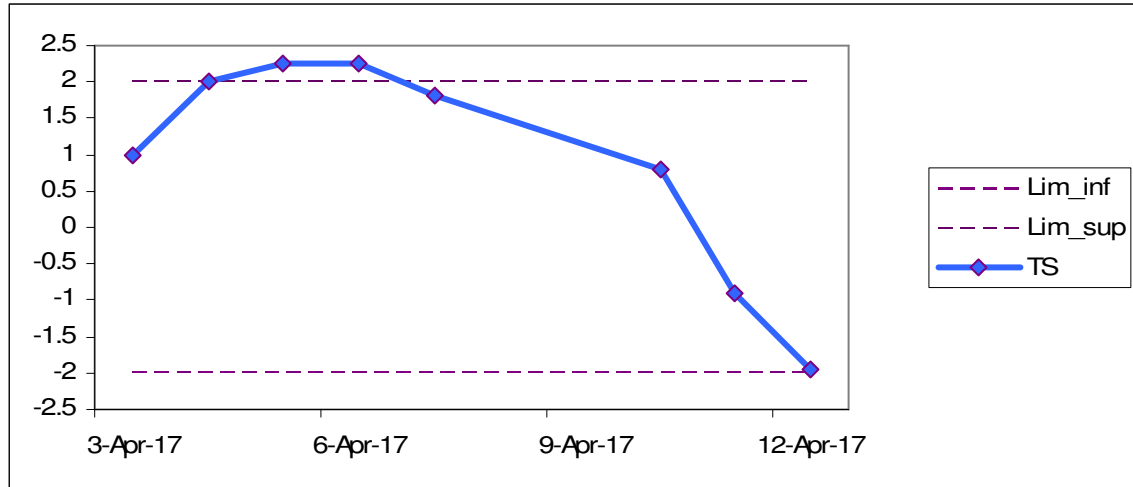


Figura 1. 5. Valori ale semnalului tracking pentru prognoza asupra valorilor indicelui DAX

Sursa datelor: <http://finance.yahoo.com>

Capitolul 2

Ajustarea seriilor de timp pe baza unor indicatori medii ai seriilor de timp

Această categorie de metode de ajustare are la bază premisa că impactul factorilor esențiali poate fi reflectat prin unele mărimi medii ale dinamicii. În acest capitol vom prezenta două astfel de procedee:

- ajustarea pe baza sporului mediu;
- ajustarea pe baza indicelui mediu al dinamicii.

2.1. Ajustarea pe baza sporului mediu

Sporul mediu al unei serii de timp poate fi calculat ca o medie aritmetică a sporurilor cu bază în lanț calculați începând cu al doilea termen. Un spor cu bază în lanț aferent termenului i ($i = 1, 2, \dots, N$), notat $\Delta_{i/i-1}$, rezultă din formula:

$$\Delta_{i/i-1} = y_i - y_{i-1} \quad (2.1.)$$

Suma celor $N-1$ sporuri ale seriei este egală cu diferența dintre ultimul și primul termen:

$$\sum_{i=2}^N \Delta_{i/i-1} = y_N - y_1 \quad (2.2.)$$

Rezultă, astfel, o relație simplificată de calcul a sporului mediu:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=2}^N \Delta_{i/i-1}}{N-1} = \frac{y_N - y_1}{N-1} \quad (2.2.)$$

O valoare pozitivă a sporului mediu indică o tendință ascendentă în timp ce una negativă corespunde unei tendințe descendente.

Pentru ajustarea unei serii de timp prin intermediul sporului mediu poate fi aplicat un algoritm descris de două reguli:

1. pentru primul termen, valoarea ajustată coincide cu cea efectivă;
2. pentru următorii termeni, valoarea ajustată este determinată prin formula:

$$\hat{y}_{i+1}^{\Delta} = y_1 + i \times \bar{\Delta} \quad (2.3.)$$

sau, într-o formă recurentă:

$$\hat{y}_{i+1}^{\Delta} = y_i^{\Delta} + \bar{\Delta}$$

Evident, pentru ultimul termen, valoarea ajustată coincide cu cea efectivă:

$$\hat{y}_N^{\Delta} = y_1 + (N-1) \times \bar{\Delta} = y_1 + \frac{(N-1) \times (y_N - y_1)}{N-1} = y_N \quad (2.4.)$$

Dacă se consideră că sezonalitya și ciclicitatea seriei de timp pot fi neglijate, valorile astfel ajustate pot servi la prognoza prin extrapolare pentru un număr rezonabil de p perioade viitoare:

$$F_{y_{N+p}}^{\Delta} = y_N^{\Delta} + p \times \bar{\Delta} \quad (2.5.)$$

sau, într-o formă recurentă:

$$F_{y_{N+p}}^{\Delta} = F_{y_{N+p-1}}^{\Delta} + \bar{\Delta}$$

Exemplul 2.1. În Tabelul 2.1. este prezentată evoluția valorilor lunare, din perioada iunie – decembrie 2016, a datoriei externe publice a României aferentă emisiunii de obligațiuni. Vom ajusta această serie prin intermediul sporului mediu prognozând, totodată, prin intermediul acestui indicator, evoluția variabilei pentru următoarele două luni. Vom aprecia, în continuare, acuratețea valorilor previzionate calculând, în cadrul unei

prognoze ex-ante pentru întreaga perioadă analizată ($\eta=N$), eroarea de prognoză cumulată și media erorilor absolute.

Tabelul 2.1. Evoluția datoriei externe publice a României (emisiuni de obligațiuni) în perioada iunie – decembrie 2016

Luna	Datorie externă publică aferentă emisiunii de obligațiuni (DE6L_DPO) [mld. euro]
Jun. 2016	18,19
Jul. 2016	18,53
Aug. 2016	19,58
Sep. 2016	19,56
Oct. 2016	19,99
Nov. 2016	19,34
Dec. 2016	19,60

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Rezolvare: Sporurile cu bază în lanț sunt determinate prin intermediul relației 2.1. (Tabelul 2.2.). Media aritmetică a acestora corespunde sporului mediu:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=2}^N \Delta_{i/i-1}}{N-1} = \frac{1,41}{7-1} = 0,235 \text{ mld. lei}$$

sau:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_N - y_1}{N-1} = \frac{19,60 - 18,19}{7-1} = 0,235 \text{ mld. lei}$$

Valoarea pozitivă a sporului mediu indică o tendință ascendentă a variabilei în perioada analizată.

Tabelul 2.2. Sporuri cu bază în lanț asociate evoluției datoriei publice externe (emisiuni de obligațiuni) în perioada iunie – decembrie 2016

Luna	Datorie publică externă aferentă emisiunii de obligațiuni (DE6L_DPO) [mld. euro]	Spor cu bază în lanț ($\Delta_{i/i-1}$) [mld. euro]
Jun. 2016	18,19	x
Jul. 2016	18,53	18,53 – 18,19 = 0,34
Aug. 2016	19,58	19,58 – 18,53 = 1,05
Sep. 2016	19,56	19,56 – 19,58 = -0,02
Oct. 2016	19,99	19,99 – 19,56 = 0,43
Nov. 2016	19,34	19,34 – 19,99 = -0,65
Dec. 2016	19,60	19,60 – 19,34 = 0,26

Total	x	1,41
Simbol pentru total	x	$\sum_{i=2}^N \Delta_{i/i-1}$

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

În continuare, determinăm valorile ajustate ale seriei de timp (Tabelul 2.3.). Pentru prima lună preluăm valoarea efectivă iar pentru lunile următoare aplicăm relația (2.3.).

Tabelul 2.3. Ajustarea datoriei publice externe (emisiuni de obligațiuni) în perioada iunie – decembrie 2016 prin intermediul sporului mediu

- mld. euro -

Luna	Datorie publică externă aferentă emisiunii de obligațiuni (y_i)	Valori ajustate prin sporul mediu (\hat{y}_i^Δ)
Jun. 2016	18,19	18,190
Jul. 2016	18,53	18,190 + 0,235 = 18,425
Aug. 2016	19,58	18,425 + 0,235 = 18,660
Sep. 2016	19,56	18,660 + 0,235 = 18,895
Oct. 2016	19,99	19,130 + 0,235 = 19,130
Nov. 2016	19,34	19,130 + 0,235 = 19,365
Dec. 2016	19,60	19,130 + 0,235 = 19,600

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

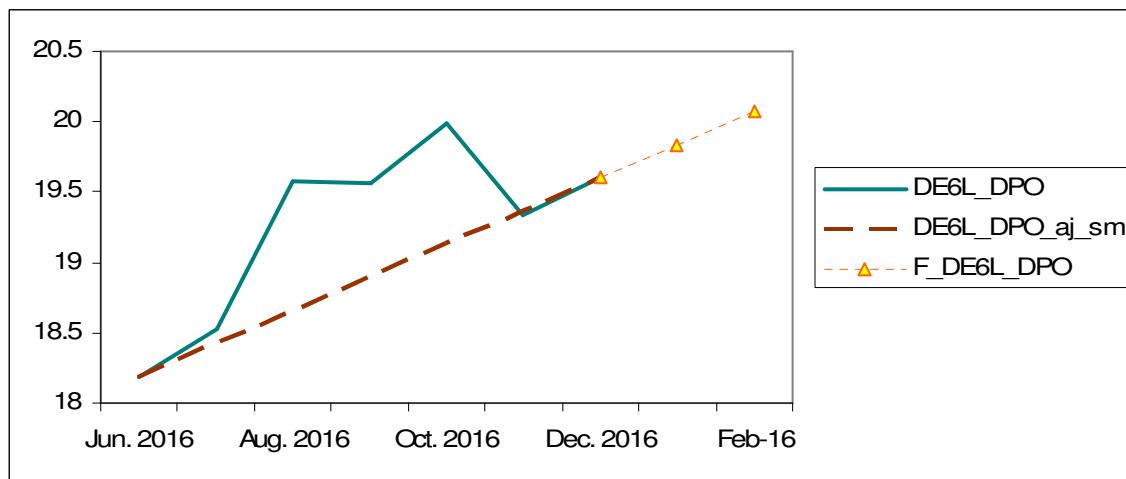


Figura 2.1. Valori efective (DE6L_DPO), ajustate (DE6L_DPO_aj_sm) și prognozate (F_DE6L_DPO) ale datoriei publice externe a României aferente emisiunii de obligațiuni [mld. euro]

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Extrapolând impactul factorilor esențiali pot fi obținute, prin relația (2.5.), valorile prognozate pentru lunile ianuarie și februarie 2017 (Figura 2.1.). Pentru ianuarie 2017 valoarea prognozată reprezintă:

$$F_{y_{Ian}}^{\Delta} = \hat{y}_{Dec}^{\Delta} + 1 \times \bar{\Delta} = 19,60 + 0,235 = 19,835 \text{ mld. lei}$$

Adăugând, la această valoare, sporul mediu, se obține previziunea pentru luna februarie:

$$F_{y_{Feb}}^{\Delta} = F_{y_{Ian}}^{\Delta} + \bar{\Delta} = 19,835 + 0,235 = 20,070 \text{ mld. lei.}$$

Pentru a aprecia acuratețea valorilor previzionate vom determina erorile unei prognoze ex-ante în care valorile prognozate coincid cu cele ajustate (Tabelul 2.4.).

Tabelul 2.4. Determinarea erorilor absolute de prognoză ex-ante pentru evoluția datoriei publice externe a României aferente emisiunii de obligațiuni

- mld. euro -

Luna	Valori efective (y _i)	Valori ajustate (\hat{y}_{i+1}^{Δ})	Eroare de prognoză (e _i)	Eroare absolută de prognoză ($ e_i $)
(0)	(1)	(2)	(3) = (1) – (2)	(4) = (3)
Jun. 2016	18,19	18,190	18,19 – 18,19 = 0	0
Jul. 2016	18,53	18,425	18,53 - 18,425 = 0,105	0,105
Aug. 2016	19,58	18,660	19,58 – 18,660 = 0,920	0,920
Sep. 2016	19,56	18,895	19,56 - 18,895 = 0,665	0,665
Oct. 2016	19,99	19,130	19,99 - 19,130 = 0,860	0,860
Nov. 2016	19,34	19,365	19,34 - 19,365 = -0,025	0,025
Dec. 2016	19,60	19,600	19,600 - 19,600 = 0	0
Total	x	x	2,525	2,575
Simbol pentru total	x	x	$\sum_{i=1}^N e_i$	$\sum_{i=1}^N e_i $

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Rezultă o eroare de prognoză cumulată:

$$CFE = \sum_{i=1}^N e_i = 2,525 \text{ mld. euro}$$

Valoarea pozitivă a acestui indicator al bias-ului reflectă o tendință a valorilor prognozate de a se situa sub cele efective.

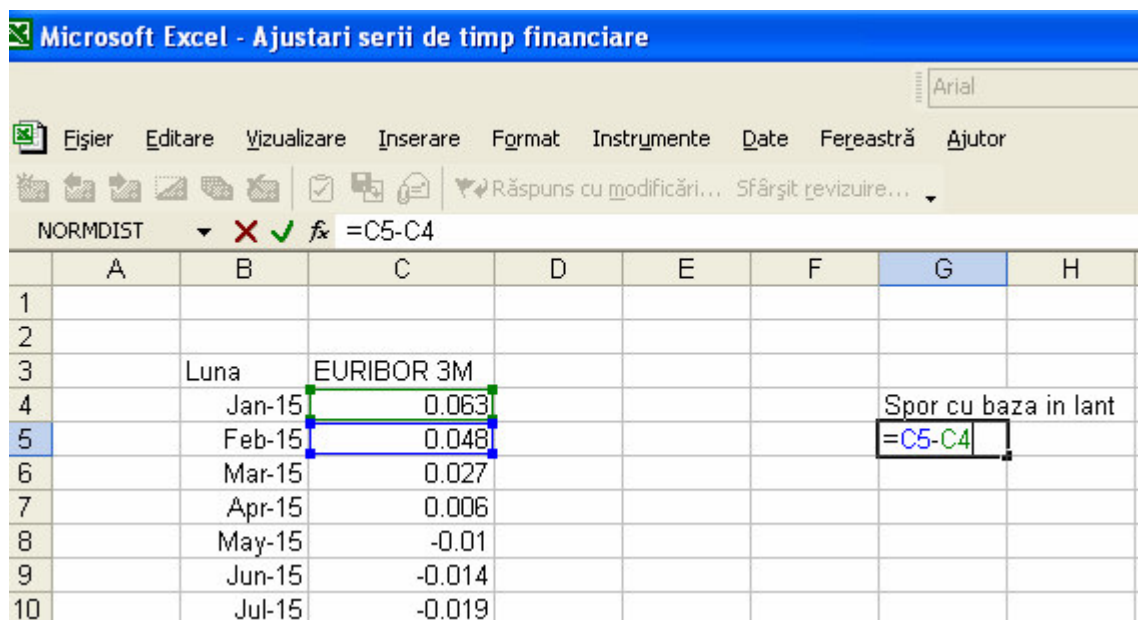
Prin intermediul relației (1.2.) obținem media erorilor absolute:

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^N |e_i|}{N} = \frac{2,575}{7} = 0,368 \text{ mld. euro}$$

Pentru serii de timp cu un număr mare de termeni este indicată utilizarea unor programe soft specializate (de exemplu, Microsoft Excel).

Exemplul 2.2. Vom ajusta, pe baza sporului mediu, valorile lunare ale rate dobânzii EURIBOR 3M din perioada ianuarie 2015 - februarie 2017, exprimate în procente pe an, furnizate de Banca Finlandei. Valorile astfel determinate vor fi extrapolate pentru a prezice evoluția variabilei în următoarele trei luni. Pentru a aprecia acuratețea prognozei vom determina eroarea cumulată și media erorilor absolute.

Rezolvare: Datele culese sunt introduse într-o foaie de lucru Microsoft Excel. Într-o coloană distinctă calculăm sporul cu bază în lanț pentru al doilea termen introducând, în prima celulă, formula de calcul (Figura 2.2.).



The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - Ajustari serii de timp financiare". The spreadsheet has columns A through H and rows 1 through 10. The data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		Luna	EURIBOR 3M					
4		Jan-15	0.063				Spor cu baza in lant	
5		Feb-15	0.048				=C5-C4	
6		Mar-15	0.027					
7		Apr-15	0.006					
8		May-15	-0.01					
9		Jun-15	-0.014					
10		Jul-15	-0.019					

Figura 2.2. Determinarea sporurilor cu bază în lanț pentru valorile lunare ale EURIBOR 3M

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

Relația înscrisă în prima celulă este transpusă pentru rândurile următoare, obținându-se, astfel, valorile ajustate pentru întreaga serie. Calculăm, în celula E2, sporul mediu ca o medie aritmetică a tuturor sporurilor cu bază în lanț (Figura 2.3.). A rezultat o valoare negativă care corespunde unei tendințe descendente.

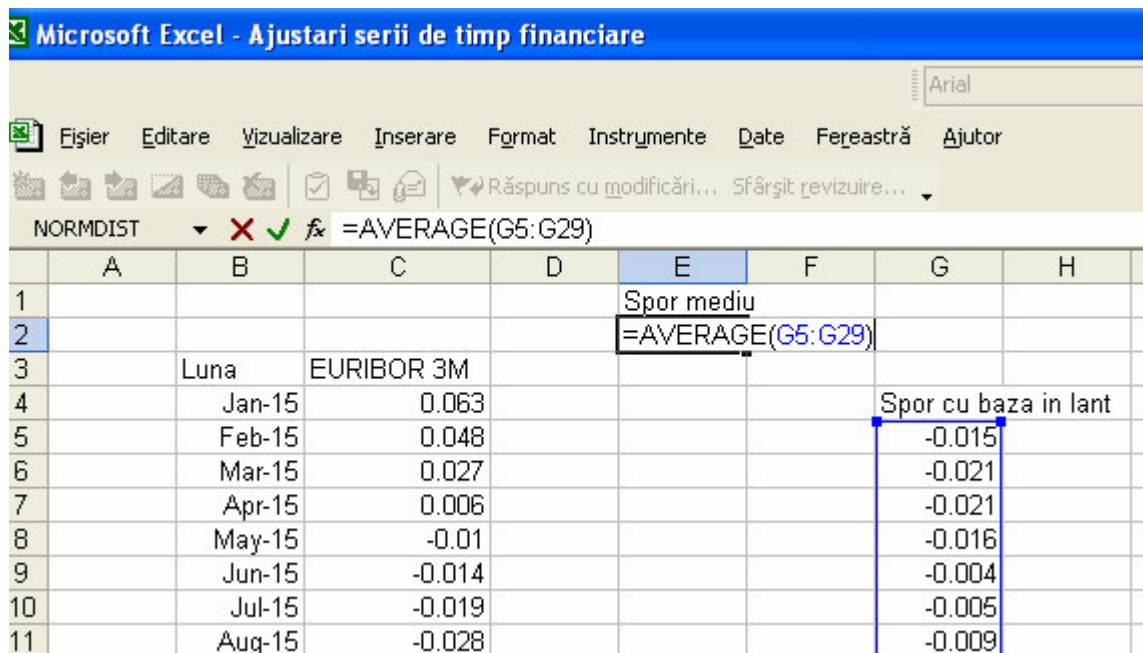


Figura 2.3. Calculul sporului mediu al valorilor lunare ale EURIBOR 3M din perioada ianuarie 2008 - februarie 2017

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

Aplicăm, în continuare, algoritmul de ajustare a seriei de timp prin intermediul sporului mediu (Figura 2.4.). Pentru prima lună, valoarea ajustată coincide cu cea efectivă. Introducem, apoi, relația (2.3.) pentru luna următoare (sporul mediu a fost înscris în expresia valorii ajustate sporul mediu sub forma „\$E\$2” pentru a i se menține valoarea în cadrul transpunerii formulei către celulele coloanei). Această relație de calcul este transferată, apoi, către rândurile următoare determinându-se, astfel, valorile ajustate pentru întreaga perioadă.

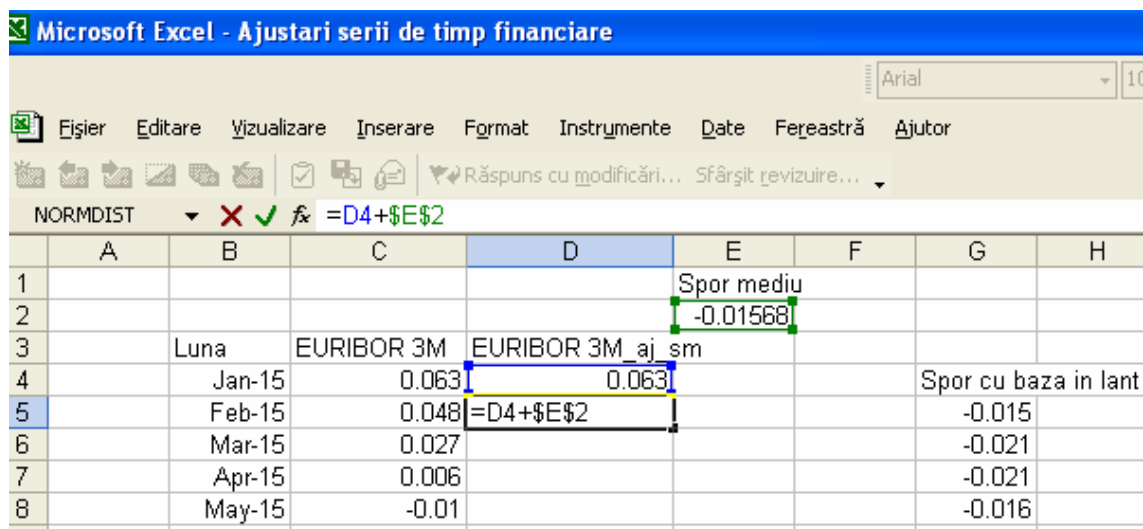


Figura 2.4. Determinarea valorilor lunare ale EURIBOR 3M ajustate pe baza sporului mediu

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

Pentru previziunea evoluției din următoarele trei luni se recurge la extrapolarea trendului (Figura 2.5.). În coloane distincte sunt înscrise numărul de luni aferente orizontului de prognoză și valorile prognozate. Pentru prima lună a orizontului de prognoză este înscrisă relația de calcul (2.5.) a valorii prognozate (valoarea ajustată a ultimei luni este introdusă sub forma „\$D\$29” iar sporul mediu sub forma „\$E\$2” astfel încât valoarea acestuia să se mențină în cadrul translatării formulei de calcul).

	A	B	C	D	E	F	G
16		Jan-16	-0.145	-0.125			-0.018
17		Feb-16	-0.184	-0.141			-0.039
18		Mar-16	-0.229	-0.157			-0.045
19		Apr-16	-0.249	-0.172			-0.02
20		May-16	-0.257	-0.188			-0.008
21		Jun-16	-0.268	-0.204			-0.011
22		Jul-16	-0.295	-0.219			-0.027
23		Aug-16	-0.298	-0.235			-0.003
24		Sep-16	-0.302	-0.251			-0.004
25		Oct-16	-0.309	-0.266			-0.007
26		Nov-16	-0.313	-0.282			-0.004
27		Dec-16	-0.316	-0.298			-0.003
28		Jan-17	-0.326	-0.313			-0.01
29		Feb-17	-0.329	-0.329	Nr luni	Valori prognozate	-0.003
30		Mar-17			1	=D\$29+E30*\$E\$2	
31		Apr-17			2		
32		May-17			3		
33							

Figura 2.5. Formula de calcul pentru prognoza valorilor lunare ale EURIBOR 3M

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

Formula de calcul este transpusă către celelalte rânduri obținându-se, astfel, valorile prognozate pentru lunile aprilie și mai (Figura 2.6.).

Microsoft Excel - Ajustari serii de timp financiare

Arial 10

Fișier Editare Vizualizare Inserare Format Instrumente Date Fereastră Ajutor

Răspuns cu modificări... Sfârșit revizuire...

	A	B	C	D	E	F	G
25		Oct-16	-0.309	-0.266			-0.007
26		Nov-16	-0.313	-0.282			-0.004
27		Dec-16	-0.316	-0.298			-0.003
28		Jan-17	-0.326	-0.313			-0.01
29		Feb-17	-0.329	-0.329	Nr luni	Valori prognozate	-0.003
30		Mar-17			1	-0.345	
31		Apr-17			2	-0.360	
32		May-17			3	-0.376	

Figura 2.6. Valori lunare ale EURIBOR 3M prognozate pentru perioada martie – mai 2017

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

Valorile prognozate se află în continuarea celor ajustate (Figura 2.7.).

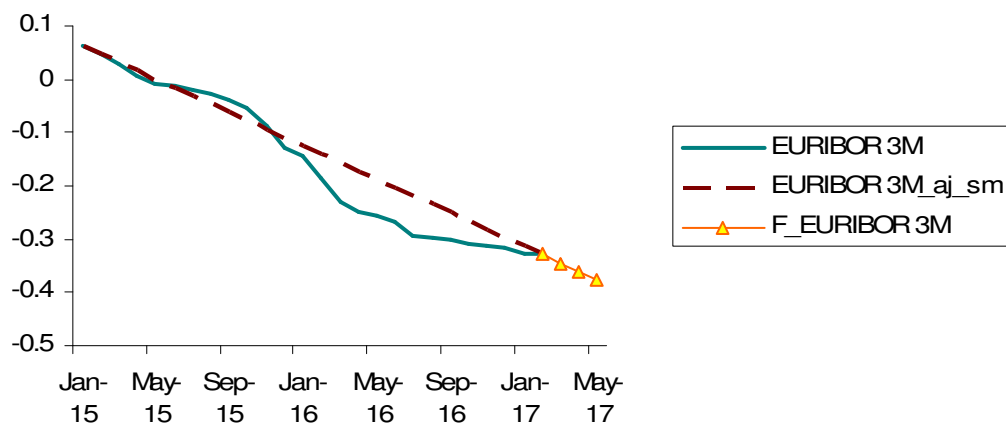


Figura 2.7. Valori ale ratei dobânzii EURIBOR 3M (F_EURIBOR 3M) din perioada martie – mai 2017 prognozate pe baza valorilor efective (EURIBOR 3M) și ajustate (EURIBOR 3M_aj_sm) ale perioadei ianuarie 2008 - februarie 2017

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

Calculăm, în continuare, erorile unei prognoze ex-ante în care valorile previzionate sunt asimilate celor ajustate. Pentru început, determinăm, pentru primul termen al seriei, diferența dintre valorile efective și cele prognozate (Figura 2.8.). Relația de calcul va fi apoi transpusă către ceilalți termeni ai seriei.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1					Spor mediu				
2					-0.01568				
3		Luna	EURIBOR 3M	EURIBOR 3M_aj_sm					Eroare de prognoza
4		Jan-15	0.063	0.063		Spor cu baza in lant			=C4-D4
5		Feb-15	0.048	0.047			-0.015		
6		Mar-15	0.027	0.032			-0.021		

Figura 2.8. Formula de calcul a erorilor unei prognoze ex-ante pentru valorile EURIBOR 3M

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

Eroarea cumulată a prognozei (CFE) este calculată ca o sumă a tuturor erorilor (Figura 2.9.).

	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		Spor mediu							
2		-0.01568							
3	EURIBOR 3M_aj_sm					Eroare de prognoza			
4		0.063		Spor cu baza in lant		0.000			CFE
5		0.047		-0.015		0.001			=SUM(I4:I29)
6		0.032		-0.021		-0.005			
7		0.016		-0.021		-0.010			

Figura 2.9. Formula de calcul a totalului erorilor unei prognoze ex-ante pentru valorile EURIBOR 3M

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

A fost obținută, astfel, o valoare negativă care reflectă tendința valorilor prognozate de a le depăși pe cele efective (Figura 2.10.).

	G	H	I	J	K	L
1						
2						
3			Eroare de prognoza	Eroare absoluta de prognoza		
4	Spor cu baza in lant		0.000	=ABS(I4)		CFE
5	-0.015		0.001			-0.5950
6	-0.021		-0.005			
7	-0.021		-0.010			
8	-0.016		-0.010			

Figura 2.10. Valoarea erorii cumulate a prognozei ex-ante pentru evoluția EURIBOR 3M

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

Determinăm, în continuare, media aritmetică a erorilor absolute (Figura 2.11.).

	G	H	I	J	K	L	M
1							
2							
3			Eroare de prognoza	Eroare absoluta de prognoza			
4	Spor cu baza in lant		0.000	0.000		CFE	
5	-0.015		0.001	0.001		-0.5950	
6	-0.021		-0.005	0.005			
7	-0.021		-0.010	0.010		MAD	
8	-0.016		-0.010	0.010		=AVERAGE(J4:J29)	
9	-0.004		0.001	0.001			
10	-0.005		0.012	0.012			

Figura 2.11. Formula de calcul a erorii medii absolute aferentă unei prognoze ex-ante asupra evoluției EURIBOR 3M

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

Rezultatul obținut reprezintă valoarea MAD (Figura 2.12.).

	G	H	I	J	K	L
1						
2						
3			Eroare de prognoza	Eroare absoluta de prognoza		
4	Spor cu baza in lant		0.000	0.000		CFE
5	-0.015		0.001	0.001		-0.5950
6	-0.021		-0.005	0.005		
7	-0.021		-0.010	0.010		MAD
8	-0.016		-0.010	0.010		0.0297
9	-0.004		0.001	0.001		
10	-0.005		0.012	0.012		

Figura 2.12. Valoarea mediei erorilor absolute (MAD) pentru o prognoză ex-ante asupra evoluției EURIBOR 3M

Sursa datelor: <https://www.suomenpankki>

2.2. Ajustarea pe baza indicelui mediu al dinamicii

Indicele mediu al dinamicii al unei serii de timp poate fi determinat ca o medie geometrică a indicilor dinamicii cu bază în lanț (aceștia sunt calculați pentru toți termenii seriei cu excepția primului). Pentru un termen cu numărul de ordine i ($i = 1, 2, \dots, N$), indicele dinamicii cu bază în lanț notat $Id_{i/i-1}$ rezultă din relația:

$$Id_{i/i-1} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \quad (2.6.)$$

Produsul celor $N-1$ indici ai dinamicii aferenți unei serii de timp este egal cu raportul dintre ultimul și primul termen:

$$\prod_{i=2}^N Id_{i/i-1} = \frac{y_N}{y_1} \quad (2.7.)$$

Se obține, astfel, formula de calcul simplificată a indicelui mediu al dinamicii:

$$\bar{Id} = \sqrt[N-1]{\prod_{i=2}^N Id_{i/i-1}} = \sqrt[N-1]{\frac{y_N}{y_1}} \quad (2.8.)$$

O valoare subunitară a indicelui mediu al dinamicii corespunde unei tendințe descendente în timp ce una supraunitară semnifică o tendință ascendentă.

Algoritmul de ajustare a unei serii de timp pe baza indicelui mediu al dinamicii este descris de următoarele reguli:

1. la fel ca în cazul ajustării pe baza sporului mediu, pentru primul termen, valoarea ajustată coincide cu cea efectivă;
2. pentru următorii termeni ai seriei se aplică relația de calcul:

$$\hat{y}_{i+1}^{Id} = y_1 \times \bar{I}d^{i-1} \quad (2.9.)$$

care poate fi transpusă și într-o formă recurentă:

$$\hat{y}_{i+1}^{Id} = \hat{y}_i^{Id} \times \bar{I}d$$

Pentru ultimul termen al seriei valoarea ajustată trebuie să fie egală cu cea efectivă:

$$\hat{y}_N^{Id} = y_1 \times \bar{I}d^{N-1} = y_1 \times \frac{y_N}{y_1} \quad (2.10.)$$

Neglijând sezonalitatea și ciclicitatea seriei de timp, valorile extrapolate ale trendului pentru un număr rezonabil de p perioade viitoare pot fi asimilate celor previzionate:

$$F_{y_{N+p}}^{Id} = \hat{y}_N^{Id} \times \bar{I}d^p \quad (2.11.)$$

sau, într-o formă recurentă:

$$F_{y_{N+p}}^{Id} = F_{y_{N+p-1}}^{Id} \times \bar{I}d$$

Exemplul 2.3. În Tabelul 2.5. sunt prezentate valorile anuale ale ratelor dobânzilor pentru depozitele bancare (FR.INR.DPST) din Bulgaria în perioada 2007 – 2015, furnizate de Banca Mondială. Vom obține trendul acestei serii de timp prin ajustare pe baza indicelui mediu al dinamicii prognozând, totodată, evoluția variabilei pentru următorii doi ani. Acuratețea acestei prognoze va fi apreciată prin intermediul mediei erorilor absolute.

Tabelul 2.5. Valori anuale ale ratelor dobânzilor pentru depozitele bancare din Bulgaria

An	Rate ale dobânzilor (y_i) [%/an]
2007	3,682
2008	4,445
2009	6,178
2010	4,076
2011	3,368
2012	3,084
2013	2,413
2014	1,656
2015	0,614

Sursa datelor: <http://data.worldbank.org>

Rezolvare: Modul de calcul al indicilor dinamicii cu bază în lanț este descris în Tabelul 2.6.. Media geometrică a acestora corespunde indicelui mediu al dinamicii.

Tabelul 2.6. Determinarea indicilor dinamicii cu bază în lanț pentru valorile anuale ale ratelor dobânzilor pentru depozitele bancare din Bulgaria

An	Rate ale dobânzilor (y_i) [%/an]	Indice al dinamicii cu bază în lanț ($Id_{i/i-1}$)
2007	3,682	x
2008	4,445	$\frac{4,445}{3,682} = 1,2071$
2009	6,178	$\frac{6,178}{4,445} = 1,3899$
2010	4,076	$\frac{4,076}{6,178} = 0,6598$
2011	3,368	$\frac{3,368}{4,076} = 0,8264$
2012	3,084	$\frac{3,084}{3,368} = 0,9157$
2013	2,413	$\frac{2,413}{3,084} = 0,7825$
2014	1,656	$\frac{1,656}{2,413} = 0,6861$
2015	0,614	$\frac{0,614}{1,656} = 0,3707$

Sursa datelor: <http://data.worldbank.org>

Aplicând relația (2.8) rezultă indicele mediu al dinamicii:

$$\bar{Id} = \sqrt[N]{\frac{y_N}{y_1}} = \sqrt[9]{\frac{0,614}{3,682}} = 0,7994$$

Valoarea subunitară a acestui indicator reflectă o tendință descendentă pronunțată.

Tabelul 2.6. Ajustarea valorilor anuale ale ratelor dobânzilor pentru depozitele bancare din Bulgaria pe baza indicelui mediu al dinamicii

An	Ratele dobânzilor pentru depozitele bancare din Bulgaria (y_i) [%/an]	Valori ajustate prin indicele mediu al dinamicii (\hat{y}_i^{Id}) [%/an]
2007	3,682	3,682
2008	4,445	$3,682 \times 0,7994 = 2,943$
2009	6,178	$2,943 \times 0,7994 = 2,353$
2010	4,076	$2,353 \times 0,7994 = 1,881$
2011	3,368	$1,881 \times 0,7994 = 1,503$
2012	3,084	$1,503 \times 0,7994 = 1,202$

2013	2,413	$1,202 \times 0,7994 = 0,961$
2014	1,656	$0,961 \times 0,7994 = 0,768$
2015	0,614	$0,768 \times 0,7994 = 0,614$

Sursa datelor: <http://data.worldbank.org>

Extrapolând valorile trendului, prin relația (2.11.), rezultă valorile prognozate pentru următorii doi ani. Pentru anul 2016 s-ar obține:

$$F_{y_{2016}}^{ld} = \hat{y}_{2015}^{ld} \times \bar{I}d = 0,614 \times 0,7994 = 0,491\%/an$$

Valoarea prognozată pentru anul 2017 reprezintă:

$$F_{y_{2017}}^{ld} = F_{y_{2016}}^{ld} \times \bar{I}d = 0,491 \times 0,7994 = 0,392\%/an$$

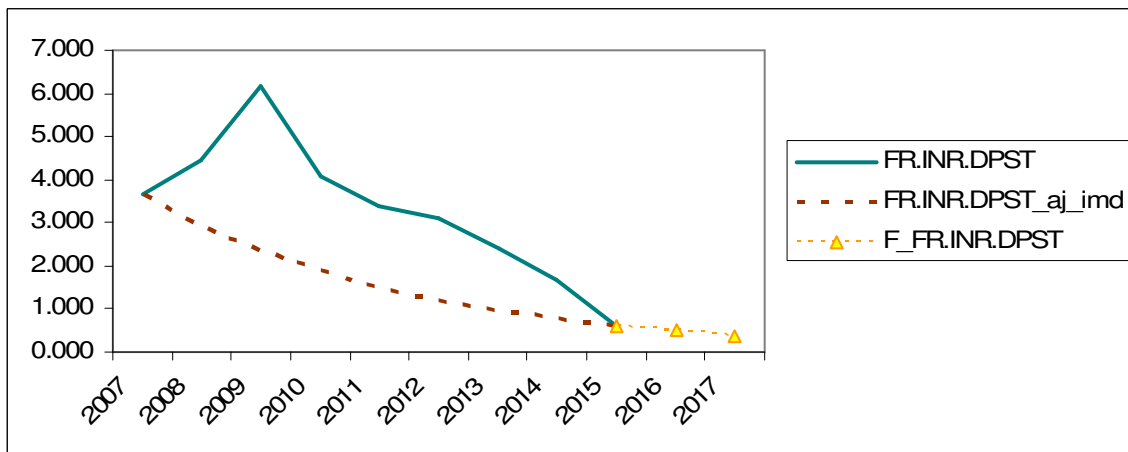


Figura 2.13. Valori efective (FR.INR.DPST), ajustate (FR.INR.DPST_aj_imd) și prognozate (F_FR.INR.DPST) ale ratelor dobânzilor pentru depozitele bancare din Bulgaria

Sursa datelor: <http://data.worldbank.org>

Aceste valori prognozate se află în continuarea celor ajustate (Figura 2.13). Pentru a aprecia acuratețea previziunii recurgem la o prognoză ex-ante în care valorile anticipate coincid cu cele ajustate. Pe baza acestora calculăm erorile absolute (Tabelul 2. 7.).

Tabelul 2. 7. Determinarea erorilor absolute ale unei prognoze ex-ante asupra evoluției ratelor dobânzilor pentru depozitele bancare din Bulgaria

An	Ratele dobânzilor (y_i) [%/an]	Valori ajustate (\hat{y}_i^{ld}) [%/an]	Eroare absolută a prognozei ex-ante ($ e_i $) [%/an]	Eroare absolută procentuală de prognoză (APE_i)
(0)	(1)	(2)	(3) = $ 1) - (2) $	(4) = $\frac{(3)}{(1)}$

2007	3,682	3,682	0,000	$\frac{0,000}{3,682} = 0,00\%$
2008	4,445	2,943	1,502	$\frac{1,502}{4,445} = 33,78\%$
2009	6,178	2,353	3,825	$\frac{3,825}{6,178} = 61,91\%$
2010	4,076	1,881	2,195	$\frac{2,195}{4,076} = 53,85\%$
2011	3,368	1,504	1,864	$\frac{1,864}{3,368} = 55,36\%$
2012	3,084	1,202	1,882	$\frac{1,882}{3,084} = 61,03\%$
2013	2,413	0,961	1,452	$\frac{0,000}{3,682} = 60,18\%$
2014	1,656	0,768	0,888	$\frac{0,888}{1,656} = 53,62\%$
2015	0,614	0,614	0,000	$\frac{0,000}{0,614} = 0,00\%$
Total	x	x	13,608	379,73%
Simbol pentru total	x	x	$\sum_{i=1}^N e_i $	$\sum_{i=1}^N APE_i$

Sursa datelor: <http://data.worldbank.org>

Media erorilor absolute ale prognozei ex-ante reprezintă:

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^N |e_i|}{N} = \frac{13,608}{9} = 1,51\%/an$$

Aplicând relația (1.4.) obținem un nivel mediu semnificativ al erorilor absolute procentuale:

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^N APE_i}{N} = \frac{379,73\%}{9} = 42,19\%$$

Pentru seriile de timp cu un număr mare de termen este indicată utilizarea unor programe software specializate.

Exemplul 2.4. Vom ajusta, pe baza indicelui mediu al dinamicii, valorile lunare ale datoriei externe a României pe termen lung (DE6L_DTML) din perioada ianuarie 2015 – decembrie 2016. Vom previziona, de asemenea, prin extrapolare, evoluția variabilei din

următoarele patru luni. Pentru a aprecia acuratețea previziunii vom determina media erorilor absolute ale unei prognoze ex-ante.

Rezolvare: Într-o foaie de lucru Excel au fost introduse, pe o coloană, valorile lunare ale variabilei DE6L_DTML (Figura 2.14.). În altă coloană calculăm indicele dinamicii cu bază în lanț pentru al doilea termen prin relația (2.6.). Această formulă este transpusă, în continuare, către termenii ulteriori.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3		Luna	DE6L_DTML						
4		January-15	75722.3				Indice al dinamicii cu baza in lanț		
5		February-15	74559.8				=C5/C4		
6		March-15	73676.3						

Figura 2.14. Determinarea indicilor dinamicii cu bază în lanț pentru valorile lunare ale datoriei externe a României pe termen lung (DE6L_DTML), exprimate în milioane de euro

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Într-o celulă alăturată este calculat, ca o medie geometrică a indicilor dinamicii cu bază în lanț, indicele mediu al dinamicii (Figura 2.15.). Se obține, astfel, o valoare subunitară care relevă o tendință descendentă.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1					Indice mediu al dinamicii				
2					=GEOMEAN(G5:G27)				
3		Luna	DE6L_DTML						
4		January-15	75722.3				Indice al dinamicii cu baza in lanț		
5		February-15	74559.8				0.984648		
6		March-15	73676.3				0.98815		
7		April-15	72233				0.98041		
8		May-15	71472.5				0.989472		
9		June-15	70747.4				0.989855		
10		July-15	70493.8				0.996415		
11		August-15	70126.3				0.994787		

Figura 2.15. Calculul indicelui mediu al dinamicii pentru datoria externă a României pe termen lung din perioada ianuarie 2015 – decembrie 2016

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

În continuare, este aplicat algoritmul de ajustare pe baza indicelui mediu al dinamicii (Figura 2.16). Pentru primul termen, este preluată valoarea efectivă iar pentru următorul este introdusă relația (2.10). Formula de calcul este, apoi, transpusă către termenii următori (indicele mediu al dinamicii a fost înscris în relația de calcul sub forma „\$E\$2” pentru a i se menține valoarea în cadrul translataării).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1					Indice mediu al dinamicii			
2					0.996039			
3		Luna	DE6L_DTML	DE6L_DTML_aj_idm				
4		January-15	75722.3	75722.3			Indice al dinamic	
5		February-15	74559.8	=D4*\$E\$2			0.984648	
6		March-15	73676.3				0.98815	

Figura 2.16. Determinarea trendului pentru datoria externă a României pe termen lung
Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

După determinarea valorilor ajustate se trece la extrapolarea acestora pentru a se previziona evoluția variabilei în următoarele luni (Figura 2.17). Coloanele alăturate sunt asociate numărului de luni al orizontului de prognoză și valorilor prognozate. Pentru prima lună a intervalului de prognoză este înscrisă relația de calcul (2.12.) a valorii prognozate.

	A	B	C	D	E	F	G
22		July-16	69380.8	70501.5			1.003377
23		August-16	70167.1	70222.3			1.011333
24		September-16	70171.9	69944.1			1.000068
25		October-16	70384.8	69667.1			1.003034
26		November-16	69758	69391.2			0.991095
27		December-16	69116.3	69116.3	Nr. luni	Valori prognozate	0.990801
28		January-17			1	= \$D\$27 * (\$E\$2 ^ E28)	
29		February-17			2		
30		March-17			3		
31		April-17			4		

Figura 2.17. Formula de calcul pentru extrapolarea trendului datoriei externe a României pe termen lung
Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Relația de calcul este transpusă pentru rândurile următoare prognozându-se, astfel, evoluția viitoare a variabilei (Figura 2.18).

Microsoft Excel - Ajustari serii de timp financiare

Fișier Editare Vizualizare Inserare Formate Instrumente Date Fereastră Ajutor

H35

	A	B	C	D	E	F	G
25		October-16	70384.8	69667.1			1.003034
26		November-16	69758	69391.2			0.991095
27		December-16	69116.3	69116.3	Nr. luni	Valori prognozate	0.990801
28		January-17			1	68842.5	
29		February-17			2	68569.9	
30		March-17			3	68298.3	
31		April-17			4	68027.7	
32							

Figura 2.18. Prognoza datoriei externe a României pe termen lung din perioada ianuarie aprilie 2017, realizată prin extrapolarea valorilor ajustate pe baza indicelui mediu al dinamicii

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Aceste valori prognozate se află în continuarea liniei valorilor ajustate (Figura 2.19.).

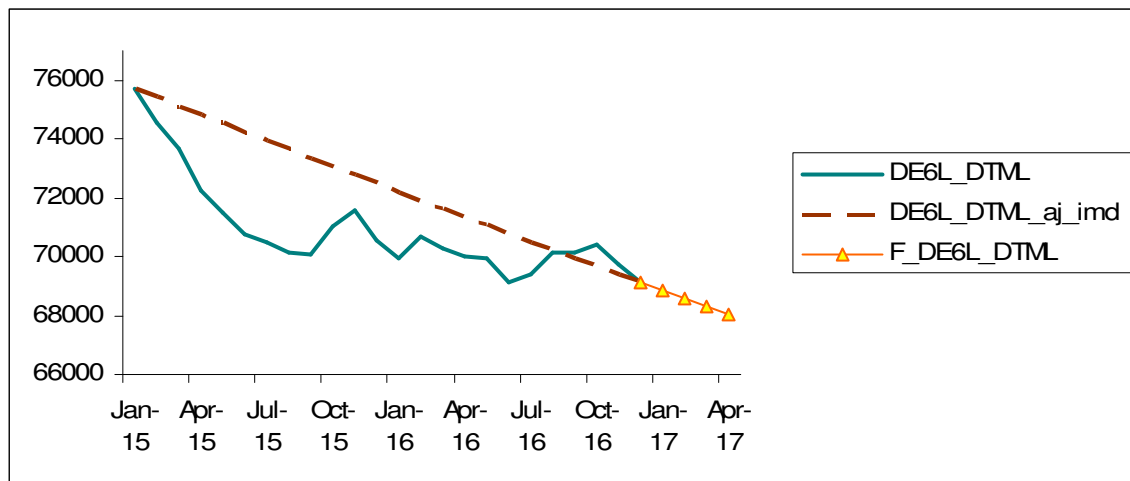


Figura 2.19. Valori efective (DE6L_DTML), ajustate (DE6L_DTML_aj_imd) și prognozate (F_DE6L_DTML) asociate evoluției datoriei externe a României pe termen lung

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Pentru a estima precizia acestei previziuni vom asimila valorile ajustate unei prognoze ex-ante. Determinăm, pentru primul termen, eroarea de prognoză ca o diferență dintre valoarea efectivă și cea prognozată (Figura 2.20.). Această relație este transpusă, apoi, către celelalte luni.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1					Indice mediu al dinamicii			
2					0.996039			
3		Luna	DE6L_DTML	DE6L_DTML_aj_idm				Eroare de prognoza
4		January-15	75722.3	75722.3			Indice al dinamicii cu baza in lant	=C4-D4
5		February-15	74559.8	75422.4			0.9846	
6		March-15	73676.3	75123.6			0.9882	

Figura 2.20. Formula de calcul a erorii de prognoză pentru evoluția datoriei externe a României pe termen lung

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Calculăm, în continuare, erorile absolute ale prognozei ex-ante. Înscriem, pentru primul termen, formula de calcul care va fi, apoi, transpusă către celelalte luni (Figura 2.21.).

	C	D	E	F	G	H	I	J
1					Indice mediu al dinamicii			
2					0.996039			
3	DE6L_DTML	DE6L_DTML_aj_idm					Eroare de prognoza	Eroare absoluta procentuala
4	75722.3	75722.3				Indice al dinat	0.00	=ABS(H4/C4)
5	74559.8	75422.4				0.9846	-862.57	
6	73676.3	75123.6				0.9882	-1447.33	
7	72233	74826.1				0.9804	-2593.07	

Figura 2.21. Formula de calcul a erorii absolute procentuale pentru o prognoză ex-ante asociată evoluției datoriei externe a României pe termen lung

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Introducem, într-o celulă separată, relația (1.4.) de calcul a mediei erorilor procentuale absolute (Figura 2.22.).

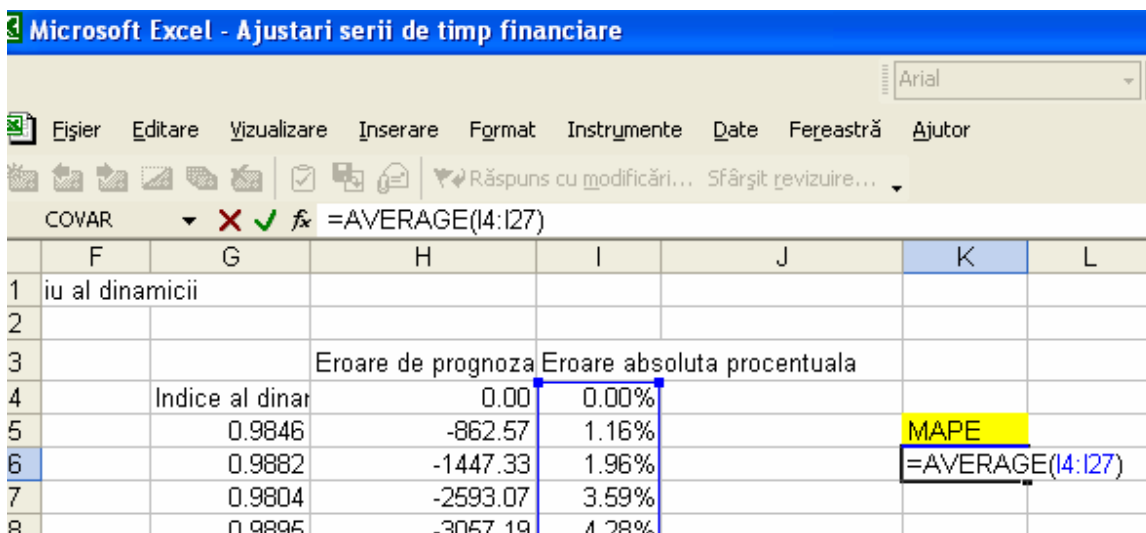


Figura 2.22. Relația de calcul a mediei erorilor procentuale absolute pentru o prognoză ex-ante asupra evoluției datoriei externe a României pe termen lung

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Se obține, astfel, o medie a erorilor procentuale absolute (MAPE) de 2,25% (Figura 2.23.).

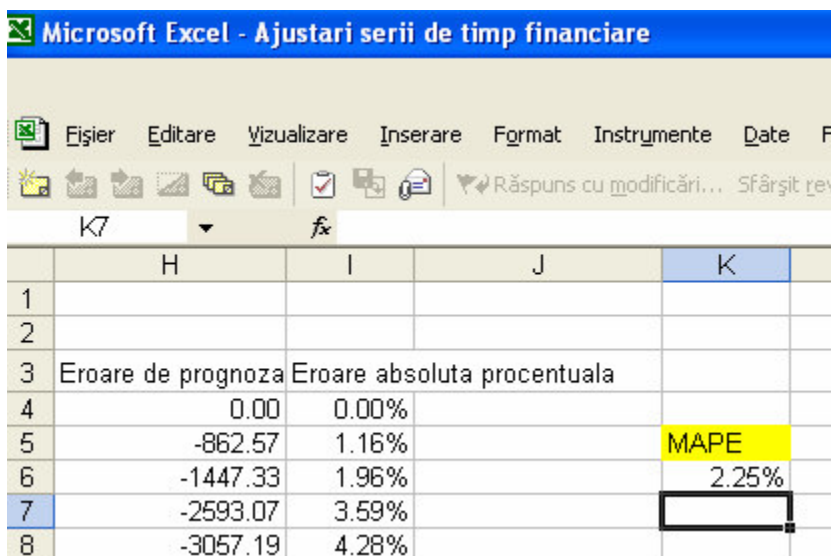


Figura 2.22. Media erorilor procentuale absolute pentru o prognoză ex-ante asociată evoluției datoriei externe a României pe termen lung

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Capitolul 3

Ajustări pe baza mediei mobile simple

Metodele de ajustare pe baza mediilor mobile pornesc de la premisa că impactul factorilor esențiali poate fi transpus în nivelul mediu al valorilor unor termeni consecutivi.

Evident, acest nivel mediu variază de la un termen la altul, ceea ce dă denumirea de medie mobilă. În acest capitol vom aborda ajustarea pe baza mediei mobile simple care are la bază formula:

$$\hat{y}_i^{MA(n)} = \frac{y_{i-n+1} + y_{i-n+2} + \dots + y_i}{n} \quad (3.1.)$$

unde:

- $\hat{y}_i^{MA(n)}$ este valoarea ajustată pentru termenul cu numărul de ordine i ($i \geq n$);
- n este numărul de termeni consecutivi pe baza cărora este determinată media mobilă.

Calculul valorilor ajustate începe de la termenul cu numărul de ordine n (altfel spus, nu sunt determinate valorile ajustate pentru primii $n-1$ termeni). Rezultatele ajustării pot servi ca o bază pentru prognozele variabilelor financiare. De regulă, se consideră că valoarea prognozată pentru o anumită perioadă ($F_{y_{i+1}}^{MA(n)}$) corespunde valorii ajustate aferente perioadei imediat anterioare:

$$F_{y_{i+1}}^{MA(n)} = \hat{y}_i^{MA(n)} \quad (3.2.)$$

Previziunile pentru orizonturi de timp mai îndepărtate se lovesc de obstacolul indisponibilității valorilor efective utilizate în cadrul ajustării. O soluție la această problemă poate fi luarea în considerare a valorilor ajustate anterior.

Numărul maxim de termeni pentru care pot fi determinate valori prognozate ex-ante este reprezentat de diferența dintre numărul (N) de termeni ai seriei și numărul (n) de termeni consecutivi pe baza cărora este determinată media mobilă:

$$\max(\eta) = N - n \quad (3.3.)$$

Exemplul 3.1. În Tabelul 3.1. sunt prezentate valorile zilnice de închidere ale indicelui PX de la Bursa de Valori din Praga din perioada 21 Februarie – 8 martie 2017. Vom determina trendul acestei variabile prin ajustare pe baza mediei mobile simple calculată pentru trei perioade previzionând, totodată, valorile de închidere din zilele de 9 și 10 martie 2017. Pentru a aprecia acuratețea previziunii vom determina eroarea de prognoză cumulată și media erorilor absolute. Vom calcula, de asemenea, valorile semnalului de tip „tracking” și vom analiza bias-ul prognozei raportându-ne la intervalul admisibil de variație [-2,5; 2,5].

Tabelul 3.1. Valori zilnice de închidere ale indicelui PX în perioada 21 Februarie – 8 Martie 2017

Zile	Valori zilnice de închidere
21-Feb-17	974,47
22-Feb-17	972,72
23-Feb-17	972,20
24-Feb-17	960,05
27-Feb-17	958,61

28-Feb-17	953,92
1-Mar-17	971,95
2-Mar-17	977,16
3-Mar-17	974,23
6-Mar-17	975,57
7-Mar-17	971,70
8-Mar-17	972,24

Sursa datelor: <https://www.pse.cz>

Rezolvare: Aplicarea formulei (3.1.) de ajustare pe baza mediei mobile a trei termeni consecutivi este ilustrată în Tabelul 3.2.

Tabelul 3.2. Determinarea valorilor ajustate pentru evoluția indicelui PX

Zile	Valoare efectivă (y_i)	Valoare ajustată ($\hat{y}_i^{MA(3)}$)
21-Feb-17	974,47	x
22-Feb-17	972,72	x
23-Feb-17	972,20	$\frac{974,47 + 972,72 + 972,20}{3} = 973,13$
24-Feb-17	960,05	$\frac{972,72 + 972,20 + 960,05}{3} = 968,32$
27-Feb-17	958,61	$\frac{972,20 + 960,05 + 958,61}{3} = 963,62$
28-Feb-17	953,92	$\frac{960,05 + 958,61 + 953,92}{3} = 957,53$
1-Mar-17	971,95	$\frac{958,61 + 953,92 + 971,95}{3} = 961,49$
2-Mar-17	977,16	$\frac{953,92 + 971,95 + 977,16}{3} = 967,68$
3-Mar-17	974,23	$\frac{971,95 + 977,16 + 974,23}{3} = 974,45$
6-Mar-17	975,57	$\frac{977,16 + 974,23 + 975,57}{3} = 975,65$
7-Mar-17	971,70	$\frac{974,23 + 975,57 + 971,70}{3} = 973,83$
8-Mar-17	972,24	$\frac{975,57 + 971,70 + 972,24}{3} = 973,17$

Sursa datelor: <https://www.pse.cz>

În Figura 3.1. sunt prezentate valorile efective și ajustate ale indicelui PX.

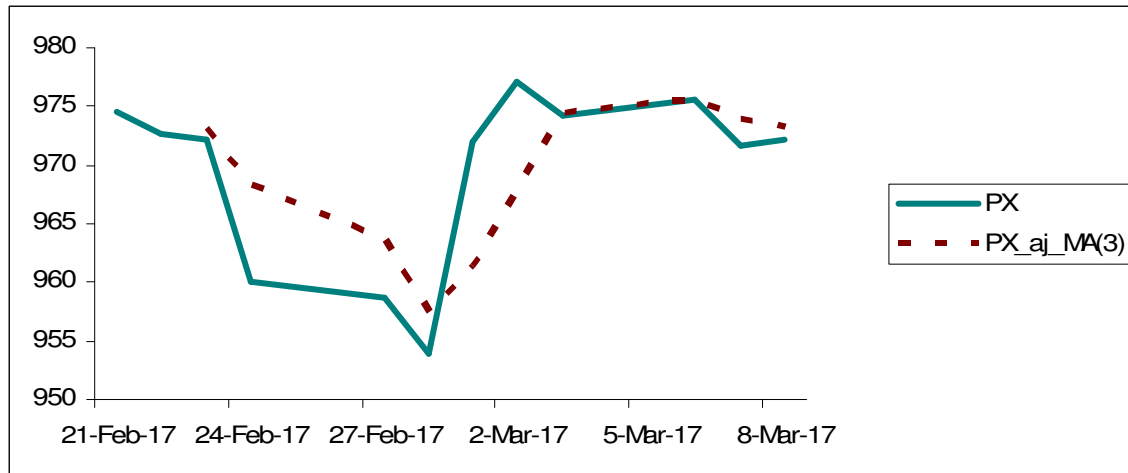


Figura 3.1. Valori efective (PX) și ajustate (PX_aj_MA(3)) ale indicelui PX din perioada 21 Februarie – 8 Martie 2017

Sursa datelor: <https://www.pse.cz>

Valoarea de închidere previzionată pentru 9 martie 2017 corespunde celei ajustate din 8 martie 2017.

$$F_{y_{9-Mar}}^{MA(3)} = \hat{y}_{8-Mar}^{MA(3)} = 973,17$$

Pentru a preziona valoarea de închidere din 10 martie 2017 trebuie să determinăm valoarea ajustată din ziua anterioară. Deoarece nu dispunem de valoarea efectivă din 9 martie 2017 vom utiliza, în schimb, valoarea prognozată:

$$F_{y_{10-Mar}}^{MA(3)} = \hat{y}_{9-Mar}^{MA(3)} = \frac{971,70 + 972,24 + 973,17}{3} = 972,37$$

În cadrul estimării acurateței previziunii vom considera că fiecare valoare ajustată dintr-o zi reprezintă prognoza ex-ante pentru ziua următoare. Calculăm, astfel, erorile de prognoză (Tabelul 3.3.).

Tabelul 3.3. Determinarea erorilor prognozei ex-ante asupra evoluției indicelui PX

Zile	PX (y_i)	Valoare ajustată ($\hat{y}_i^{MA(3)}$)	Valoare prognozată ex-ante ($F^{ant}(y_i)$)	Eroare a prognozei ex-ante (e_i)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4) = (1) – (3)
21-Feb-17	974,47	x	x	x
22-Feb-17	972,72	x	x	x
23-Feb-17	972,2	973,13	x	x
24-Feb-17	960,05	968,32	973,13	960,05 - 973,13 = -13,08

27-Feb-17	958,61	963,62	968,32	958,61 - 968,32 = -9,71
28-Feb-17	953,92	957,53	963,62	953,92 - 963,62 = -9,70
1-Mar-17	971,95	961,49	957,53	971,95 - 957,53 = 14,42
2-Mar-17	977,16	967,68	961,49	977,16 - 961,49 = 15,67
3-Mar-17	974,23	974,45	967,68	974,23 - 967,68 = 6,55
6-Mar-17	975,57	975,65	974,45	975,57 - 974,45 = 1,12
7-Mar-17	971,70	973,83	975,65	971,70 - 975,65 = -3,95
8-Mar-17	972,24	973,17	973,83	972,24 - 973,83 = -1,59
Total	x	x	x	-0,27
Simbol pentru total	x	x	x	$\sum_{i=1}^{N-n} e_i$

Sursa datelor: <https://www.pse.cz>

Eroarea de prognoză cumulată pentru ansamblul seriei reprezintă:

$$CFE = \sum_{i=1}^{N-n} e_i = -0,27$$

Valoarea negativă a acestui indicator reflectă tendința valorilor prognozate de a le depăși pe cele efective. Determinăm, în continuare, pentru fiecare termen al seriei, eroarea cumulată și absolută (Tabelul 3.4.).

Tabelul 3.4. Calculul erorilor cumulate și absolute ale unei prognoze ex-ante asupra evoluției indicelui PX

Zile	Eroare a prognozei ex-ante (e_i)	Eroare de prognoză cumulată (CFE(i))	Eroare absolută ($ e_i $)
(0)	(1)	(2)	(3) = (1)
24-Feb-17	-13,08	-13,08	13,08
27-Feb-17	-9,71	-9,71 + (-13,08) = -22,79	9,71
28-Feb-17	-9,70	-9,7 + (-22,79) = -32,49	9,70
1-Mar-17	14,42	14,42 + (-32,49) = -18,07	14,42
2-Mar-17	15,67	15,67 + (-18,07) = -2,40	15,67
3-Mar-17	6,55	6,55 + (-2,4) = 4,15	6,55
6-Mar-17	1,12	1,12 + 4,15 = 5,27	1,12
7-Mar-17	-3,95	-3,95 + 5,27 = 1,32	3,95
8-Mar-17	-1,59	1,59 + 1,32 = -0,27	1,59
Total	-0,27	x	75,79

Simbol pentru total	$\sum_{i=1}^{N-n} e_i$	x	$\sum_{i=1}^{N-n} e_i $
------------------------	------------------------	---	--------------------------

Sursa datelor: <https://www.pse.cz>

Aplicând relația (1.2.) obținem o valoare a mediei erorilor absolute:

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^{N-n} |e_i|}{N-n} = \frac{75,79}{12-3} = 8,42$$

Determinăm, în continuare, pentru fiecare termen, media erorilor absolute (Tabelul 3.5.).

Tabelul 3.5. Calculul mediei erorilor absolute pentru valorile prognozate ex-ante ale indicelui PX

Zile	Erori absolute ($ e_i $)	Eroare absolută cumulată (CFAE _i)	Nr. termeni (i)	Media erorilor absolute (MAD(i))
(0)	(1)	(2)	(3)	(4) = $\frac{(2)}{(3)}$
24-Feb-17	13,08	13,08	1	$\frac{13,08}{1} = 13,08$
27-Feb-17	9,71	9,71 + 13,08 = 22,79	2	$\frac{22,79}{2} = 11,40$
28-Feb-17	9,70	9,70 + 22,79 = 32,49	3	$\frac{32,49}{3} = 10,83$
1-Mar-17	14,42	14,42 + 32,49 = 46,91	4	$\frac{46,91}{4} = 11,73$
2-Mar-17	15,67	15,67 + 46,91 = 62,58	5	$\frac{62,58}{5} = 12,52$
3-Mar-17	6,55	6,55 + 62,58 = 69,13	6	$\frac{69,13}{6} = 11,52$
6-Mar-17	1,12	1,12 + 69,13 = 70,25	7	$\frac{70,25}{7} = 10,04$
7-Mar-17	3,95	3,95 + 70,25 = 74,2	8	$\frac{74,20}{8} = 9,28$
8-Mar-17	1,59	1,59 + 74,2 = 75,79	9	$\frac{75,79}{9} = 8,42$

Sursa datelor: <https://www.pse.cz>

Raportând, pentru fiecare termen al seriei de timp, eroarea de prognoză cumulată la media erorilor absolute obținem valorile semnalului tracking (Tabelul 3.6.).

Tabelul 3.6. Determinarea valorilor semnalului tracking pentru o prognoză ex-ante asupra evoluției indicelui PX

Zile	Eroare de prognoză cumulată (CFE(i))	Media erorilor absolute (MAD(i))	Semnal tracking (TS _i)
(0)	(1)	(2)	(3) = $\frac{(1)}{(2)}$
24-Feb-17	-13,08	13,08	$\frac{-13,08}{13,08} = -1,00$
27-Feb-17	-22,79	11,40	$\frac{-22,79}{11,40} = -2,00$
28-Feb-17	-32,49	10,83	$\frac{-32,49}{10,83} = -3,00$
1-Mar-17	-18,07	11,73	$\frac{-18,07}{11,73} = -1,54$
2-Mar-17	-2,40	12,52	$\frac{-2,40}{12,52} = -0,19$
3-Mar-17	4,15	11,52	$\frac{4,15}{11,52} = 0,36$
6-Mar-17	5,27	10,04	$\frac{5,27}{10,04} = 0,53$
7-Mar-17	1,32	9,28	$\frac{1,32}{9,28} = 0,14$
8-Mar-17	-0,27	8,42	$\frac{-0,27}{8,42} = -0,03$

Sursa datelor: <https://www.pse.cz>

Valorile semnalului tracking depășesc limita inferioară a intervalul admisibil de variație în ziua de 28 februarie 2017 (Figura 3.2.).

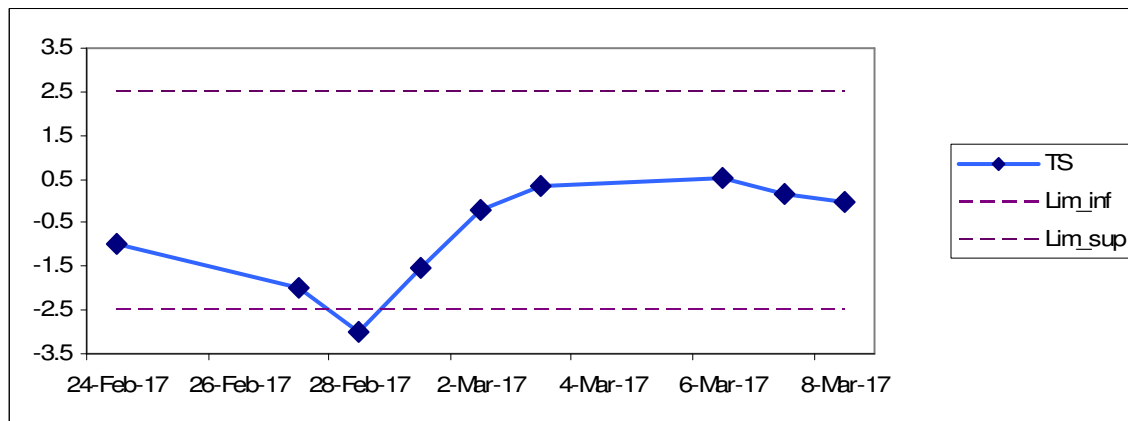


Figura 3.2. Valori ale semnalului tracking pentru o prognoză ex-ante asupra evoluției indicelui PX

Sursa datelor: <https://www.pse.cz>

Pentru ajustarea seriilor de timp cu un număr mare de termeni pot fi utilizate facilitățile oferite de programul Excel Microsoft.

Exemplul 3.2. Vom ajusta, pe baza mediei mobile simple, determinată pentru o perioadă de șase zile (MA(6)), valorile zilnice ale cursului valutar leu – liră sterlină din perioada 3 ianuarie – 6 aprilie 2017. Prin extrapolarea valorilor astfel ajustate vom prognoza evoluția cursului în ziua de șapte aprilie. Acuratețea previziunii va fi estimată prin intermediul mediei erorilor absolute ale unei prognoze ex ante. În plus, vom calcula valorile semnalului tracking al prognozei apreciind bias-ul prin raportare la intervalul admisibil de variație [-3; 3].

Rezolvare: Valorile cursului sunt înscrise într-o foaie de lucru Microsoft Excel (Figura 3.3.). Într-o coloană alăturată sunt determinate valorile ajustate MA(6). Pentru al șaselea termen, care corespunde zilei de 10 Ianuarie 2017, este calculată media aritmetică a valorilor efective din acea zi și din cele cinci zile anterioare. Formula de calcul este transpusă, apoi, către zilele următoare.

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - Ajustari serii de timp financiare". The spreadsheet has columns A, B, C, and D. Column B contains dates from 3-Jan-17 to 11-Jan-17. Column C contains exchange rate values for CURSZ_GBP. Column D contains the adjusted values (CURSZ_GBP_aj_MA(6)). The formula bar shows the formula =AVERAGE(C3:C8) for cell D8.

	A	B	C	D
1				
2		Data	CURSZ_GBP	CURSZ_GBP_aj_MA(6)
3		3-Jan-17	5.3338	
4		4-Jan-17	5.3090	
5		5-Jan-17	5.2859	
6		6-Jan-17	5.2635	
7		9-Jan-17	5.2054	
8		10-Jan-17	5.1617	=AVERAGE(C3:C8)
9		11-Jan-17	5.1838	

Figura 3.3. Ajustarea valorilor zilnice ale cursului leu/liră sterlină (CURSZ_GBP) pe baza mediei mobile simple (MA(6))

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Se obțin, astfel, valorile ajustate care atenuază fluctuațiile cursului valutar (Figura 3.4.).

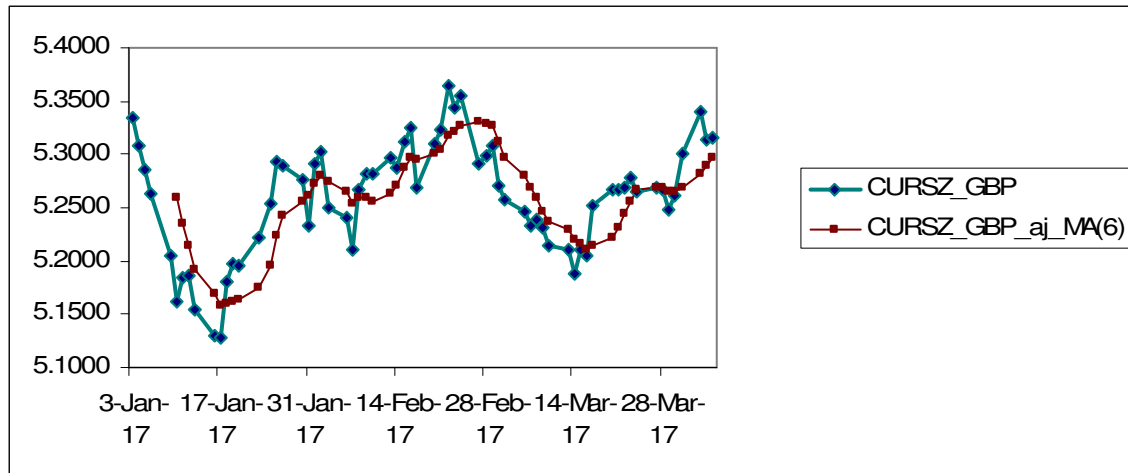


Figura 3.4. Valori zilnice efective (CURSZ_GBP) și ajustate (CURSZ_GBP_aj_MA(6)) ale cursului leu/liră sterlină din perioada 3 ianuarie – 6 aprilie 2017

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Componenta „Data Analysis” a programului Microsoft Excel oferă posibilitatea unei ajustări rapide a seriilor de timp pe baza mediilor mobile. Calculul demarează cu selectarea opțiunii „Moving Average” din fereastra „Analysis Tools” (Figura 3.5.).

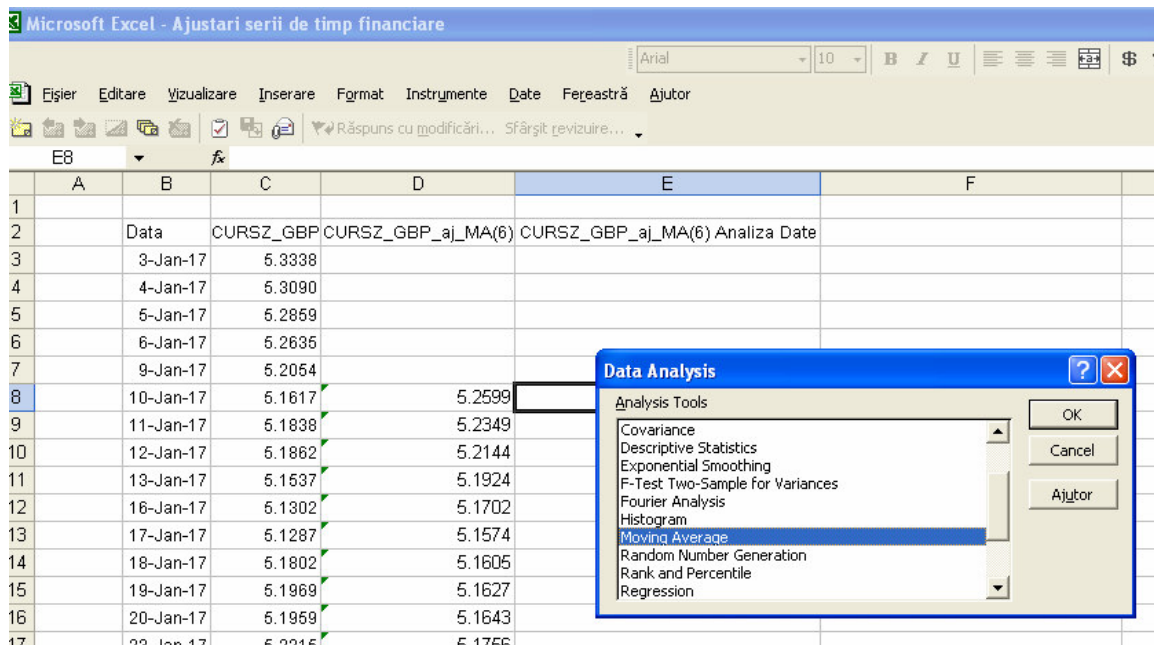


Figura 3.5. Selectarea opțiunii „Moving Average” pentru ajustarea cursului leu/liră sterlină prin intermediul mediei mobile simple

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Se deschide, în continuare, o fereastră de dialog (Figura 3.6.) unde vor fi înscrise:

- adresele celulelor aferente valorilor efective („Input Range”);
- numărul n al termenilor pe baza cărora este calculată media mobilă („Interval”);
- prezența denumirii variabilei („Labels in First Row”);

- adresele celulelor unde vor fi afișate valorile ajustate („Output Range”).

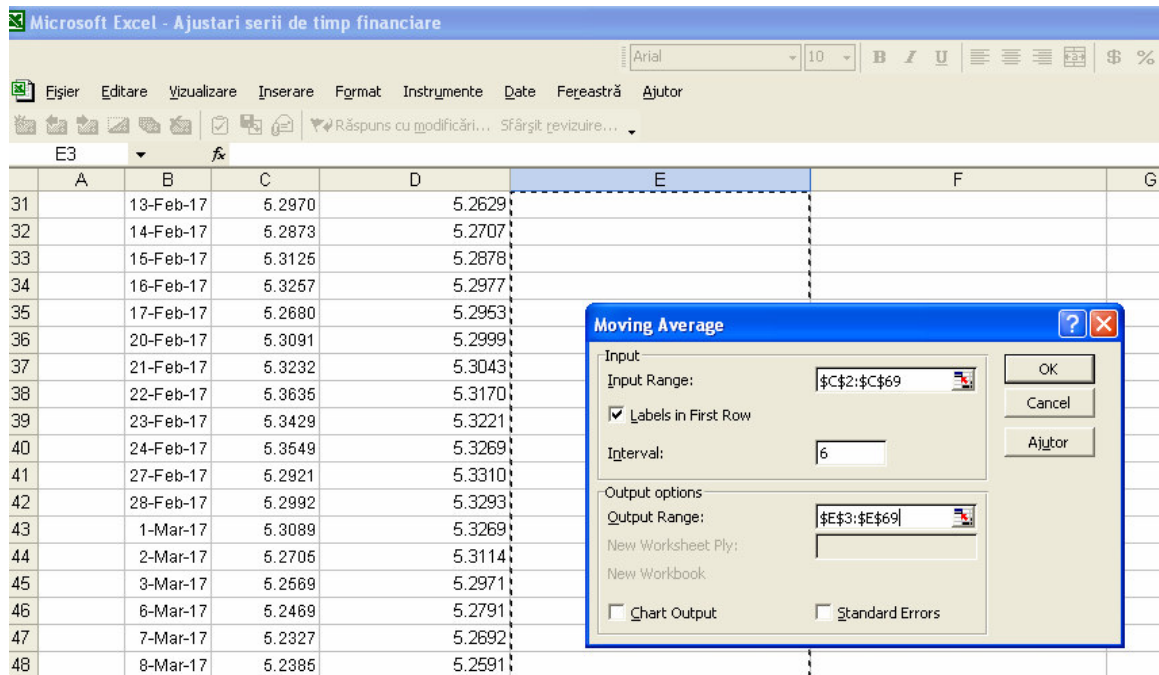


Figura 3.6. Completarea ferestrei de dialog „Moving Average” pentru ajustarea cursului leu/liră sterlină prin intermediul mediei mobile simple

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

După introducerea parametrilor ajustării se aplică un „click” butonului „OK”. Rezultă, astfel, valorile ajustate, identice cu cele determinate anterior (Figura 3.7.).

	A	B	C	D	E
1					
2		Data	CURSZ_GBP	CURSZ_GBP_aj_MA(6)	CURSZ_GBP_aj_MA(6) Analiza Date
3		3-Jan-17	5.3338		#N/A
4		4-Jan-17	5.3090		#N/A
5		5-Jan-17	5.2859		#N/A
6		6-Jan-17	5.2635		#N/A
7		9-Jan-17	5.2054		#N/A
8		10-Jan-17	5.1617	5.2599	5.2599
9		11-Jan-17	5.1838	5.2349	5.2349
10		12-Jan-17	5.1862	5.2144	5.2144

Figura 3.6. Valori ajustate ale cursului leu/liră sterlină obținute prin opțiunea „Moving Average”

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Valoarea ajustată din 6 aprilie 2017 corespunde prognozei pentru ziua de 7 aprilie 2017 (Figura 3.7.).

	A	B	C	D	E	F
64		30-Mar-17	5.2621	5.2646	5.2646	
65		31-Mar-17	5.3015	5.2684	5.2684	
66		3-Apr-17	5.3408	5.2811	5.2811	
67		4-Apr-17	5.3132	5.2885	5.2885	
68		5-Apr-17	5.3149	5.2966	5.2966	
69		6-Apr-17	5.2932	5.3043	5.3043	Valoare prognozata
70		7-Apr-17				=E69
71						

Figura 3.7. Valoarea prognozată a cursului leu/liră sterlină pentru ziua de 7 aprilie 2017

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Pentru a aprecia acuratețea previziunii vom considera că fiecare dintre valorile ajustate corespunde unei prognoze ex-post pentru ziua următoare. Aplicăm această condiție pentru 11 ianuarie 2017 și transpunem formula de calcul pentru zilele ulterioare (Figura 3.8.).

	A	B	C	D	E	F	G
1		Data	CURSZ_GBP	CURSZ_GBP_aj_MA(6)	CURSZ_GBP_aj_MA(6)	Analiza Date	
3		3-Jan-17	5.3338		#N/A		
4		4-Jan-17	5.3090		#N/A		
5		5-Jan-17	5.2859		#N/A		
6		6-Jan-17	5.2635		#N/A		
7		9-Jan-17	5.2054		#N/A		
8		10-Jan-17	5.1617	5.2599	5.2599		Valori prognozate ex-ante
9		11-Jan-17	5.1838	5.2349	5.2349		=E8
10		12-Jan-17	5.1862	5.2144	5.2144		
11		13-Jan-17	5.1537	5.1924	5.1924		
12		16-Jan-17	5.1302	5.1702	5.1702		

Figura 3.8. Formula de calcul pentru o prognoză ex-ante asupra cursului leu/liră sterlină

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Determinăm, în continuare, eroarea de prognoză pentru 11 ianuarie 2017 ca o diferență între valoarea efectivă și cea previzionată (Figura 3.9.). Vom transpune, apoi, această relație către zilele următoare.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		Data	CURSZ_GBP	CURSZ_GBP_aj_MA(6)	CURSZ_GBP_aj_MA(6)	Analiza Date		
3		3-Jan-17	5.3338			#N/A		
4		4-Jan-17	5.3090			#N/A		
5		5-Jan-17	5.2859			#N/A		
6		6-Jan-17	5.2635			#N/A		
7		9-Jan-17	5.2054			#N/A		
8		10-Jan-17	5.1617		5.2599		Valori prognozate ex-ante	Eroare de prognoza ex-ante
9		11-Jan-17	5.1839		5.2349		5.2599	=C9-G9
10		12-Jan-17	5.1862		5.2144		5.2349	
11		13-Jan-17	5.1537		5.1924		5.2144	

Figura 3.9. Formula de calcul pentru eroarea unei prognoze ex-ante asupra cursului valutar leu/liră sterlină

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

După determinarea erorilor de prognoză trecem la calculul valorilor absolute ale acestora (Figura 3.10.). Introducem, pentru început, relația de calcul aferentă zilei de 11 ianuarie 2017 (prima zi pentru care putem determina valorile prognozate ex-ante) pe care o vom transla către zilele următoare.

	E	F	G	H	I
1					
2	CURSZ_GBP_aj_MA(6)	Analiza Date			
3		#N/A			
4		#N/A			
5		#N/A			
6		#N/A			
7		#N/A			
8		5.2599	Valori prognozate ex-ante	Eroare de prognoza ex-ante	Eroare absoluta de prognoza
9		5.2349	5.2599	-0.0761	=ABS(H9)
10		5.2144	5.2349	-0.0487	
11		5.1924	5.2144	-0.0607	
12		5.1702	5.1924	-0.0622	

Figura 3.10. Formula de calcul pentru eroarea absolută a unei prognoze ex-ante asupra cursului valutar leu/liră sterlină

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Aplicăm, în continuare, relația (1.2.) prin care determinăm media erorilor absolute (Figura 3.11.).

Microsoft Excel - Ajustari serii de timp financiare

Fișier Editare Vizualizare Inserare Formate Instrumente D.

COVAR ✖ ✓ fx =AVERAGE(I9:I69)

	H	I
1		
2		
3		
4		MAD
5		=AVERAGE(I9:I69)
6		
7		
8	Eroare de prognoza ex-ante	Eroare absoluta de prognoza
9	-0.0761	0.076083333
10	-0.0487	0.048683333
11	-0.0607	0.060716667
12	-0.0622	0.062183333
13	-0.0415	0.041466667
14	0.0228	0.022816667
15	0.0364	0.036433333

Figura 3.11. Formula de calcul pentru media erorilor absolute ale unei prognoze ex-ante asupra cursului valutar leu/liră sterlină

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Se obține, astfel, o medie a erorilor absolute de 0,0359 RON/GBP (Figura 3.12.).

	H	I
1		
2		
3		
4		MAD
5		0.0359
6		
7		
8	Eroare de prognoza ex-ante	Eroare absoluta de prognoza
9	-0.0761	0.076083333
10	-0.0487	0.048683333
11	-0.0607	0.060716667
12	-0.0622	0.062183333

Figura 3.12. Media erorilor absolute ale unei prognoze ex-ante asupra cursului valutar leu/liră sterlină

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Pentru a aprecia bias-ul prognozei începem prin a determina, pentru fiecare termen al seriei, eroarea de prognoză cumulată (CFE(i)). Pentru ziua de 11 aprilie 2017 valoarea acesteia coincide cu eroarea de prognoză. Pentru zilele următoare, eroarea de prognoză cumulată este calculată recurent, adăugând la valoarea termenului anterior eroarea de prognoză curentă. Introducem, pentru început, formula de calcul pentru ziua de 12 aprilie 2017 (Figura 3.13.). Această formulă este transpusă, apoi, către zilele următoare.

	H	I	J	K
1				
2				
3				
4		MAD		
5		0.0359		
6				
7				
8	Eroare de prognoza ex-ante	Eroare absoluta de prognoza		CFE(i)
9	-0.0761	0.076083333		-0.0761
10	-0.0487	0.048683333		=H10+K9
11	-0.0607	0.060716667		
12	-0.0622	0.062183333		

Figura 3.13. Formula de calcul pentru erorile cumulate ale unei prognoze ex-ante asupra cursului valutar leu/liră sterlină

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Determinăm, în continuare, pentru fiecare termen i , valoarea asociată mediei erorilor absolute ($MAD(i)$) a unei serii de timp cu i termeni (Figura 3.14.). Pentru ziua de 11 aprilie 2017 este introdusă funcția mediei aritmetice (adresa primului termen a fost înscrisă sub forma „\$I\$9” astfel încât acesta să rămână punctul de început al seriei pentru care se calculează media aritmetică). Această funcție este translatată, apoi, către zilele anterioare.



Figura 3.14. Formula de calcul pentru valorile MAD(i) ale unei prognoze ex-ante asupra cursului valutar leu/liră sterlină

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Stabilim, în continuare, valorile semnalului tracking pentru prognoza ex-ante (Figura 3.15.). Pentru ziua de 11 aprilie 2017 determinăm raportul dintre CFE(i) și MAD(i).

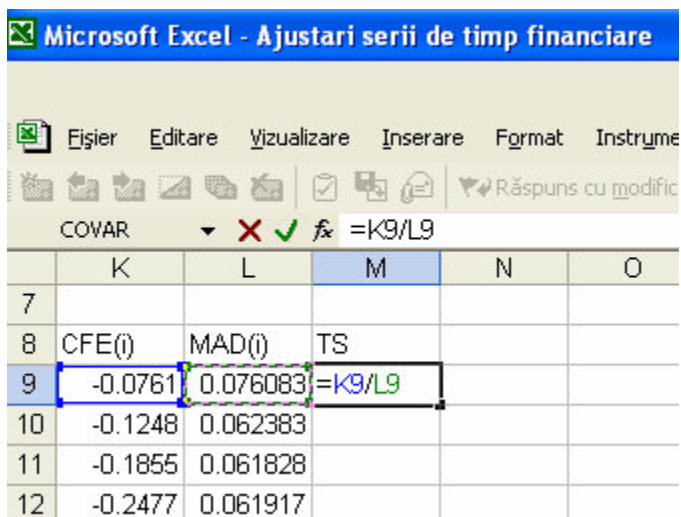


Figura 3.15. Formula de calcul pentru valorile semnalului tracking ale unei prognoze ex-ante asupra cursului valutar leu/liră sterlină

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Sunt obținute, astfel, valori ale TS(i) prezentate în Figura 3.16.

Microsoft Excel - Ajustari serii de t

Fișier Editare Vizualizare Inserare

N11

	K	L	M
7			
8	CFE()	MAD()	TS
9	-0.0761	0.076083	-1
10	-0.1248	0.062383	-2
11	-0.1855	0.061828	-3
12	-0.2477	0.061917	-4
13	-0.2891	0.057827	-5
14	-0.2663	0.051992	-5.1223
15	-0.2299	0.049769	-4.619

Figura 3.16. Valori ale semnalului tracking pentru o prognoză ex-ante asupra cursului valutar leu/liră sterlină

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Pentru perioada analizată, aceste valori părăsesc, în unele zile, intervalul admisibil de variație (Figura 3.17.).

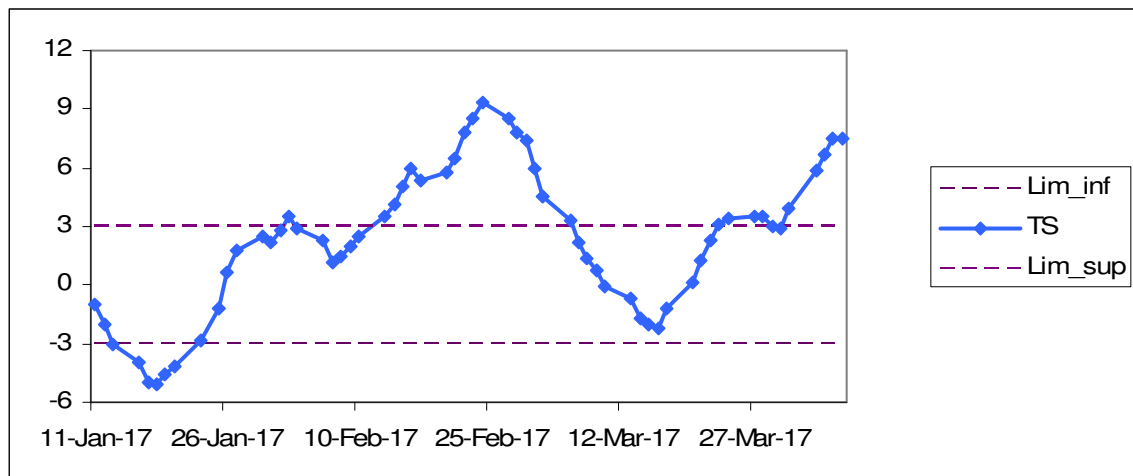


Figura 3.17. Aprecierea bias-ului unei prognoze ex-ante asupra cursului valutar leu/liră sterlină prin intermediul valorilor semnalului tracking

Sursa datelor: <http://www.bnr.ro>

Numărul n al termenilor pe baza cărora este calculată media mobilă influențează semnificativ rezultatele ajustării. O valoare mare a acestuia poate atenua substanțial influența factorilor întâmplători, sezonieri sau ciclici majorând diferențele dintre valorile ajustate și cele efective. Aceste diferențe sunt diminuate dacă se alege o valoare mică a lui n însă există posibilitatea ca influența factorilor neesențiali să fie prea puțin redusă. În

cazul prognozelor pe baza ajustării prin intermediul mediei mobile, poate fi ales drept criteriu un indicator al acurateții prognozei.

Exemplul 3.3. Vom realiza prognoza evoluției indicelui BUX, de la Bursa de Valori din Budapesta din ziua de 7 aprilie 2017 prin intermediul ajustării pe baza mediei mobile simple. Vom lua în considerare două variante pentru numărul n : 4 și 5. Pentru a alege varianta optimă vom utiliza drept criteriu valoarea mediei pătratice a erorilor.

Rezolvare: Introducem valorile indicelui într-o foaie de lucru Microsoft Excel. Alegem, din fereastra „Analysis Tools”, opțiunea „Moving Average” (Figura 3.18.).

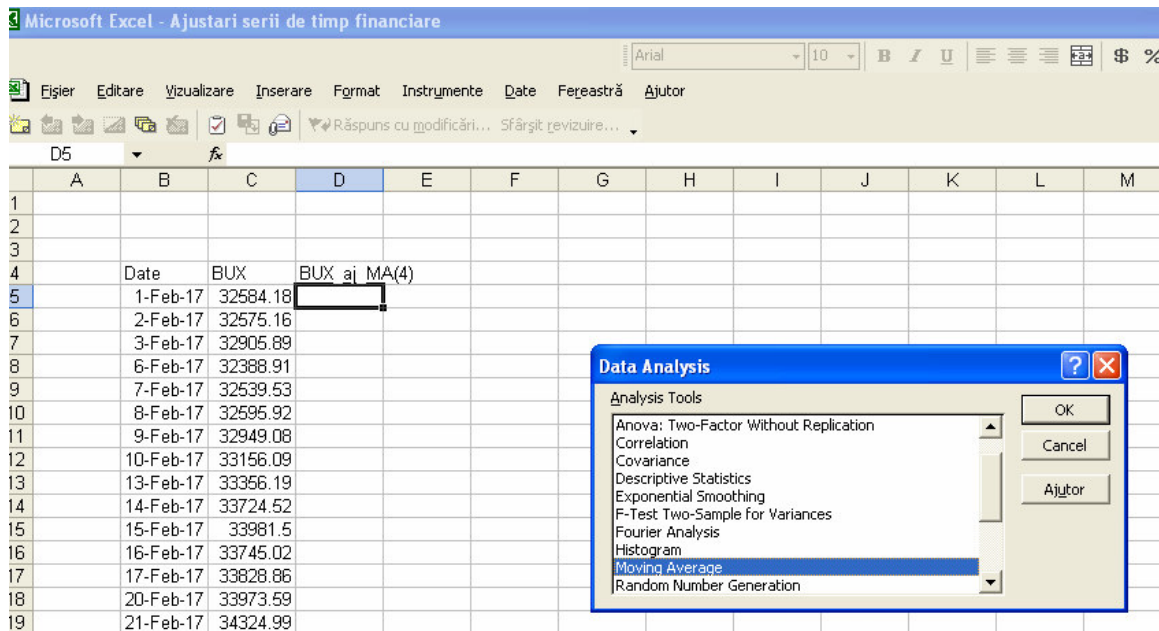


Figura 3.18. Alegerea opțiunea „Moving Average” pentru ajustarea MA(4) a valorilor indicelui BUX

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

În fereastra de dialog care se deschide introducem parametrii ajustării (Figura 3.19.).

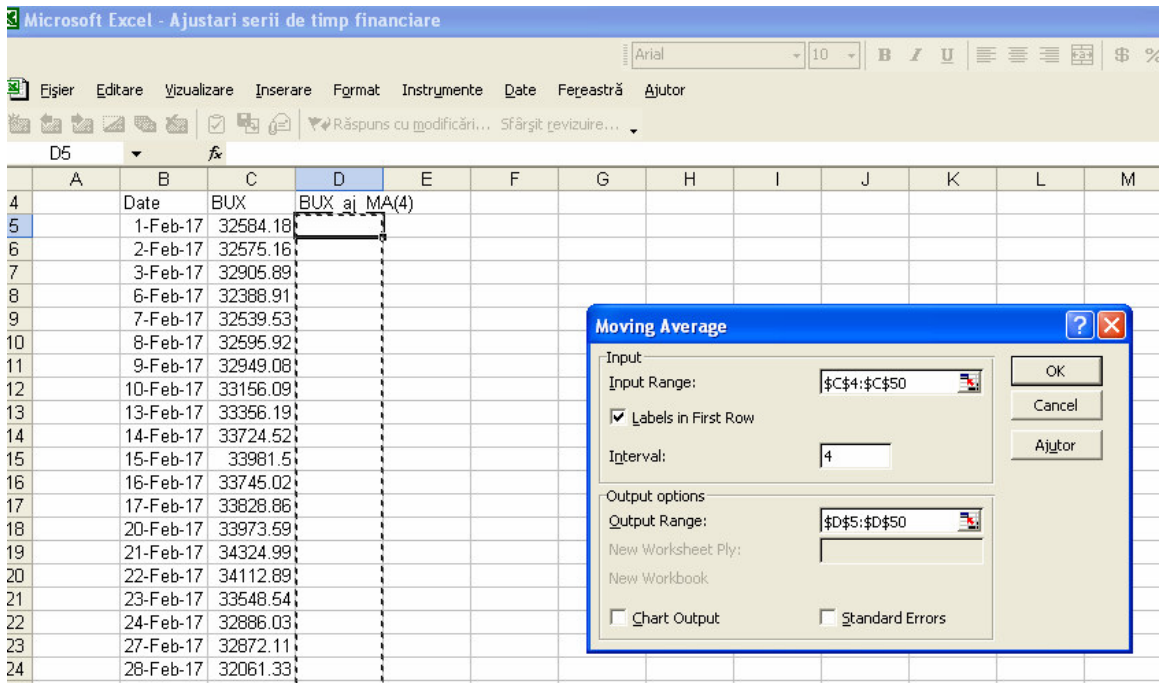


Figura 3.19. Introducerea parametrilor ajustării MA(4) a valorilor indicelui BUX
Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Sunt obținute, astfel, valorile ajustate pe baza a patru termeni (Figura 3.20.).

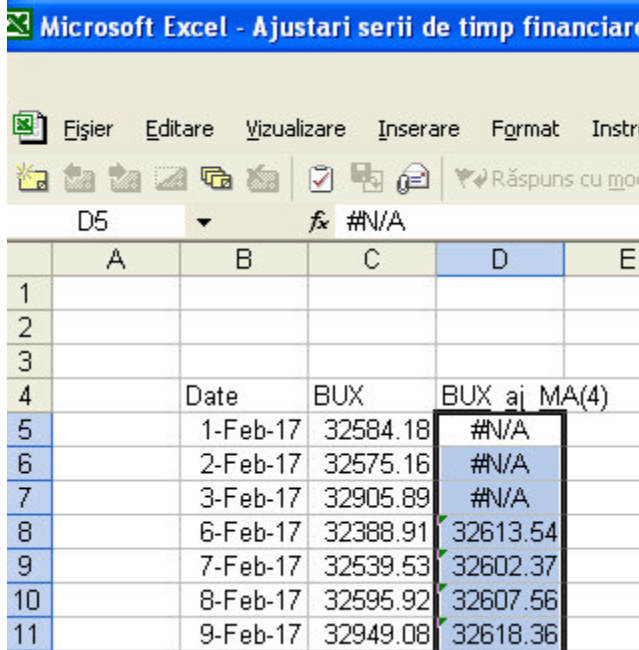


Figura 3.20. Valori ale indicelui BUX ajustate prin procedeul MA(4)
Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Ajustarea MA(4) a atenuat, într-o anumită măsură, fluctuațiile indicelui (Figura 3.21.).

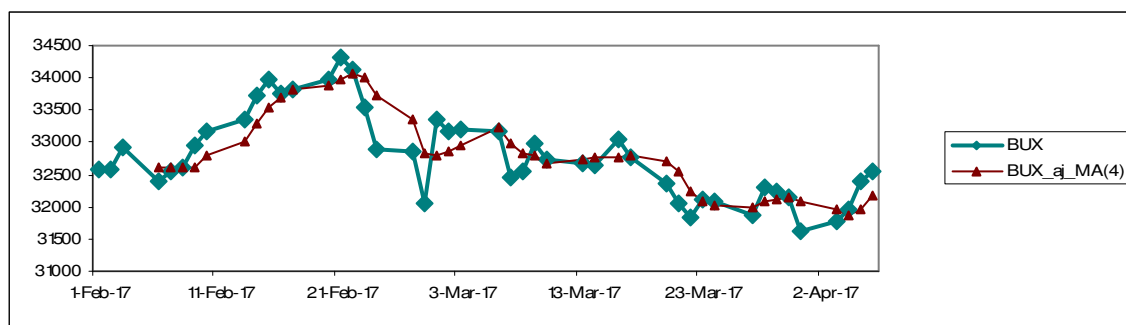


Figura 3.21. Evoluția valorilor efective (BUX) și ajustate prin procedeul (BUX_aj_MA(4)) ale indicelui BUX de la Bursa de Valori din Budapesta
Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Valoarea prognozată pentru ziua de 7 aprilie 2017 coincide cu cea ajustată din ziua precedentă (Figura 3.22.).

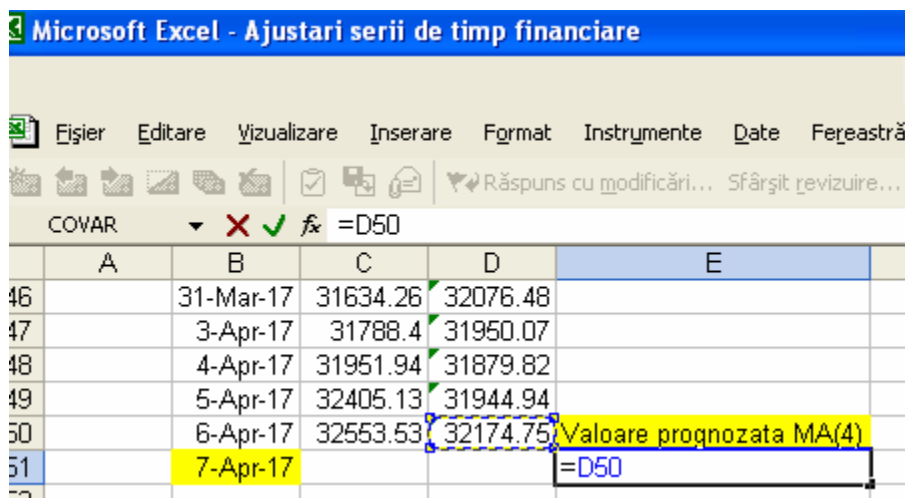


Figura 3.22. Valoarea indicelui BUX prognozată prin ajustare MA(4) pentru ziua de 7 aprilie 2017

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Pentru a aprecia acuratețea previziunii vom considera că fiecare valoare ajustată corespunde unei prognoze ex-ante pentru ziua următoare (Figura 3.23.).

	A	B	C	D	E	F
4		Date	BUX	BUX_aj_MA(4)		
5		1-Feb-17	32584.18	#N/A		
6		2-Feb-17	32575.16	#N/A		
7		3-Feb-17	32905.89	#N/A		
8		6-Feb-17	32388.91	32613.54		Valori prognozate ex-ante MA(4)
9		7-Feb-17	32539.53	32602.37		=D8
10		8-Feb-17	32595.92	32607.56		
11		9-Feb-17	32949.08	32618.36		
12		10-Feb-17	33156.09	32810.15		

Figura 3.23. Formula de calcul pentru valorile unei prognoze ex-ante asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(4)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Determinăm, în continuare, eroarea de prognoză (Figura 3.24.). Introducem, pentru început, formula de calcul (diferența dintre valoarea efectivă și cea prognozată ex-ante) pentru ziua de 7 februarie 2017 (prima zi pentru care poate fi determinată o valoare prognozată ex-ante). Această formulă va fi translatată, apoi, către zilele următoare.

	A	B	C	D	E	F	G
4		Date	BUX	BUX_aj_MA(4)			
5		1-Feb-17	32584.18	#N/A			
6		2-Feb-17	32575.16	#N/A			
7		3-Feb-17	32905.89	#N/A			
8		6-Feb-17	32388.91	32613.54		Valori prognozate ex-ante MA(4)	Eroare de prognoza MA(4)
9		7-Feb-17	32539.53	32602.37		32613.54	=C9-F9
10		8-Feb-17	32595.92	32607.56		32602.37	
11		9-Feb-17	32949.08	32618.36		32607.56	

Figura 3.24. Formula de calcul pentru determinarea erorii unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(4)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

După stabilirea erorilor de prognoză determinăm pătratele acestora (Figura 3.25). Formula introdusă pentru ziua de 7 februarie 2017 va fi transpusă, apoi, către zilele următoare.

	F	G	H
7			
8	Valori prognozate ex-ante MA(4)	Eroare de prognoza MA(4)	SE MA(4)
9	32613.54	-74.00	=G9^2
10	32602.37	-6.46	
11	32607.56	341.52	
12	32618.36	537.73	

Figura 3.25. Formula de calcul pentru determinarea pătratelor erorilor unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(4)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Calculăm, în continuare, media aritmetică a pătratelor erorilor de prognoză sau MSE (Figura 3.26.).

	F	G	H
1			
2			MSE
3			=AVERAGE(H9:H50)
4			
5			
6			
7			
8	Valori prognozate ex-ante MA(4)	Eroare de prognoza MA(4)	SE MA(4)
9	32613.54	-74.00	5476.18
10	32602.37	-6.46	41.71
11	32607.56	341.52	116635.75

Figura 3.26. Formula de calcul pentru media pătratelor erorilor unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(4)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Media pătratică a erorilor (RMSE) corespunde rădăcinii pătrate a MSE (Figura 3.27.).

	F	G	H
1			
2			MSE
3			228864.73
4			
5			RMSE
6			=H3^0.5
7			
8	Valori prognozate ex-ante MA(4)	Eroare de prognoza MA(4)	SE MA(4)
9	32613.54	-74.00	5476.18
10	32602.37	-6.46	41.71

Figura 3.27. Formula de calcul pentru media pătratică a erorilor unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(4)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

A fost obținută, astfel, o medie pătratică a erorilor de 478,40 (Figura 3.28.).

	G	H
1		
2		MSE
3		228864.73
4		
5		RMSE
6		478.40
7		
8	Eroare de prognoza MA(4)	SE MA(4)
9	-74.00	5476.18
10	-6.46	41.71
11	341.52	116635.75

Figura 3.28. Valoarea mediei pătratică a erorilor unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(4)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Vom parcurge, în continuare, aceleași etape pentru a determina valoarea RMSE pentru prognoza pe baza ajustării MA(5). Alegem, iarăși, opțiunea „Moving Average” din fereastra „Analysis Tools”,(Figura 3.29.).

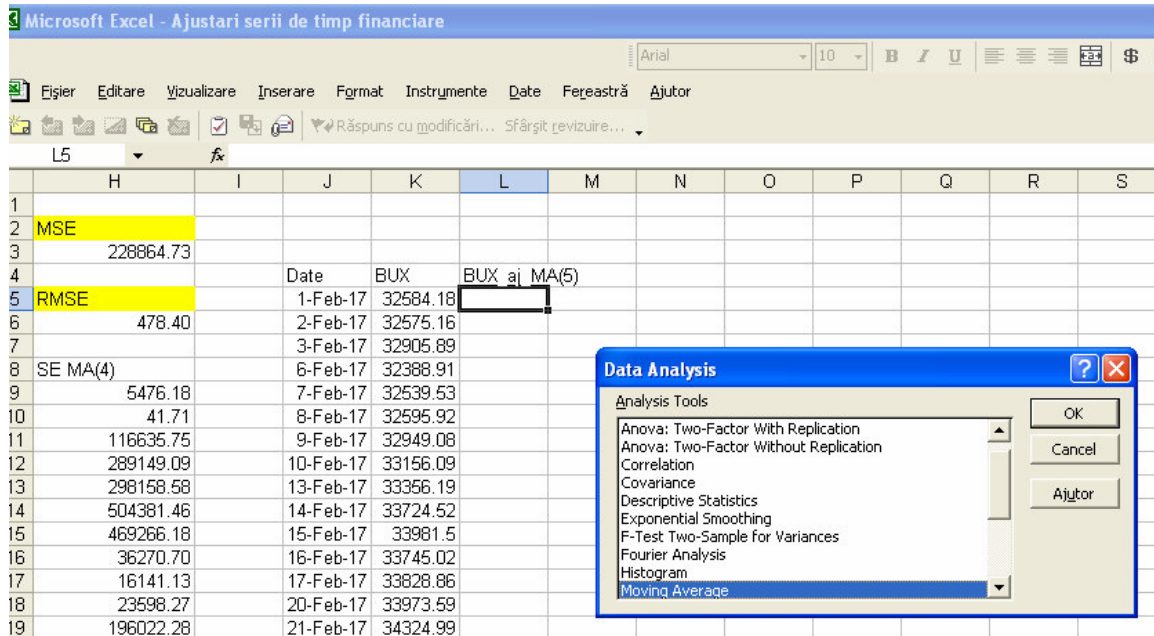


Figura 3.29. Alegerea opțiunea „Moving Average” pentru ajustarea MA(5) a valorilor indicelui BUX

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Introducem, apoi, parametrii ajustării în fereastra de dialog „Moving Average” (Figura 3.30.).

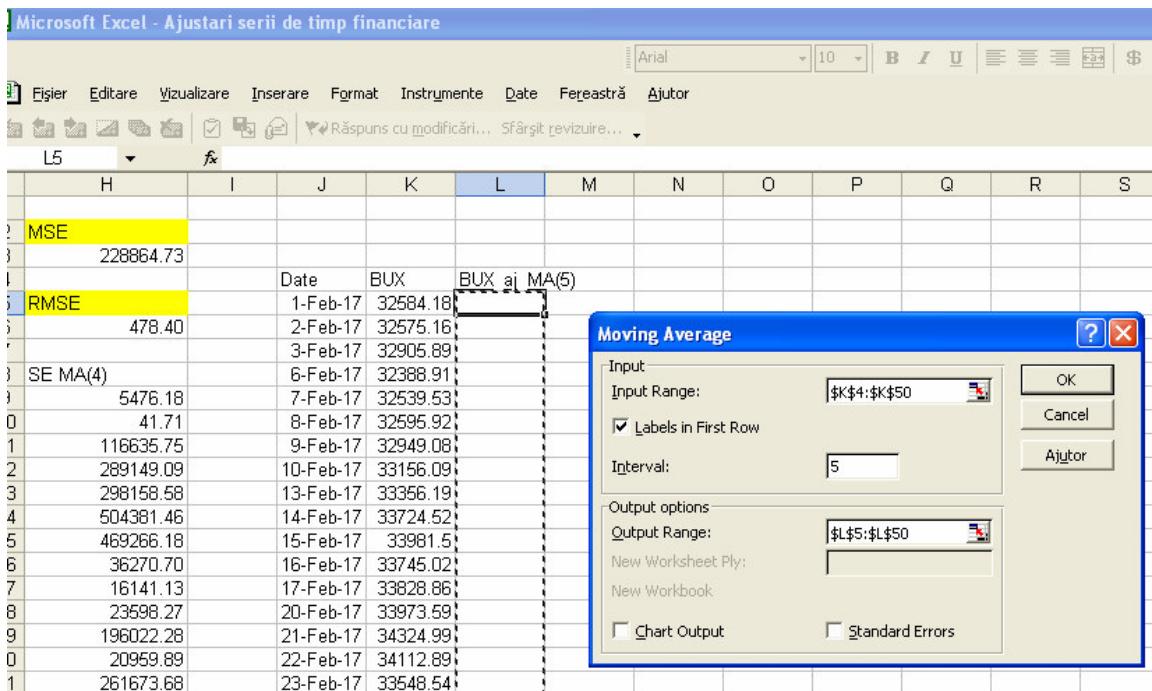


Figura 3.30. Introducerea parametrilor ajustării MA(5) a valorilor indicelui BUX

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

După aplicarea unui „click” asupra butonului „OK” obținem valorile ajustate pe baza a cinci termeni (Figura 3.31.).

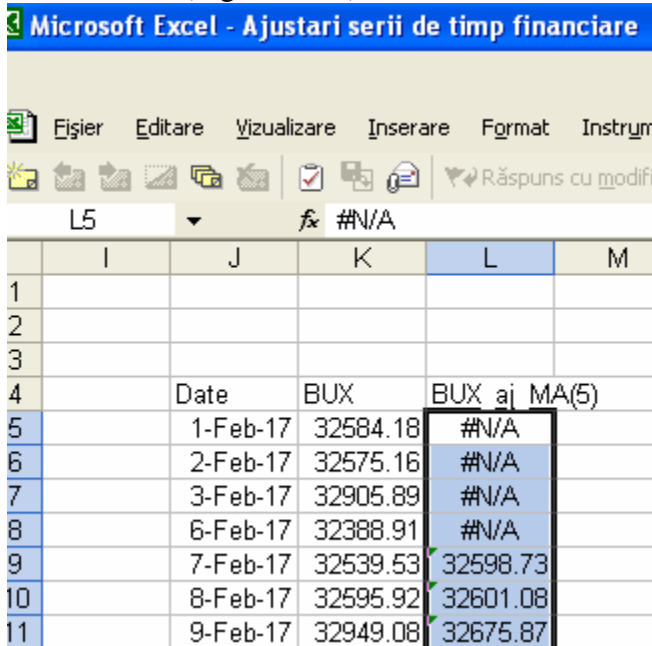


Figura 3.31. Valori ale indicelui BUX ajustate prin procedeul MA(5)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

În Figura 3.32. poate fi remarcată atenuarea fluctuațiilor indicelui BUX prin ajustarea MA(5)

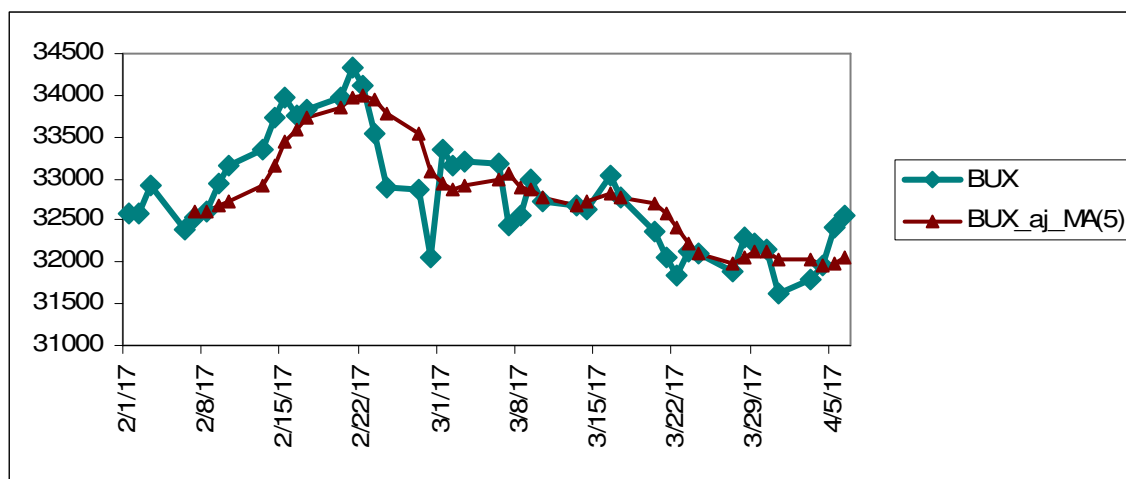


Figura 3.32. Evoluția valorilor efective (BUX) și ajustate prin procedeul (BUX_aj_MA(5)) ale indicelui BUX de la Bursa de Valori din Budapesta
Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Valoarea prognozată pentru ziua de 7 aprilie 2017 corespunde valorii ajustate din ziua precedentă (Figura 3.33.).

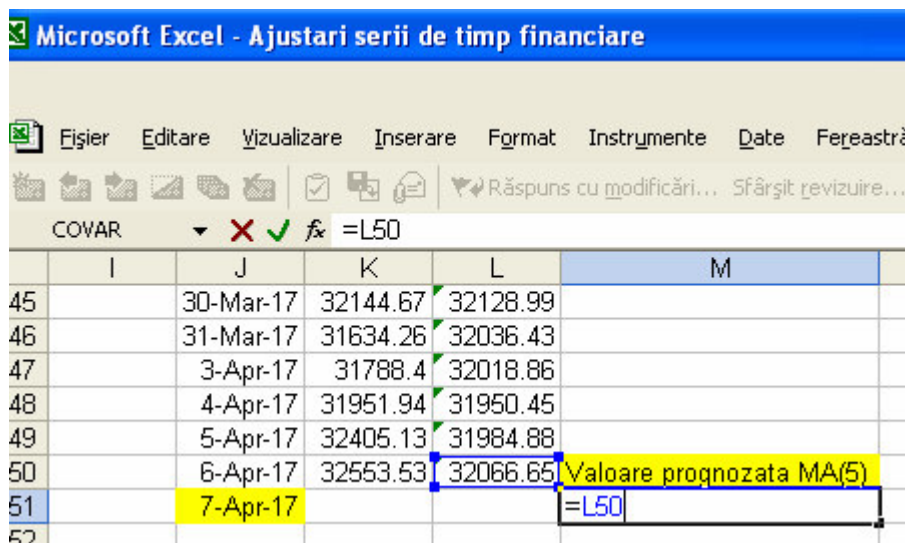


Figura 3.33. Valoarea indicelui BUX prognozată prin ajustare MA(5) pentru ziua de 7 aprilie 2017

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Determinăm, în continuare, valorile prognozate ex-ante aferente ajustării (Figura 3.34.).

	J	K	L	M	N
1					
2					
3					
4	Date	BUX	BUX_aj_MA(5)		
5	1-Feb-17	32584.18	#N/A		
6	2-Feb-17	32575.16	#N/A		
7	3-Feb-17	32905.89	#N/A		
8	6-Feb-17	32388.91	#N/A		
9	7-Feb-17	32539.53	32598.73		Valori prognozate ex-ante MA(5)
10	8-Feb-17	32595.92	32601.08		=L9
11	9-Feb-17	32949.08	32675.87		
12	10-Feb-17	33156.09	32725.91		

Figura 3.34. Formula de calcul pentru valorile unei prognoze ex-ante asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(5)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Pentru a calcula erorile de prognoză, introducem formula de calcul pentru ziua de 8 februarie 2015 (Figura 3.35.). Această relație va fi, apoi, transpusă către celelalte zile.

	J	K	L	M	N	O	P	Q
1								
2								
3								
4	Date	BUX	BUX_aj_MA(5)					
5	1-Feb-17	32584.18	#N/A					
6	2-Feb-17	32575.16	#N/A					
7	3-Feb-17	32905.89	#N/A					
8	6-Feb-17	32388.91	#N/A					
9	7-Feb-17	32539.53	32598.73		Valori prognozate ex-ante MA(5)			
10	8-Feb-17	32595.92	32601.08			Eroare de prognoza MA(5)		
11	9-Feb-17	32949.08	32675.87					
12	10-Feb-17	33156.09	32725.91					

Figura 3.35. Formula de calcul pentru determinarea erorii unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(5)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Determinăm, în continuare, pătratele erorilor de prognoză (Figura 3.36.). Introducem, pentru început, formula de calcul aferentă zilei de 8 februarie 2015 după care translatăm această relație către zilele următoare.

	N	O	P
7			
8			
9	Valori prognozate ex-ante MA(5)	Eroare de prognoza MA(5)	SE MA(5)
10	32598.73	-2.82	=O10^2
11	32601.08	348.00	
12	32675.87	480.22	

Figura 3.36. Formula de calcul pentru determinarea pătratelor erorilor unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(5)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Determinăm valoarea MSE ca o medie aritmetică a pătratelor erorilor de prognoză (Figura 3.37.).

	O	P	Q
1			
2		MSE	
3		=AVERAGE(P10:P50)	
4			
5			
6			
7			
8			
9	Eroare de prognoza MA(5)	SE MA(5)	
10	-2.82	7.94	
11	348.00	121104.08	
12	480.22	230611.22	

Figura 3.37. Formula de calcul pentru media pătratelor erorilor unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(5)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Extragem rădăcina pătrată din MSE, care corespunde mediei pătratice a erorilor (Figura 3.38.).

	O	P	Q
1			
2		MSE	
3		248061.98	
4			
5		RMSE	
6		=P3^0.5	
7			
8			
9	Eroare de prognoza MA(5)	SE MA(5)	
10		-2.82	7.94
11		348.00	121104.08

Figura 3.38. Formula de calcul pentru media pătratică a erorilor unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(5)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Rezultă, astfel, o medie pătratică a erorilor de 498,06 (Figura 3.39.).

	O	P	Q
1			
2		MSE	
3		248061.98	
4			
5		RMSE	
6		498.06	
7			
8			
9	Eroare de prognoza MA(5)	SE MA(5)	
10		-2.82	7.94
11		348.00	121104.08
12			

Figura 3.39. Valoarea mediei pătratice a erorilor unei prognoze asupra evoluției indicelui BUX obținută pe baza ajustării MA(5)

Sursa datelor: <https://www.bse.hu>

Se poate aprecia, pe baza valorilor RMSE, că prognoza prin intermediul ajustării MA(4) oferă o acuratețe mai mare decât cea obținută prin intermediul ajustării MA(5).

Capitolul 4

Ajustarea pe baza mediei mobile centrate

La această metodă, valoarea ajustată corespunde centrului intervalului pentru care se determină media mobilă. De regulă, pentru calculul mediei mobile se alege un număr impar de termeni (n), care poate fi exprimat sub forma: $n = 2s + 1$. Ajustarea pe baza mediei mobile centrate are la bază formula de calcul:

$$\hat{y}_i^{CMA(n)} = \frac{y_{i-s} + y_{i-s+1} + \dots + y_i + \dots + y_{i+s-1} + y_{i+s}}{n} \quad (4.1.)$$

unde $\hat{y}_i^{CMA(n)}$ este valoarea ajustată pentru termenul cu numărul de ordine i ($i \geq s$).

Determinarea valorilor ajustate exclude primii și ultimii s termeni.

Exemplul 4.1. Tabelul 4.1. conține valorile anuale ale ratelor reale ale dobânzilor pentru credite (FR.INR.RINR) practicate în Ungaria în perioada 2007 – 2015, furnizate de Banca Mondială. Vom determina valorile ajustate ale acestei variabile pe baza mediei mobile centrate calculate pentru cinci perioade.

Tabelul 4.1. Rate anuale reale ale dobânzilor pentru credite practicate în Ungaria în perioada 2007 – 2015

An	Rată reală a dobânzii (FR.INR.RINR) [%/an]
2007	3,542
2008	4,955
2009	6,804
2010	5,162
2011	5,978
2012	5,405
2013	3,269
2014	1,052
2015	1,150

Sursa datelor: <http://data.worldbank.org>

Rezolvare: În Tabelul 4.2. este prezentată determinarea valorilor ajustate prin procedeul mediei mobile centrate CMA(5).

Tabelul 4.2. Rate anuale reale ale dobânzilor pentru credite practicate în Ungaria în perioada 2007 – 2015

An	Rată reală a dobânzii (FR.INR.RINR) [%/an]	Valoare ajustată ($\hat{y}_i^{CMA(5)}$) [%/an]
----	--	--

2007	3,542	x
2008	4,955	x
2009	6,804	$\frac{3,542 + 4,955 + 6,804 + 5,162 + 5,978}{5} = 5,288$
2010	5,162	$\frac{4,955 + 6,804 + 5,162 + 5,978 + 5,405}{5} = 5,661$
2011	5,978	$\frac{6,804 + 5,162 + 5,978 + 5,405 + 3,269}{5} = 5,324$
2012	5,405	$\frac{5,162 + 5,978 + 5,405 + 3,269 + 1,052}{5} = 4,173$
2013	3,269	$\frac{5,978 + 5,405 + 3,269 + 1,052 + 1,150}{5} = 3,371$
2014	1,052	x
2015	1,150	x

Sursa datelor: <http://data.worldbank.org>

Valorile efective și cele ajustate ale ratelor reale ale dobânzilor sunt prezentate în Figura 4.1.

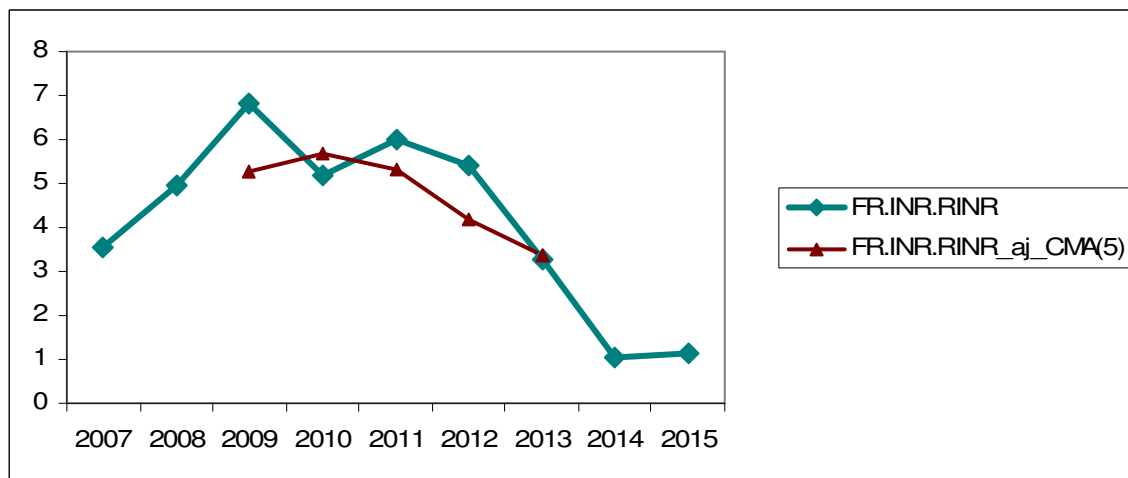


Figura 4.1. Valori anuale efective (FR.INR.RINR) și ajustate (FR.INR.RINR_aj_CMA(5)) ale ratelor reale ale dobânzilor pentru credite practicate în Ungaria în perioada 2007 – 2015

Sursa datelor: <http://data.worldbank.org>

Media mobilă centrată poate fi calculată, prin intermediul interpolărilor, și pentru un număr par de termeni. Pentru seriile cu un număr mare de termeni este indicată realizarea calculelor prin intermediul programelor software specializate.

Exemplul 4.2. Vom determina, prin ajustare pe baza mediei mobile centrate calculată pentru șapte termeni consecutivi, trendul valorilor lunare ale ratei fondurilor federale (FRED), exprimate în procente pe an, din perioada mai 2015 – februarie 2017.

Rezolvare: Valorile variabilei au fost introduse într-o foaie de lucru Excel. Pentru un număr de termeni $n = 7$, a rezultat o valoare $s = 3$. În dreptul termenului cu numărul de ordine $s + 1$, care corespunde perioadei august 2015, introducem formula de calcul a mediei aritmetice pentru cei șapte termeni consecutivi (Figura 4.2.).

	A	B	C	D	E
1					
2		Luna	FRED	FRED_aj_CMA(7)	
3		May-15	0.12		
4		Jun-15	0.13		
5		Jul-15	0.13		
6		Aug-15	0.14	=AVERAGE(C3:C9)	
7		Sep-15	0.14		
8		Oct-15	0.12		
9		Nov-15	0.12		
10		Dec-15	0.24		
11		Jan-16	0.34		

Figura 4.2. Formula de calcul a mediei centrate pentru valorile lunare ale ratei fondurilor federale

Sursa datelor: <https://fred.stlouisfed.org>

Relația de calcul este transpusă, apoi, către rândurile inferioare, până la ultimii s termeni (Figura 4.3).

	A	B	C	D
19		Sep-16	0.40	0.42
20		Oct-16	0.40	0.46
21		Nov-16	0.41	0.49
22		Dec-16	0.54	
23		Jan-17	0.65	
24		Feb-17	0.66	

Figura 4.3. Transpunerea formulei de calcul a mediei centrate pentru valorile lunare ale ratei fondurilor federale

Sursa datelor: <https://fred.stlouisfed.org>

Valorile efective și ajustate ale variabilei sunt prezentate în Figura 4.4.

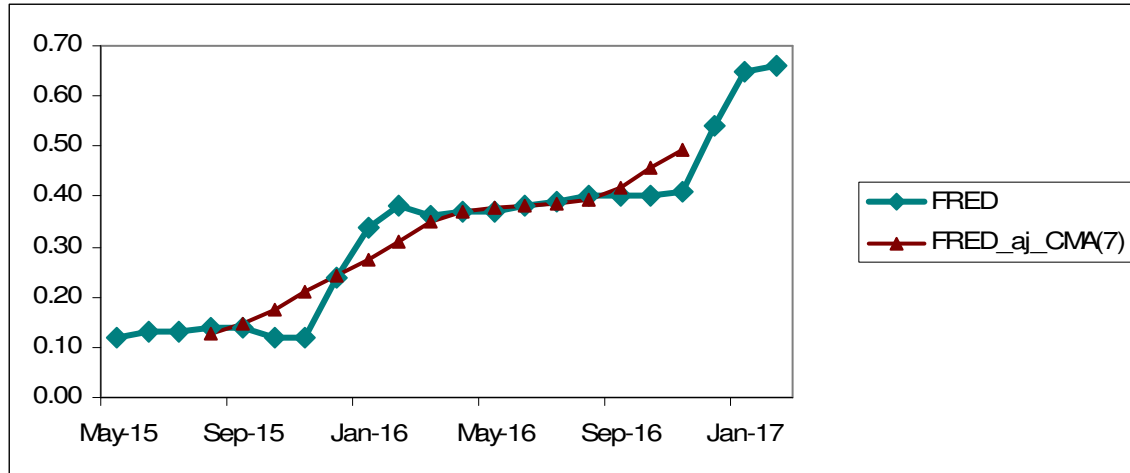


Figura 4.4. Valori lunare efective (FRED) și ajustate (FRED_aj_CMA(7)) ale ratei fondurilor federale din perioada mai 2015 – februarie 2017

Sursa datelor: <https://fred.stlouisfed.org>

Bibliografie

Aadland, D. (2002). Detrending time-aggregated data. *Economics Research Institute Study Paper*, 5, 1. <ftp://129.123.19.10/RePEc/usu/pdf/ERI2002-05.pdf>

Abraham, B., & Ledolter, J. (2005). *Statistical methods for forecasting*. John Wiley & Sons, Inc. Publication.

Andersen, T. G., Davis, R. A., Kreiss, J. P., & Mikosch, T. V. (Eds.). (2009). *Handbook of financial time series*. Springer – Verlag Berlin.

Armstrong, J. S., & Collopy, F. (1992). Error measures for generalizing about forecasting methods: Empirical comparisons. *International Journal of Forecasting*, 8(1), 69-80. http://repository.upenn.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1075&context=marketing_papers

Armstrong, J. S., & Collopy, F. (2007). Rule-based Forecasting: Development and Validation of an Expert Systems Approach to Combining Time Series Extrapolations. Retrieved from http://repository.upenn.edu/marketing_papers/68

Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (2016). *Introduction to time series and forecasting*. Third Edition. Springer.

Brown, R. G. (2004). *Smoothing, forecasting and prediction of discrete time series*. Dover Publications, Inc. Reprint, Originally published in 1963 by Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs.

Campbell, J. Y., & Hentschel, L. (1992). No news is good news: An asymmetric model of changing volatility in stock returns. *Journal of Financial Economics*, 31(3), 281-318.

Carbone, R., & Armstrong, J. S. (1982). Evaluation of extrapolative forecasting methods: Results of a survey of academicians and practitioners.

http://repository.upenn.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1086&context=marketing_papers

Carlberg, C. (2015). *More Predictive Analytics: Microsoft Excel*. Que Publishing.

Chatfield, C. (1988). What is the 'best' method of forecasting?. *Journal of Applied Statistics*, 15(1), 19-38.

Chatfield, C. (2016). *The analysis of time series: an introduction*, Sixth Edition. Chapman & Hall/CRC, New York.

Cont, R. (2001). *Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues*. *Quantitative Finance*, 1, 223-236.

<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.480.6085&rep=rep1&type=pdf>

De Gooijer, J. G., & Hyndman, R. J. (2006). 25 years of time series forecasting. *International Journal of Forecasting*, 22(3), 443-473.

<https://pdfs.semanticscholar.org/6b2a/6e8107642bb2137db52ecbd1805fd9632d93.pdf>

Diebold, F. X., & Lopez, J. A. (1996). Forecast evaluation and combination. prepared for G.S. Maddala and C.R. Rao (eds.), *Handbook of Statistics*, Amsterdam.

<http://economics.sas.upenn.edu/~fdiebold/papers/paper9/paeva.pdf>

Doane, D. P., & Seward, L. E. (2013). *Applied statistics in business and economics*. Fourth Edition, McGraw-Hill/Irwin, New York.

Fildes, R. (1992). The evaluation of extrapolative forecasting methods. *International Journal of Forecasting*, 8(1), 81-98.

Granger, C. W., & Newbold, P. (1973). Some comments on the evaluation of economic forecasts. *Applied Economics*, 5(1), 35-47.

Hyndman, R. J., & Koehler, A. B. (2006). Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting*, 22(4), 679-688.

Kaeppe, J. (2009). *Seasonal stock market trends*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Lawrence, K. D., Klimberg, R. K., & Lawrence, S. M. (2009). *Fundamentals of forecasting using Excel*. Industrial Press, Inc., New York.

Lütkepohl, H. (2005). *New introduction to multiple time series analysis*. Springer.

Makridakis, S., Andersen, A., Carbone, R., Fildes, R., Hibon, M., Lewandowski, R., Newton, J., Parzen, E. & Winkler, R. (1982). The accuracy of extrapolation (time series) methods: Results of a forecasting competition. *Journal of Forecasting*, 1(2), 111-153.

Montgomery, D. C., Jennings, C. L., & Kulahci, M. (2015). *Introduction to time series analysis and forecasting*. Second Edition. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Nelson, C. R., & Plosser, C. R. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10(2), 139-162.

<http://www.ccee.edu.uylensienan/catmetec/material/Plosser.PDF>

Pant, P. N., & Starbuck, W. H. (1990). Innocents in the forest: Forecasting and research methods. *Journal of Management*, 16(2), 433-460.

Prado, R., & West, M. (2010). *Time series: modeling, computation, and inference*. Chapman and Hall/CRC, New York.

Sewell, M. (2011). Characterization of financial time series. *UCL Department of Computer Science*, Research Note RN/11/1. http://www.cs.ucl.ac.uk/fileadmin/UCL-CS/images/Research_Student_Information/RN_11_01.pdf

Stefanescu, R., & Dumitriu, R. (2010). *Bazele Statisticii*. Editura Europlus, Galați.

Stefanescu, R., & Dumitriu, R. (2015). Conținutul analizei seriilor de timp financiare. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2672628>

Stefanescu, R., & Dumitriu, R. (2016). Statistica descriptivă a seriilor de timp financiare. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2801838>

Swift, L., & Piff, S. (2014). *Quantitative methods: for business, management and finance*. Forth Edition. Palgrave Macmillan, New York.

Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series*. Second Edition. John Wiley & Sons.

Watson, M. W. (1986). Univariate detrending methods with stochastic trends. *Journal of monetary economics*, 18(1), 49-75. https://www.princeton.edu/~mwatson/papers/Watson_JME_1986.pdf

Wegner, T. (2007) *Applied Business Statistics: Methods and Excel-based applications*. Second Edition. Juta & Co. Ltd., Cape Town.

Weiers, R. (2011) *Introduction to Business Statistics*. Seventh Edition. Cengage Learning.

Wiener, N. (1949). *Extrapolation, interpolation, and smoothing of stationary time series; with engineering applications*, The M.I.T. Press, Cambridge.

Woodward, W. A., Gray, H. L., & Elliott, A. C. (2011). *Applied time series analysis*. Chapman and Hall/CRC, New York.