

# MPRA

Munich Personal RePEc Archive

## **Empirical Analysis of the Imperiali and Macau Apportionment Methods**

Bittó, Virág

Budapesti Corvinus Egyetem

20 March 2017

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/79554/>

MPRA Paper No. 79554, posted 06 Jun 2017 13:30 UTC

# Az Imperiali és Macau politikai választókörzetkiosztási módszerek empirikus vizsgálata

Bittó Virág<sup>1</sup>

## Absztrakt

---

Dolgozatomban bemutatom az Imperiali és Macau körzetkiosztási módszereket és megvizsgálom, hogy egy alapvető arányossági kritériumnak, az ún. Hare-kvóta tulajdonságnak mennyire felelnek meg. Emellett arra a kérdésre keresem a választ, hogy a két módszer valóban kedvez-e a vidéki megyéknek, azaz több körzetet osztanak-e ki kis megyéknek, mint amennyi a Hare-kvóta szerinti illetné őket. Ismertetem a körzetkiosztás alapvető tulajdonságait, illetve – mivel az Imperiali és a Macau módszer a jól ismert Jefferson/D’Hondt körzetkiosztási módszerek némileg módosított, átalakított változatai –, egy rövid történeti áttekintés keretében ez utóbbiakat is bemutatom.

Az elemzés módszertanát részben a körzetkiosztási probléma matematikai eszköztára adja: az eljárásokat ház-monotonitás, népesség-monotonitás, illetve a kvóta tulajdonság alapján elemzem; emellett a módszertan másik részét a saját szerkesztésű, C++ nyelven írt számítógépes program képezi, amely adott népességi adatok és parlament-méretek esetén meghatározza az Imperiali és Macau módszerek szerinti körzetkiosztásokat.

---

<sup>1</sup> Budapesti Corvinus Egyetem, 1093 Budapest, Fővám tér 8. E-mail elérhetőség: bittovirag@gmail.com.

# 1 Bevezetés

A választókörzetek igazságos kiosztása, ennek kapcsán pedig a szavazati jogok egyenlő mértékű érvényesülésének biztosítása a modernkori demokráciák egyik fontos feltétele. A politikai rendszerek országonként eltérő berendezkedéssel és sajátosságokkal bírnak, azonban a parlament, annak jogköre és a választójoggal rendelkezők – a lakosság – által választott parlamenti képviselők szerepe és jelentősége napjainkban megkérdőjelezhetetlen. A dolgozat fő témája a választókörzetek (parlamenti képviselői körzetek) kiosztásának módjához kapcsolódik, így szorosan kötődik a képviselet arányosságának kérdéséhez.

„To apportion is to distribute by right measure, to set off in just parts, to assign in due and proper proportion.” (Webster 1903, pp. 107., idézi Balinski-Young 1975, pp. 701.)

„A körzetek kiosztása helyes módszer szerinti felosztást, igazságos részekre tagolást, a helyénvaló és megfelelő arányos kiosztást jelent.”

A fentebbi idézet alapján a probléma kezdetben egészen egyszerűnek tűnhet: a feladat a képviselő helyek számával megegyező számú körzet meggyék, illetve régiók közti, lehető legarányosabb kiosztásaként definiálható. Az arányosság szorosan kapcsolódik az igazságosság fogalmához, hiszen ideális esetben minden képviselő egyenlő számú szavazót képvisel; másként fogalmazva minden egyes szavazó szavazata ugyanakkora súllyal esik latba (Balinski-Young 1975).

Ugyanakkor míg az arányos kiosztás mesterségesen létrehozott körülmények között, töredékszavazatok és közigazgatási egységek hiánya esetén viszonylag könnyen konstruálható, addig valós körülmények között komplexebbé válik és számos újabb problémát vet fel. A töredékszavazatok összeszámlálása és arányuk megállapítása az összes képviselői helyhez képest, illetve a megyehatárok és a választókörzetek határainak összehangolása problémákat idézhet elő.

A körzetkiosztás módját általában a választási törvény rögzíti, amelynek módosításához a legtöbb országban – Magyarországon is – minősített többségre van szükség. Azonban az adaptált – adott esetben kizárólag az adott ország által alkalmazott – módszerek mögött egy összetett matematikai probléma húzódik meg. A történelem során számos körzetkiosztási módszer alakult ki, amelyek két fő csoportja az osztó módszerek és a legnagyobb maradék módszerek. Mindkét típus módszerei széles körben elterjedtek; elemzésem középpontjában az

osztómódszerek közé sorolható Jefferson/D'Hondt módszer némileg módosított változatai, az Imperiali és a Macau formulák állnak.

A téma szakértői a módszerekhez kötődő kritikák és észrevételek alapján kritériumokat és tulajdonságokat határoztak meg, amelyek alapján az egyes formulák hatékonysága és igazságossága vizsgálható. Ehhez kapcsolódik a dolgozat egyik fő kutatási kérdése: megfelel-e a két vizsgált módszer az ún. Hare-kritériumnak? A Hare-kritérium az arányossági kritériumok közül az egyik legalapvetőbb (pontos definíció: ld. 2.3.1.-es alfejezet).

Az eltérő megyeméreteket további kérdéseket vetnek fel: a szakirodalomban már az 1970-es években megjelent az a feltevés, mely szerint bizonyos módszerek eltérő mértékben kedveznek a kis, illetve a nagy megyéknek (Balinski-Young 1979a, Lauwers-Puyenbroeck 2006, Marshall et al 2002). A fejlett országok esetében általános tendencia, hogy az urbanizációs folyamatok során a lakosság városokba tömörül, így abban az esetben, ha a vidéki térségek megyéi nem rendelkeznek nagyvárosokkal, relatív méretük kicsi lesz a koncentráltabb lakosságú, nagyobb megyékéhez képest. Ekkor előfordulhat, hogy a kisebb (nagyvárossal nem rendelkező, „vidéki”) megyék lakossága alulreprezentálttá válik a választási rendszerben. A kis megyéknek való kedvezés azért nagyon fontos, mert bizonyos térségek elszigetelődése, a vidék-város szakadék nagysága csökkenthető azzal, hogy a kis megyék érdekeiket megfelelően tudják képviseltetni. Emiatt a dolgozat másik fő célja annak megvilágítása, hogy az Imperiali és Macau módszerek által generált kiosztások kedveznek-e a kis megyéknek.

Előzetes hipotézisem az első kérdésre vonatkozóan a szakirodalom ismeretében az volt, hogy a módszerek típusainak tulajdonságai alapján a két vizsgált módszer nem teljesíti a Hare-kritériumot; arra azonban empirikus adatok nem álltak rendelkezésre, milyen mértékben sértik a kvótát. Hipotézisem a másik kérdésre az volt, hogy az Imperiali valószínűleg meglehetősen kedvez a nagy megyéknek, azonban a Macau módszer kedvezési irányáról és annak nagyságrendjéről nem volt előzetes információm.

A szakirodalom elsődlegesen két területre fókuszál, amelyeknél a körzetkiosztási formulákat és azok kritériumait alkalmazzák. Dolgozatom középpontjában ezek közül a parlamenti képviselői helyek megyék közti szétosztása áll, azonban a formulák alkalmazhatók a szavazók által leadott voksok parlamenti pártok közötti szétosztására is (Balinski-Young 1979a, 1978; Lauwers – Puyenbroeck 2006; Gallagher 1992). Fontos megjegyezni, hogy míg a pártok közötti kiosztásra más szabályozások is érvényesek (például a parlamentbe való bekerülési küszöb a pártok

esetében a szavazatok legalább öt százalékának megszerzése), a formulák alapvető működési mechanizmusa ugyanaz, emiatt ebben a kontextusban is vizsgálhatók.

A dolgozat első fejezete a klasszikus körzetkiosztási problémára és fogalmi háttérére fókuszál. Bemutatja a kiosztás legfőbb tulajdonságait és teljesülésük feltételeit, ezen keresztül az elemzéshez alkalmazott módszertant is megvilágítom. Ezt követően ismertetem a módszerek tipizálását működésük szerint, kiemelt figyelmet fordítva a Jefferson/D'Hondt és a Hamilton körzetkiosztási módszerekre. Ezután összefoglalom a főbb módszerek alkalmazásának történeti háttérét, majd röviden kitérek az elemzés szempontjából kiemelkedő fontosságú Imperiali és Macau módszerek kialakulására és működésére.

A dolgozat módszertanának alapvető eleme a téma szakértői által kidolgozott matematikai eszköztár illetve az elemzéshez szükséges, saját szerkesztésű, C++ nyelven írt program, amely a megadott népesség- és házméret-adatokra megadja a körzetek számának Imperiali illetve Macau módszer szerinti kiosztását, a kvótasértések típusát és előfordulásuk gyakoriságát. A kapott eredmények választ adnak a dolgozat két kutatási kérdésére. Befejezésképpen összefoglalom a kapott eredményeket és javaslatot teszek a módszerek jövőbeni alkalmazására.

## 2 A körzetkiosztási probléma

A politikai választókörzetek kiosztásának feladata politikatudományi és közgazdasági szempontból is rendkívül releváns, ezért érdemes tisztázni a téma politikatudományi vonatkozásait.

### 2.1.1 Politikatudományi vonatkozások

Választási rendszerek alatt azokat a szisztémákat (és az ezekhez tartozó módszereket, technikákat) értjük, amelyek segítségével a szavazás befejezése után a mandátumokat szétosztják, azaz megállapítják, hogy az induló egyéni jelöltek közül kik, vagy a listákról mennyien jutnak mandátumhoz (Trócsányi – Schanda 2016). A választási rendszerek típusai: arányos, többségi, illetve vegyes.

Az arányos választási rendszer alapelve, hogy elérje azt, hogy a pártok (illetve pártlistáik) olyan arányban részesedjenek a mandátumokból, amilyen arányban oszlottak meg a szavazatok az egyes pártok között, azaz minden választói szegmens reprezentálva legyen a végeredményben. Ez esetben többmandátumos körzetek vannak, a mandátumokat a szavazatok arányában osztják fel a jelöltek között. Az arányos rendszer előnye, hogy pontosabban tükrözi a választói akaratot, illetve hogy egyetlen szavazás is eredményes. Hátrányai közé sorolható, hogy a képviseleti

testület túlságosan is szétaprózódottá válhat, sok párt juthat mandátumhoz, ami nagyon megnehezítheti a döntéshozatalt (Trócsányi – Schanda 2016).

A többségi választási rendszer esetében az a jelölt lesz megválasztva, aki a leadott szavazatok meghatározott többségét megkapta, azaz „a győztes mindent visz”. Minden esetben egymandátumos körzetek vannak, ennek folytán körzetenként egy győztes van. Két fajtája van, az abszolút és a relatív többség. Az ilyen rendszerek előnyei közé tartozik, hogy általában hatékony kormányzást biztosítanak, illetve a relatív többség módszere esetén mindig születik eredmény. Komoly hátrányai azonban, hogy csak a választók adott többségének szavazata dönt, a vesztes jelöltekre leadott szavazatok nem gyakorolnak hatást a végeredményre, illetve abszolút többség esetén nem biztos, hogy kialakul végső eredmény a leadott szavazatok arányától függően. Jelenleg Nagy-Britanniában például egyfordulós relatív többségi, míg Franciaországban kétfordulós abszolút többségi választási rendszer működik. Hazánkban vegyes választási rendszer működött egészen 2012-ig; ekkor az arányos rendszerekre jellemző eszközök voltak túlsúlyban, 2012 után azonban a rendszer módosítása a többségi rendszerekre jellemző struktúrát hozott létre (Trócsányi – Schanda 2016).

A vegyes rendszerekben egymás mellett alkalmazzák a többségi és az arányos rendszerek eszközeit.

Dolgozatom keretein túlmutat a ma alkalmazott választási rendszerek típusainak és fejlődésük történetének bemutatása, azonban a tisztán többségi és tisztán arányos, illetve a vegyes választási rendszereknek is nagyon fontos összetevői a képviselői helyek kiosztásának formulái. A dolgozatban elsősorban a tisztán arányos választási rendszerekre fókuszálok, azaz felteszem, hogy egy szavazó egy szavazatot adhat le a körzetén belül.

### 2.1.2 A probléma kifejtve

Az aktuális kiosztási módszer feladata az, hogy meghatározza, az adott közigazgatási egységnek hány képviselői helyet kell kapnia úgy, hogy az a lehető legigazságosabb kiosztást eredményezze. Ebben az esetben három probléma is felmerül: a választókörzetek általában közigazgatási egységekbe ágyazódnak, így a képviselői helyeket többnyire megyék (illetve az Egyesült Államokban államok) között kell szétosztani, amelyeknek nemcsak mérete lehet eltérő, de a közigazgatási határok egyben korlátot szabnak a választókörzetek határainak is, amely befolyásolja az azonos körzetsz méretekre irányuló elvárásokat, ezáltal természetesen egyenlőtlenségekhez vezet.

A probléma másik összetevője az, hogy fix, egész számú képviselői helyet kell kiosztani a megyék között úgy, hogy mindegyik megye a rá jutó arányos részt kapja, különben sérül a szavazók egyenrangúságának princípiuma.

Emellett felvetődik az is, mi alapján értelmezhető egy kiosztás igazságosnak. Az igazságosság rendkívül elvont fogalom, amely azonban a probléma megfelelő definiálása esetén a megadott kritériumokkal vizsgálható. A 2.2-es és 2.3-as számú alfejezetekben Biró et al (2015), Balinski-Young (1979a, 1977b) és Kóczy et al (2017) alapján matematikai úton definiálom a problémát és az elemzés során használt kritériumokat. A körzetkiosztáshoz kapcsolódó egyéb problémákat a következő alfejezet taglalja.

### 2.1.3 A körzetek kialakításával kapcsolatos egyéb problémák

A körzetek határainak meghúzása jelentős befolyással lehet a politikai választások végeredményére, ez által gazdaságpolitikai és társadalmi vonatkozásokkal is bír. A körzethatárok kialakításával részletesen foglalkozik Tasnádi (2011).

A körzetkiosztáshoz szorosan kapcsolódik a szakirodalom által *gerrymandering*-nek nevezett jelenség, amely választókörzet-manipulációt jelent. A fogalmat 1812 óta tartják számon, és Massachusetts akkori kormányzójáról, Elbridge Gerryről kapta nevét, aki a körzethatárok átrendezésével kedvezett a jeffersoni demokratáknak az USA-beli választásokon. A jelenség közvetlen oka az, hogy a megyék népessége eltérő mértékben változik (csökken, illetve növekszik), és a határokat érdemes eltolni a kiegyensúlyozottabb körzetméretek elérése érdekében. Ilyen esetekben azonban a pártoknak közvetetten lehetőségük nyílik a választókörzetek nekik kedvező módosítására az ún. szavazatpazarlási effektus révén. Ha a kormányon lévő párt az ellenfél szavazatait az ellenfél pártján álló körzetbe zsúfolja (felesleges plusz szavazatok) és a többi elosztását a saját támogató körzetekbe (növekvő számú vesztes szavazat) osztja szét, az ellenfél elvesztegetett szavazatainak száma maximalizálható (Gul-Pesendorfer 2010). A jelenség például az Amerikai Egyesült Államokban ma is rendszeresen előfordul, de már szabályozott és konszolidáltabb keretek között. A gerrymandering vonatkozásairól Stephanopoulos – McGee (2015), Gul – Pesendorfer (2010), McDolnald (2003) és Friedman – Holden (2008) adnak bővebb tájékoztatást.

Az Európai Unióban a körzetkiosztásra a Velencei Bizottság 2002-es választási kódexének ajánlása is vonatkozik. Az ajánlás meghagyja, hogy az adott tagállam választókörzeteinek mérete legfeljebb 10, indokolt esetben 15 százalékkal térhet el az átlagos körzetmérettől (Biró et al 2012). Mindez bonyolította a tagállamok által alkalmazott eljárásokat és számos tagállam,

így például a magyarországi választási törvény rendelkezéseit is módosította. A 2011-ben bevezetett új magyar választási törvény rendelkezései már a választókörzetek átlagtól való eltérésének mértékére vonatkoztak, amelyet 20 százalékban maximáltak. Biró et al (2012) a Velencei Bizottság ajánlásának megfelelő törvénymódosítási javaslatot és egy, a magyar választási rendszer számára ideális körzetkiosztási mechanizmust ismertet.

## 2.2 A probléma matematikai definíciója

Egy *körzetkiosztási probléma*  $(\mathbf{p}, H)$  két fő eleme a megyék lakosságát tartalmazó

$$\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$$

vektor, ahol  $P = \sum_{i=1}^n p_i$  az ország lakossága és

$$H \in \mathbb{N}_+$$

a parlamenti házméret, azaz a kiosztandó képviselői helyek száma összesen, ahol  $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ .

A feladatunk meghatározni  $a_1, a_2, \dots, a_n$  nem-negatív egészeket, amelyek az  $1, 2, \dots, n$  sorszámú megyék számára kiosztott helyeket reprezentálják, és amelyekre teljesül  $\sum_{i=1}^n a_i = H$ .

Legyen  $\mathbf{p} \in \mathbb{N}_+^n$  és  $\mathbf{a} \in \mathbb{N}^n$   $n$ -dimenziós vektorok, amelyek rendre a népességszámokat és a kiosztott körzetek számát tartalmazzák.

Egy *körzetkiosztási módszer* (illetve *körzetkiosztási szabály*) egy olyan  $M$  függvény, amely minden  $(\mathbf{p}, H)$  körzetkiosztási problémához egy kiosztást rendel, azaz minden egyes megye számára meghatározza az őt illető képviselői helyek számát.

Jelölje  $A = \frac{P}{H}$  az átlagkörzet nagyságát illetve  $\frac{p_i}{P} H = \frac{p_i}{A}$  az  $i$ -edik megyére jutó arányos részt.

Továbbá legyen  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ , ekkor  $\mathbf{x} \geq \mathbf{y}$  ha  $x_i \geq y_i$   $i = 1, 2, \dots, n$  esetén.

## 2.3 Tulajdonságok

### 2.3.1 A kvóta-kritérium

Az egyik fő probléma – amely a 2.1.2-es alfejezetben már említésre került – az, hogy fix, egész számú képviselői helyet kell kiosztani a megyék között úgy, hogy mindegyik megyének a  $\frac{p_i}{P} H$  szorzatnak megfelelő arányos részt kell kapnia, különben sérül a szavazók egyenrangúságának princípiuma. Azonban az arányos rész a valóságban többnyire tört érték, amelyet valamilyen



módon egészre kell kerekíteni. A kvóta-kritérium a kerekítésből adódó problémákra ad egyfajta választ.

Amennyiben az  $a_i = \frac{p_i}{p}H$  egyenlőség teljesül  $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$  esetén, úgy az  $\mathbf{a}$  kiosztás teljesíti az *egzakt kvóta* kritériumot. A valóságban az egzakt kvóta kritérium azonban ritkán teljesül, emiatt kézenfekvő megoldásnak bizonyul a rá jutó arányos részhez legközelebbi egész számú körzet kiosztása a megye számára – a körzetkiosztó módszerek legtöbbje erre is törekszik (Biró et al 2015).

Egy  $\mathbf{a}$  kiosztás teljesíti az *alsó kvótát*, ha egy megye sem kap kevesebb képviselői helyet, mint az őt illető arányos rész alsó egészrésze, azaz ha  $a_i \geq \left\lfloor \frac{p_i}{p}H \right\rfloor \forall i \in \{1, \dots, n\}$  esetén. Hasonlóan, egy  $\mathbf{a}$  kiosztás teljesíti az *felső kvótát*, ha egy megye sem kap több képviselői helyet, mint az őt megillető arányos rész felső egészrésze, azaz ha  $a_i \leq \left\lceil \frac{p_i}{p}H \right\rceil \forall i \in \{1, \dots, n\}$  esetén.

Egy kiosztás teljesíti az ún. *Hare-kritériumot* (illetve egyszerűen a *kvóta kritériumot*), ha az alsó és felső kvóta kritériumot is teljesíti (Balinski-Young 1979a, 1978).

Hasonlóan, egy  $M(\mathbf{p}, H)$  körzetkiosztó módszer teljesíti az alsó (felső) kvótát, ha bármely  $(\mathbf{p}, H)$  körzetkiosztási probléma esetén  $M(\mathbf{p}, H)_i \geq \left\lfloor \frac{p_i}{p}H \right\rfloor$  illetve  $M(\mathbf{p}, H)_i \leq \left\lceil \frac{p_i}{p}H \right\rceil$  minden  $i \in \{1, \dots, n\}$ -re és teljesíti a *Hare-kvótát*, ha az alsó és felső kvótát is teljesíti.

Fontos kiemelni, hogy Balinski-Young (1975) szerint a *Hare-kritérium* rendkívül nagy jelentőséggel bír a körzetkiosztási módszerek igazságosságának megítélésékor; egyéb kritériumok mellett ez döntő tulajdonság, amely tükrözi egy módszer hatékonyságát. Az említett szerzőpárost a körzetkiosztási módszerek tudományterületének szaktekintélyeiként tartják számon, így a kritérium jelentősége megkérdőjelezhetetlen. Mindez relevanciát ad a dolgozat fókuszában álló két módszer kvóta kritérium szerinti vizsgálatának.

### 2.3.2 Monotonitás

A monotonitási kritériumok arra vonatkoznak, az elérhető helyek számának változása, illetve a jogosultságok változása hogyan befolyásolják az egyes kiosztásokat. A dolgozat a monotonitás két fő típusát tárgyalja. A monotonitást Kóczy et al (2017) alapján definiálom.

Egy eljárás *ház-monoton*, ha a házméret növekedésekor egyik megye sem veszít képviselői helyet. Formálisan: Egy  $M$  körzetkiosztó módszer *ház-monoton*, ha bármely  $(\mathbf{p}, H)$  körzetkiosztási problémára és  $H' \geq H$  házméretre  $M(\mathbf{p}, H') \geq M(\mathbf{p}, H)$ .

A ház-monotonitás kritériuma az Egyesült Államok választási rendszeréhez köthető. Az USA-ban 1850 és 1900 között a Hamilton körzetkiosztó formulát használták a képviselői helyek kiosztására. A kritérium akkor került előtérbe, amikor 1881-ben C.W. Seaton, az Egyesült Államok Választási Irodájának vezetője felfedezte, hogy 299 képviselői hely kiosztása esetén Alabama állam 8, míg 300 hely kiosztása esetén csak 7 körzetet kap az akkoriban használatos Hamilton formula alapján. A paradoxon kimenetele súlyosan sérti az igazságosság és az ennek kapcsán megfogalmazott ház-monotonitási kritériumot, hiszen Alabama államnak a házméret növelésével legalább annyi körzetet kellett volna kapnia az új kiosztáskor, mint előtte (Huntington 1921, Biró et al 2015, Niemeyer-Niemeyer 2008, Balinski-Young 1978). Az Alabama-paradoxont az 1. táblázat illusztrálja: a házméret 37-ről 38-ra való növekedésekor az E megye képviselői helyet veszít.

A főbb módszerek működésének és tulajdonságainak leírása a 3.2-es számú alfejezetben található.

1. táblázat. Az Alabama-paradoxon előfordulása növekvő házméret esetén.

megye népesség	A	B	C	D	E	F	Összesen
	27744	25178	19947	14614	9225	3292	100000
arányos rész	9,710	8,812	6,981	5,115	3,229	1,152	35
kiosztás	10	9	7	5	3	1	35
arányos rész	9,988	9,064	7,181	5,261	3,321	1,185	36
kiosztás	10	9	7	5	4	1	36
arányos rész	10,265	9,316	7,38	5,407	3,413	1,218	37
kiosztás	10	9	7	6	4	1	37
arányos rész	10,543	9,568	7,58	5,553	3,506	1,251	38
kiosztás	10	10	8	6	3	1	38
arányos rész	10,820	9,819	7,779	5,699	3,598	1,284	39
kiosztás	11	10	8	6	3	1	39

Forrás: Balinski-Young (1979a).

Adódhat olyan eset, hogy két megye népessége eltérő mértékben növekszik, ekkor előfordulhat, hogy a nagyobb ütemben növekvő népességű megye képviselői helyet veszít. Ezt a jelenséget népességi paradoxonnak nevezzük (Biró et al 2015). A 2. táblázat a népességi paradoxont ábrázolja, ahol az B és a C megye népessége is növekszik, és míg a kisebb ütemben növekvő B megye képviselői helyet szerez, addig a dinamikusabban növekvő C megye képviselői helyet veszít.

2. táblázat. A népességi paradoxon.

Állam	Népesség	Képviselői helyek	Népesség	Képviselői helyek
A	69	3	69	3
B	70	3	80	4
C	150	8	172	7
<b>Összesen</b>	289	14	321	14

Forrás: Biró et al (2015), pp. 36.

Egy  $M$  körzetkiosztó módszer *népesség-monoton*, ha  $M(\mathbf{p}', H)_i \geq M(\mathbf{p}, H)_i$  bármely  $(\mathbf{p}, H)$  körzetkiosztási problémára,  $H$  házméretre és  $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$  népességre, úgymint  $p'_i > p_i, p'_j > p_j$  és  $\frac{p'_i}{p_i} \geq \frac{p'_j}{p_j}$   $p'_k = p_k, k \in \{1, 2, \dots, n\}, k \neq i, j$  esetén.

Balinski-Young (1983) alapján minden módszer, amely ház-monoton, népesség-monoton is, és fordítva.

Tasnádi (2008) áttekinti a népességi paradoxon előfordulásának történetét a parlamenti helyek pártok közti kiosztása esetében Magyarországon.

### 2.3.3 Balinski és Young lehetetlenségi tétele

A körzetkiosztás módszereire vonatkozó egyik nagyon fontos szabály, hogy nem létezik olyan körzetkiosztási módszer, amely teljesítené a kvóta-kritériumot és monoton lenne (Balinski-Young 1979a). A módszerek két fő típusa közül az ún. osztómódszerekre mindig teljesül a ház- és a népesség-monotonitás, viszont többnyire sértik a kvóta-kritériumot. Ezzel szemben az ún. legnagyobb maradék módszerek esetében a kvóta-kritérium mindig teljesül, míg a monotonitása nem.

### 2.3.4 Kedvezés kis és nagy megyéknek

A főbb körzetkiosztási módszerek között relatív sorrend állítható fel aszerint, milyen mértékben kedveznek a kis megyéknek; a témával először Balinski-Young (1975) foglalkozott. A szerzőpáros által felállított sorrendet a szakirodalom számos kiegészítése és vizsgálata kísérte többnyire az osztómódszerek között fennálló relációkat vizsgálva. Esetünkben megemlítendőek például Lauwers – Van Puyenbroeck (2006), Gallagher (1992), Marshall et al (2002), illetve Van Hecke (2014) munkái. A megyeméreték szerinti kedvezést részletesen ld. a 4.3-as számú alfejezetben.

A szakirodalom egyéb kritériumokat és tulajdonságokat is vizsgál a módszerekre vonatkozóan, amelyekkel a dolgozatban nem foglalkozom részletesen, mert az elméleti keretek

bemutatásához és az elemzéshez nem kapcsolódnak szorosan. A további tulajdonságok a következők: stabilitás, konzisztencia, uniformitás – a képviselői helyek pártok közötti szétosztására vonatkozóan (Balinski-Young 1979a, 1978). Balinski-Young (1979a, 1978) továbbá azzal is foglalkozik, hogy mely módszerek azok, amelyek kedveznek a koalíciók kialakulásának a parlamenti pártok között, és melyek azok, amelyek kifejezetten destruktívak, töredezettséget idéznek elő a pártstruktúrában. Niemeyer – Niemeyer (2008) ezen kívül a függetlenségi és többségi kritériumot is hangsúlyosnak tartja, szintén a képviselői helyek pártok közti kiosztásánál.

### 3 Főbb körzetkiosztási módszerek

#### 3.1 Tipizálás

A körzetkiosztás folyamatánál a megyékre jutó arányos rész tört értéke miatt szükséges a felfelé, illetve a lefelé kerekítés, amely szükségszerűen egyenlőtlenségeket eredményez a megyék között, hiszen ha a módszer egy megyénél felfelé kerekít, egy másiknál lefelé kell, hogy kerekítsen, különben több helyet oszt ki, mint a megadott házméret. Így a legismertebb módszerek gyakran csupán a megyéket illető  $\frac{p_i}{P}H$  arányos részek kerekítésének irányában különböznek egymástól (Kóczy et al 2017). A helyek lehető legigazságosabb kiosztására számos formula született a történelem folyamán. Az első javaslatok a 18. század második felében jelentek meg, és az újabb és továbbfejlesztett változatok bizonyos szempontok alapján hatékonyabb megoldást jelentettek, más szempontok figyelembe vétele mellett viszont újabb problémákat vetettek fel (például a kvóta-kritériumot sértő Jefferson módszert az USA-ban a Hamilton módszer követte, arról azonban 1881-ben kiderült, hogy kiosztásainál fellép az Alabama-paradoxon, azaz a módszer nem monoton).

A körzetkiosztási módszereknek alapvetően két fő típusát különböztetjük meg: a legnagyobb maradék módszereket és az osztómódszereket. A módszerek alkalmazásának történeti áttekintését az Egyesült Államok példáján keresztül ld. a 3.2-es alfejezetben.

##### 3.1.1 A legnagyobb maradék módszerek

A legnagyobb maradék módszerek a képviselői helyek „árára” alapoznak, azaz először a teljesen „kifizetett” helyeket osztják ki. Ezt követően a fennmaradó helyeket azoknak a megyéknek osztják ki, amelyek a *legnagyobb maradékokkal* (a legnagyobb tört értékű, őket megillető képviselői helyekkel) rendelkeznek. Léteznek egyéb, a helyek árait használó

legnagyobb maradék módszerek is, de a legismertebb és a legegyszerűbb működésű a Hamilton módszer.

A Hamilton módszert (más néven Vinton, vagy Hare-Niemeyer módszert) Alexander Hamilton javasolta először 1792-ben az Egyesült Államok körzetkiosztásai meghatározására, azonban Thomas Jefferson ellenvetései és érvelése miatt Washington elnök elutasította az alkalmazását, így egészen 1850-ig mellőzték. A módszer hatékonynak bizonyult egészen az ominózus 1881-es Alabama-paradoxon felfedezéséig – közvetlenül ezt követően, a paradoxon ellen szóló nyomós érvek ellenére is egészen 1901-ig használatban volt.

A módszer által előállított standard vagy Hare-osztó, a  $D_S = \frac{P}{H}$  hányados egy képviselői hely ára, amely a 2.2-es alfejezetben említett átlagos körzetnagysággal,  $A$ -val egyenlő. A teljes lakosságot a standard osztóval, a  $D_S$  értékkel elosztva megkapható az adott megyére jutó ideális körzetszám (Kóczy et al 2017). A megye számára kiosztandó helyek száma úgy áll elő, hogy minden megye megkapja a rá jutó arányos rész alsó egészrészét, azaz az alsó kvótát. Ha ezt minden megyénél elvégeztük, a fennmaradó helyeket az alábbi módon osztjuk ki: a megyék között csökkenő sorrend állítható fel a rájuk jutó arányos rész és az alsó kvóta különbsége alapján; a fennmaradó helyek közül az kap egyet, amelyik a legnagyobb tört képviselői hellyel rendelkezik (Balinski-Young 1983). Ez a metódus addig ismételhető, amíg minden hely kiosztásra nem kerül. Dolgozatomban nem foglalkozom azzal az esettel, amelynél két vagy több megye legnagyobb maradéka megegyezik, mert valós kiosztásoknál rendkívül kicsi annak a valószínűsége, hogy ez előfordul (Kóczy et al 2017).

Az egyéb legnagyobb maradék módszerek a standard osztó formulákban különböznek egymástól. A Hagenbach-Bischoff-kvóta például a  $D_{H-B} = \frac{P}{H+1}$  osztó értéket használja. A Droop-kvóta a  $D_D = \left\lfloor \frac{P}{H+1} + 1 \right\rfloor$  összefüggést, az Imperiali (egy belga szenátor, Pierre Imperiali után elnevezve) pedig a  $D_I = \frac{P}{H+2}$  összefüggést alkalmazza. Huntington (1921) továbbá egyéb legnagyobb maradék elven működő módszereket is jellemez.

A Droop-kvóta megakadályozza, hogy több hely kerüljön kiosztásra, mint a parlamenti házméret, hiszen az alkalmazott alsó egészrész miatt pont elegendő, minimális számú helyet oszt ki. Ezzel szemben viszont a Hagenbach-Bischoff, illetve az Imperiali gyakran osztanak ki több helyet, mint amennyi rendelkezésre áll (Kóczy et al 2017).

Tulajdonságaikat tekintve a legnagyobb maradék módszerek működésükből adódóan kvóta szerintiek (Balinski-Young 1983). Ugyanakkor viszont – az Alabama-paradoxon előfordulásával is bizonyítottan – nem monotonak (Balinski-Young 1977b).

### 3.1.2 Az osztómódszerek

Az osztómódszerek (más néven legmagasabb átlag módszerek) némileg eltérő alapon működnek, és két, matematikailag ekvivalens módon is ki lehet számolni őket: a Jefferson- és a D'Hondt-formula segítségével. A dolgozat az egyszerűség kedvéért a Victor D'Hondt féle procedurális változatot mutatja be. Kezdetben minden megyéhez 0 (esetleg 1) körzetet rendelünk hozzá. Majd – a választott osztómódszertől függően – meghatározzuk a megyék ún. *igényét*, amely a megye népességétől és a már meglévő körzeteinek számától függ. A legnagyobb igényű megyének adunk egy körzetet, majd frissítjük az igényét. Az eljárást addig ismételjük, amíg minden körzetet ki nem osztottunk

Az osztómódszerek közül a legrégebb óta alkalmazott és legismertebb módszer a Jefferson vagy D'Hondt módszer. 1792-ben fogadták el és kezdték alkalmazni az USA-ban Thomas Jefferson javaslatára, majd jóval később, 1878-ban Victor D'Hondt, a Ghenti Egyetem adójoggal és civil jogokkal foglalkozó professzora egy matematikailag nagyon különböző, végeredmény szempontjából azonban teljesen azonos módszert publikált (Kóczy et al 2017, Marshall et al 2002). Ez a módszer az USA-ban Jefferson, míg Európában D'Hondt módszerként terjedt el.

A *D'Hondt* módszer az *igények* meghatározására a

$$q_i^H(s) = \frac{p_i}{s + 1}$$

formulát használja, amely azt mutatja meg, hogy egy képviselő hány szavazót képviselne abban az esetben, ha az  $i$ -edik megye  $s$  meglévő hely esetén eggyel több képviselői helyet kapna (Kóczy et al 2017).

A módszer működése tehát a következőképpen írható le: kezdetben mindegyik megye 0 képviselői hellyel rendelkezik, azaz  $s$  minden esetben nulla. Ekkor a  $q_i^H(s)$  érték minden egyes megye esetében a saját népessége lesz; ez egyben azt jelenti ( $q$  definíciójából adódóan), hogy ha az adott (bármely) megye egy képviselői hellyel többet kapna (azaz  $s$  értéke 0-ról 1-re nőne), akkor az az egy képviselő a megye teljes népességét képviselné. Ekkor a legnagyobb  $q_i^H(s)$  értékkel rendelkező megye kap egy helyet (az  $s$  értéke eggyel növekszik, hiszen eggyel több képviselői helyet kapott, a többi megyéé változatlan marad). Ekkor újabb iteráció következik az újraszámolt  $q_i^H(s)$  értékekkel (amelyek közül csak az előzőleg képviselői helyet kapott

megye értéke változik). Itt újra a legnagyobb értékkel rendelkező kap egy képviselői helyet. Hasonló logika mentén haladva végül az összes parlamenti képviselői hely kiosztásra kerül.

Az osztómódszerek többi módszere a D'Hondt módszer némileg módosított változata; egyik részüknek célja a sok képviselői helyet igénylő megyéknek, illetve pártoknak (pártlistás szavazás esetén) való kedvezés, másik részük ezt kifejezetten igyekszik elkerülni. Kóczy et al (2017) és Balinski-Young (1979a) terminológiája alapján az osztómódszereket és formuláikat a 3. táblázat szemlélteti.

3. táblázat. Az osztómódszerek egyéb változatai és formuláik.

*Adams módszer*

$$q_i^A(s) = \frac{p_i}{s}$$

*Dán módszer*

$$q_i^D(s) = \frac{p_i}{s + 1/3}$$

*Huntington-Hill/EP módszer*

$$q_i^{HH}(s) = \frac{p_i}{\sqrt{s(s+1)}}$$

*Sainte-Laguë/Webster módszer*

$$q_i^{SL}(s) = \frac{p_i}{s + 1/2}$$

*Imperiali (osztó)módszer*

$$q_i^I(s) = \frac{p_i}{s + 2}$$

*Macau módszer*

$$q_i^M(s) = \frac{p_i}{2^s}$$

*Dean/Harmonic Mean módszer*

$$q_i^{HM}(s) = \frac{p_i}{\frac{2}{\frac{1}{s} + \frac{1}{s+1}}}$$

A Sainte-Laguë illetve Webster módszerek egymással teljesen ekvivalens megoldást adnak, azonban előbbit Európában André Sainte-Laguë párizsi matematikaprofesszor dolgozta ki, míg a Webster módszert Daniel Webster, USA-beli szenátor (Marshall et al 2002, Balinski-Young 1983).

Az 1900-as évek elején E. V. Huntington, a Harvardon tevékenykedő matematikaprofesszor a monotonitást, mint elsődleges tulajdonságot szem előtt tartva összegyűjtött és megvizsgált 16 osztómódszert, közülük öt felelt meg a megyék közti egyenlőtlenségek minimalizálására irányuló feltételnek. Az öt módszer később Huntington-módszerek néven is ismertté vált (Balinski-Young 1977b, 1983). Az öt módszer a következő: Adams, Dean/Harmonic Mean, EP/Huntington-Hill, Webster és Jefferson módszer. Balinski-Young (1979a) bizonyítása alapján minden Huntington-módszer monoton, de a nem csak ezek a módszerek monotonak – Balinski-Young (1975) alapján például a Kvóta módszer is monoton.

Tulajdonságaikat tekintve Balinski-Young (2001) és Kóczy et al (2017) alapján az osztómódszerek működésükből fakadóan teljesítik a ház-monotonitás kritériumát, hiszen az elérhető képviselői helyek számának növekedésével a hely ára csökken, így minden megye többet engedhet meg magának. Ehhez kapcsolódóan az osztómódszerek nem produkálják a népességi és új megye paradoxont sem, azaz népesség-monotonak. Balinski-Young (2001) bizonyítja is, hogy ha egy módszer népesség-monoton, akkor az szükségképpen osztómódszer. Azonban a lehetetlenségi tételből és tapasztalati tényekből következően a módszerek gyakran sértik a kvóta-kritériumot. A kritérium sértésének mértéke ugyanakkor nemcsak különböző módszereknél, hanem megyeméreteknél is eltérő – nagy megyék esetében például a Jefferson, illetve az Adams módszer gyakrabban sérti a kvótát, mint kisebb megyéknél (Kóczy et al 2017).

### 3.2 Történeti áttekintés (USA)

A politikai választókörzet-kiosztási módszerek történeti fejlődési pályájának bemutatásához a legcélravezetőbb az Amerikai Egyesült Államok példáját venni. Az USA-ban a 18. század utolsó évtizede óta nagyon fontos kérdés a választói szavazatok egyenértékűségének biztosítása; a ma ismert módszerek közül számos amerikai fejlesztésű. Fontos megjegyezni, hogy néhány módszer teljesen ekvivalens végeredményt adó változata Európában illetve az USA-ban is kialakult, így nem mindegyik módszer kifejezetten amerikai találmány. A körzetkiosztó módszerek elsődleges kritériuma az igazságosság, amelyet azonban a különböző módszerek támogatói egészen máshogy értelmeztek – világossá vált, hogy számos aspektust érdemes mérlegelni az alkalmazhatóság eldöntésekor és ezzel párhuzamosan egyre több kritérium és ezekre fókuszáló módszer fogalmazódott meg.

Az USA-beli körzetkiosztás története 1792-ben kezdődött, amikor Alexander Hamilton amerikai pénzügyminiszter benyújtotta javaslatát a körzetek kiosztásának metódusára vonatkozóan, amely ellen Thomas Jefferson a saját javaslatával lépett fel. Ez a módszer később Hamilton, illetve Vinton módszer néven terjedt el (Kóczy et al 2017, Balinski-Young 1983, 1975).

Ettől az időszaktól kezdve – George Washington kormányzásával kezdődően – nagyon fontos szemponttá vált az akkori 120 képviselői hely 15 állam közötti kiosztásának igazságossága, ezért javaslatok és viták tömkelege öveztek a megfelelő módszer megválasztását. Ugyanebben az időszakban Thomas Jefferson (a tudomány kiemelkedő és sokoldalú alakja, aki ekkor külügyminiszteri pozícióban tevékenykedett) előállt a később róla elnevezett Jefferson módszer javaslatával, amelyet az államok számára közös osztó révén igazságosnak találtak.



A Jefferson módszert 1792-től egészen 1840-ig használták az Egyesült Államokban, azonban számos esetben extrém módon sértette a kvótát, illetve nagy mértékben kedvezett a nagy megyéknek a kicsikkel szemben (Balinski-Young 1983). Ekkorra a Hamilton és Jefferson módszereken kívül két újabb módszert is napvilágra került (Balinski-Young 1983): Daniel Webster szenátor 1832. április 5-én nyújtotta be javaslatát a Szenátusnak. Webster megállapította, hogy a Jefferson módszer kiosztásai nem kvóta szerintiék, illetve szükségesnek tartotta módszer módosítását annak érdekében, hogy a módszer által az államok számára adott tört értékeket felfelé kerekítve a helyek összege megegyezzen a parlament méretével, így alakította ki a Webster (illetve Európában Sainte-Laguë névre keresztelt) módszert. Ezzel szemben a másik javaslattal előálló személy, John Quincy Adams módszere elsősorban a nagy megyék favorizálásának elkerülésére és a kis megyéknek való kedvezésre irányult a formula nevezőjének csökkentésével.

1840 és 1850 között végül a Webster módszert alkalmazták, azonban 1850 és 1900 között beiktatták a Hamilton módszert, mert a parlamentméret az előrejelzések szerint kedvezett az alkalmazásának. 1881-ben azonban a döntéshozók számára világossá vált a Hamilton módszer fő gyengesége, hogy nem teljesíti a monotonitás kritériumát – a közismertté vált és a 2.3.2 számú alfejezetben említett Alabama-paradoxon produkálásával. Ennek ellenére a módszer egészen 1900-ig használatos volt, amikor a Webster módszer váltotta fel (Balinski-Young 1975). A Webster módszert egészen 1940-ig alkalmazták.

A folyamatos tudományos diskurzus folytán újabb módszer került előtérbe az 1930-as években. Az Hill-féle (később Equal Proportions (EP) vagy Huntington-Hill) módszert – amely Joseph Hill, az Amerikai Választási Iroda vezető statisztikusának módszere volt – Edward W. Huntington vizsgálta és találta kiemelkedően alkalmasnak. Huntington fő szempontja az volt, hogy mivel az államok között mindig lesznek különbségek a helyek transzferálása ellenére is, nem a különbségek eliminálása, hanem mértékük vizsgálata és csökkentése a teendő. Így különítette el az öt Huntington-módszert, amelyeket véleménye szerint említésre érdemesek voltak az akkori módszerek közül (Balinski-Young 1983). Az általa legmegfelelőbbnek tartott módszer a Huntington által Equal Proportion-né átnevezett Hill-féle módszer volt, mert véleménye szerint ennél a módszernél a legkisebb a különbség a megyék közti kiosztásoknál, illetve nem lép fel a kis és nagy megyéknek való kedvezés problémája (amely megállapítást később bírálatok érték). Végül 1941-ben – többek között a kedvező tudományos és politikai változások révén – az USA döntéshozói elfogadták az Equal Proportions (EP) vagy más néven Huntington-Hill módszert, és az alkalmazott módszer jelenleg is ez (Balinski-Young 1983).

A főbb körzetkiosztási módszerek működésének és kialakulásának ismertetését követően a dolgozat fókuszában álló két módszert mutatom be a 4. fejezet keretei között.

## 4 Az Imperiali és Macau módszerek

### 4.1 Kialakulásuk és működésük

A Macau módszer formuláját kizárólag Macau (esetenként Macao) parlamenti képviselői helyeinek kiosztásánál alkalmazzák. Macau egy autonóm terület Kína keleti részén, lakossága 650 900 főt számlál; a térséget a világ legsűrűbben lakott területei között tartják számon (Portal do Governo da RAE de Macao: <http://portal.gov.mo>). A módszer által alkalmazott formula a  $q_i^M(s) = \frac{p_i}{2^s}$  összefüggés, amely a D'Hondt módszer némileg módosított változata, így működése is az osztómódszerek működésén alapul.

Az Imperiali módszert Európában, kifejezetten a belga önkormányzati választások lebonyolításának módszereként fejlesztették ki, jelenleg is ott használatos (Gallagher 1992, Golosov 2014). A módszer a  $q_i^I(s) = \frac{p_i}{s+2}$  összefüggést használja.

Osztómódszerek lévén mindkét módszer monoton, azonban a kvóta-kritériumot gyakran és eltérő mértékben sértik. A dolgozat témája szempontjából egyéb tulajdonságaik közül kiemelendő a kis és nagy megyéknek való kedvezés mértéke, ehhez nyújt információkat a 4.2-es alfejezet.

### 4.2 Kedvezés a kis és nagy megyéknek

A dolgozat szempontjából rendkívül releváns kérdéskör az, hogy a módszerek a nagyobb vagy a kisebb megyéknek kedveznek inkább. A szakirodalomban megkülönböztethető a pártoknak és a megyéknek való kedvezéssel foglalkozó munkák, azonban a dolgozatban egységesen kezelem őket.

A főbb körzetkiosztási módszerek között relatív sorrend állítható fel aszerint, milyen mértékben kedveznek a kis megyéknek; a témával először Balinski-Young (1975) foglalkozott.

A Balinski-Young (1975) által prezentált 4. táblázat szemlélteti a nagy megyéknek való kedvezés sorrendjét növekvő sorrendben.

4. táblázat. A Balinski-Young (1975) által vizsgált öt osztómódszer kiosztásai.

Megye	Népesség	Smallest Divisors/ Adams	Dean/ Harmonic Mean	EP/ Huntington-Hill	Webster	Jefferson/ D'Hondt
A	9061	9	9	9	9	10
B	7179	7	7	7	8	7
C	5259	5	5	6	5	5
D	3319	3	4	3	3	3
E	1182	2	1	1	1	1
Összesen	26000	26	26	26	26	26

Forrás: Balinski-Young (2001) és Marshall et al (2002) alapján.

A nagy megyéknek való kedvezés a formulák képletéből adódik, hiszen az Adams-Jefferson tartományon belül a tört nevezőjében a kiosztott szavazatok számához növekvő sorrendben 0 és 1 közötti (illetve azokkal megegyező) értékek adódnak hozzá, ezzel csökkentve a tört értékét. A formulák nevezője a 3.2-es fejezetben ismertetett formulák alapján az Adams módszer esetében a kiosztott körzetek számával egyezik meg, a Dean módszer nevezője kisebb, mint az EP-é, amely a kiosztott helyek mértani közepével egyezik meg. Előbbi kettő által a körzetek számához hozzáadott érték a nevezőben tart  $\frac{1}{2}$ -hez, azonban azt csak a Webster módszer éri el, így esetében nagyobb a nevező értéke, míg a Jefferson módszer a kiosztott körzetek számához 1-et ad hozzá, a tartományban a legnagyobb értéket.

A 4. táblázat kitűnően szemlélteti, hogy a tört nevezőjének növekedésével a legkisebb megye „átad” egy helyet az eggyel nagyobb megyének, majd a következő módszernél a plusz helyet kapott megye ad át a nála eggyel nagyobbak, végül a Jefferson általi kiosztásnál a legnagyobb megyének több képviselői hely jut, mint a korábbi módszereknél. Marshall et al (2002) példákkal is hangsúlyozza, hogy a legnagyobb megyét kivéve nem feltétlenül nő a megyék által kapott helyek száma, egyfajta „tárolóként” funkcionálnak a módszerek kiosztásai során. Biró et al (2015) az általa javasolt, ún. leximin körzetkiosztási módszernél szintén vizsgálja a megyék tárolóként való működését, az ún. puffer-jelenséget. Ezzel kapcsolatban Marshall et al (2002) másik fontos megállapítása, hogy a helyek transzferálása nem szükségszerűen követi a 4. táblázatban kialakult sorrendet. Előfordulhat, hogy nem a legkisebb megye kezdi a sort, és nem az ad tovább helyet, amely pont előtte kapott. Ezen kívül bizonyítja azt is, hogy az átadási lánc nem mindig válik teljessé a jelenleg ismert módszerek kiosztásaival, közöttük többféle módon is átadódhat hely. Amely azonban bizonyos, hogy a keletkező kiosztások ugyanazok maradnak, csak a helyek köztes transzferálásának lehetnek különböző módjai.

Marshall et al (2002) szintén megerősíti az Adams < Dean < EP < Webster < Jefferson sorrendet, azonban Gallagher (1992) elemzése némileg más spektrumot vizsgál, amelynek során a következő eredményre jut (a nagy megyéknek kedvezés növekvő sorrendjében): Adams < Dán < EP < Webster < Jefferson < Imperiali. A dolgozat szempontjából nagy jelentőséggel bír az Imperiali módszer sorrendben elfoglalt helye, hiszen az elemzés egyik fókuszában az áll, hogy az Imperiali módszer mennyire kedvez a kis megyéknek. Ezen kívül Lauwers – Van Puyenbroeck (2006) a legnagyobb maradék módszerek elemi módszerét, a Hamilton módszert is bevonja a vizsgálatba Balinski – Young (1975) sorrendjéből kiindulva, és megállapítja, hogy a Hamilton módszer az Adams és a Jefferson módszerek közé esik, azonban nem hasonlítható össze a többi osztómódszerrel, nem helyezhető el közöttük.

Van Hecke (2014) kétpártrendszerben vizsgálja a parlamenti helyek kisebb és nagyobb párt közötti eloszlását növekvő szavazatszám, osztó-, illetve legnagyobb maradék módszerek esetén is; Van Hecke szintén hasonló eredményekre jut, csak parlamenti pártok közti kiosztásra vonatkoztatva.

## 5 A két módszer elemzése

A dolgozat fő célja annak a két kérdésnek a megválaszolása, amelyek a következőképp hangzanak: sértik-e a kvóta-kritériumot az Imperiali és Macau módszerek; ha igen, milyen mértékben? Illetve: kedvez-e a két módszer a kis megyéknek?

Az elemzéshez saját szerkesztésű, C++ nyelven írt programot használtam, amely megadta a körzetek kiosztását mindkét módszerre. Az elemzéshez magyar népességi adatokat vettem, mert hazánk esetében vannak kis és nagy megyék is, emellett a házméret nem túl kicsi. A valós népességi adatok használata azért nagyon fontos, mert mesterséges körülmények között a probléma nem feltétlenül vizsgálható megfelelően – a valóságban például a népesség sajátos módon oszlik meg a megyék között, nem közelíti az egyenletes eloszlást.

A házméretet – mivel a magyar választási törvény a kiosztható képviselői helyek számát 106-ban határozta meg – 56 és 156 közötti tartományon belül vizsgáltam, 101 esetre. Ehhez igazodva a megyék adatai is a magyar népességi adatok a szavazók számára szűkítve. A program a kiosztáson kívül meghatározta, összesen hány esetben sérült a kvóta-kritérium megyékre lebontva, illetve ez összesen hány megyével többet/kevesebbet eredményezett adott megye számára.

Egy eljárás a 2.3.1-es alfejezet alapján akkor sérti a kvóta-kritériumot, ha vagy az alsó vagy felső kvótát sérti, illetve mindkettőt sérti. A felső kvótát akkor sérti, ha valamely megyének több képviselői helyet oszt ki, mint amennyi az őt megillető arányos rész felső egészrésze; míg az alsó kvótát akkor sérti, ha kevesebb képviselői helyet oszt ki, mint az őt megillető arányos rész alsó egészrésze.

A következő fejezetekben elsősorban a kvótasértések előfordulásával foglalkozom, a kiosztások egy kis szeletét ld. a 6-os fejezetben.

Magyarország megyéinek népességét az 5. táblázat mutatja csökkenő sorrendben. A táblázat hasznos lesz majd annak megállapításánál, mely megyéknek kedvez, vagy melyektől vesz el képviselői helyet az adott módszer.

*5. táblázat. Magyarország megyéinek sorrendje nagyságuk szerinti csökkenő sorrendben (2010-es népességi adatok segítségével).*

Megye	Népesség	Megye	Népesség
1. Budapest	1407470	Jász-Nagykun-	
2. Pest	973668	11. Szolnok	324869
3. Borsod-Abaúj- Zemplén	567910	12. Békés	308471
4. Szabolcs- Szatmár-Bereg	450556	13. Veszprém	300081
5. Hajdú-Bihar	439618	14. Somogy	268844
6. Bács-Kiskun	438352	15. Heves	257490
7. Győr-Moson- Sopron	364894	16. Komárom- Esztergom	255396
8. Fejér	351237	17. Zala	242236
9. Csongrád	345945	18. Vas	215773
10. Baranya	325943	19. Tolna	196751
		20. Nógrád	170463

### 5.1 Az Imperiali módszer kiosztásának eredményei

A várakozásom az Imperiali módszer esetében az előző fejezetben említett eredményekre alapozva az volt, hogy a módszer meglehetősen kedvezni fog a nagy megyéknek, azonban nem volt megjósolható, hogy mekkora mértékben.

A kiosztások kapcsán a program azt az eredményt hozta, hogy összesen a megyék felénél, azaz 10 megye esetében fordult elő kvótasértés.

A módszer Heves, Komárom-Esztergom, Nógrád, Somogy, Tolna, Vas és Zala megye esetében sértette az alsó kvótát a 6. táblázat szerinti eloszlásban. Az adatok alaposabb vizsgálatokor világossá vált, hogy a kvótasértések a hét legkisebb megye esetében fordultak elő, mértékük arányos volt a megyék méretével. Kvótasértés a legtöbb alkalommal a legkisebb megyénél, Nógrádnál fordult elő (ld. 5., illetve 6. sz. táblázat), összesen 41 alkalommal. A soron következő, legtöbb alkalommal sértett megyék holtversenyben a második és harmadik legkisebb népességgel rendelkező Tolna és Vas megyék. A kvótasértések nagyságrendje így csökken, végül a hetedik legkisebb népességű megyével, Somoggal ér véget, amelynél két alkalommal fordult elő az, hogy kevesebb képviselői helyet kapott, mint ami megillette volna (ugyanaz a reláció teljesül a helyek számára vonatkozó kvótasértésekre is).

Felsőkvóta-sértés mindössze három megyénél lépett fel, ott viszont nagyon sok alkalommal. A három megye a három legnagyobb megye, és mivel az első két legnagyobb megye (Budapest és Pest megye) népessége viszonylag közel esik egymáshoz, ugyanannyi alkalommal kaptak több képviselői helyet. Borsod-Abaúj-Zemplén – a harmadik legnagyobb megye – népessége azonban jelentősen kisebb, mint az első kettőé, így esetében a sértések előfordulásának száma kisebb.

6. táblázat. Az Imperiali módszer kiosztásnál fellépő kvótasértések előfordulás és kiosztott megyék száma szerint.

Imperiali	Budapest	Baranya	Bács-Kiskun	Békés	Borsod-Abaúj-Zemplén	Csongrád	Fejér	Győr-Moson-Sopron	Hajdú-Bihar	Heves	Jász-Nagykun-Szolnok	Komárom-Esztergom	Nógrád	Pest	Somogy	Szabolcs-Szatmár-Bereg	Tolna	Vas	Veszprém	Zala
alsókvótasértések előfordulása	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	10	41	0	2	0	21	21	0	20
felsőkvótasértések előfordulása	101	0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	101	0	0	0	0	0	0
alsókvótasértések (abs)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	10	41	0	2	0	21	21	0	20
felsőkvótasértések (abs)	323	0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	157	0	0	0	0	0	0

A módszer kiosztásai a házméret növekedésével egyre kiegyenlítetlenebbé váltak, a képviselői helyek között egyre nagyobbá váltak a különbségek (ld. illetve 5.3-as alfejezet, illetve 6-os fejezet).

Ha nem csak az előfordulások számát tekintjük (azaz nem feltételezzük, hogy megyénként, alsókvóta-sértés esetén csak egy hellyel ad kevesebbet, és felsókvóta-sértés esetén csak egy hellyel ad többet az adott módszer), akkor világossá válik, hogy alsókvóta-sértések esetén minden esetben egy hellyel történt a kvótasértés, hiszen az előfordulások száma megegyezik az igazságtalanul kiosztott helyek számával. Mindez azonban nem igaz a felsókvóta-sértésekre, esetükben ugyanis a két legnagyobb megye esetén (Budapest, illetve Pest megye) egy-egy adott házméretnél több képviselői hellyel ad többet az Imperiali módszer mint egy, azaz több helynyit is „téved”.

## 5.2 A Macau módszer kiosztásának eredményei

A Macau módszer bizonyos szempontból pontosan ellentétes eredményeket ad az Imperialihoz képest. A három legnagyobb megye – Budapest, Pest és Borsod-Abaúj-Zemplén – esetében a módszer sértette az alsó kvótát, képviselői helyeket vett el a nagy megyéktől. Ezzel szemben a 14 legkisebb megyének kedvezett, így kifejezetten kiegyenlített végeredményeket biztosított különböző házméretekre tekintve. Mindösszesen 17 megye esetében sértette a kvóta-kritériumot, amely kapcsán komolyan megkérdőjelezhető a módszer igazságossága, azonban a továbbiakban több tényezőt is vizsgálok a módszerrel kapcsolatban.

Míg az Imperiali módszer sorrendet állított fel a helyek elvételénél, azaz a legtöbbet a legkisebb megyétől, a második legtöbbet a második legkisebbtől (stb.) vette el, addig a Macau módszer esetében a felsókvóta-sértéseknél ez nem mondható el. Összességében Győr-Moson-Sopron megyéig minden kis megyét érint, azonban az átadott helyek számának csökkenő sorrendje nincs párhuzamban az érintett megyék méretének sorrendjével.

Az alsókvóta-sértéseknél a három legnagyobb megye kapott kevesebb helyet, mint az alsó kvóta szerinti mennyiség, nagyságrend szerint – az Imperiali módszerhez hasonlóan – a megyék népességéhez illeszkedve.

7. táblázat. A Macau módszer kiosztásnál fellépő kvótasértések előfordulás és kiosztott megyék száma szerint.

Macau	Budapest	Baranya	Bács-Kiskun	Békés	Borsod-Abaúj-Zemplén	Csongrád	Fejér	Győr-Moson-Sopron	Hajdú-Bihar	Heves	Jász-Nagykunszolnok	Komárom-Esztergom	Nógrád	Pest	Somogy	Szabolcs-Szatmár-Bereg	Tolna	Vas	Veszprém	Zala
alsókvótasértések előfordulása	101	0	0	0	69	0	0	0	0	0	0	0	0	101	0	0	0	0	0	0
felsőkvótasértések előfordulása	0	47	0	58	0	31	30	23	0	80	44	79	85	0	77	0	87	82	62	81
alsókvótasértések (abs)	1041	0	0	0	88	0	0	0	0	0	0	0	0	537	0	0	0	0	0	0
felsőkvótasértések (abs)	0	47	0	60	0	31	30	23	0	107	44	105	153	0	97	0	146	129	64	110

A 7. táblázat utolsó két sora alapján egyértelmű, hogy a módszer szinte az összes érintett megyénél mind alsó-, mind felsőkvóta-sértések tekintetében nagyságrendekkel több képviselői hellyel sértette a kvótát, mint egy. Budapest esetében például összesen 101 alkalommal fordult elő, hogy kevesebb képviselői helyet eredményezett számára a módszer mint az öt megillető arányos rész alsó egészrésze, azonban ez összesen 1041 képviselői helyet jelentett.

### 5.3 Együttes eredmények

Az Imperiali és Macau módszerek nagyon eltérő végeredményeket adtak.

Az Imperiali kiosztásai – darabszámra – a házméret növekedésével egyre szélsőségesebbé váltak, így az aránytalanságok is egyre nagyobbak lettek a megyék által kapott helyek között. A Macau módszer ezzel szemben szembetűnően kiegyenlített végeredményeket biztosított, amely felveti a kérdést, hogy e módszer esetében milyen mértékben tükrözi a népességeket a kiosztott helyek száma. A 9. táblázat (ld. 6-os fejezet) alapján az Imperiali módszer által 106 fős parlament esetében a legnagyobb megye, Budapest 22 képviselői helyet kap, a legkisebb megye, Nógrád pedig mindössze egyet. Ekkor Nógrád megyénél egy képviselő 170463 szavazót, Budapestnél 63975 szavazót képvisel, azaz egy budapesti szavazónak több mint két és félszer ér többet a szavazata, mint egy Nógrád megyeinek. Ezzel szemben a Macau módszer



az előzővel megegyező házméretnél Budapestnek 7, Nógrád megyének pedig 4 képviselői helyet eredményez. Ebben az esetben egy képviselőre Nógrád megyében 42615 szavazó, Budapesten pedig 201607 szavazó jut, így egy Nógrád megyei szavazónak több mint 4,5-ször többet ér a szavazata egy budapestihez képest. Mindez arra vezet, hogy az Imperiali és a Macau módszerek eltérő „irányban” kedveznek a megyéknek, és az Imperiali kiosztásai esetében kisebb egyenlőtlenségek keletkeznek a szavazók között, mint a Macau esetében. Emiatt a Macau alkalmazása csak azokban az esetekben lehet indokolt, ha a kis megyék kifejezett felülreprezentálása a cél.

Az 6., 7. és 8. táblázatok alapján megállapítható, hogy a Macau módszer szélsőségesebben jutalmazza, illetve diszkriminálja a megyéket, hiszen mind előfordulásukban, mint a megyék számában nagyobb volumenűek a kvótasértések, mint az Imperiali esetében. Jól szemlélteti a különbséget Borsod-Abaúj-Zemplén, Pest megye és Budapest esete, amelyekkel a Macau módszer sokkal szigorúbban bánik, mint amennyire bőkezűen az Imperiali – Budapestnek az Imperiali 323 hellyel adott többet a kiosztások során, míg a Macau módszer 1041-gyel adott kevesebbet. Ugyanez a jelenség figyelhető meg a legkisebb megye, Nógrád esetében, amelynek az Imperiali 41 hellyel adott kevesebbet, a Macau pedig 153 hellyel többet. A Macau módszer kiosztása nagyságrendjének oka az is lehet, hogy a nagy megyéknél – méretükből kifolyólag – kisebb egy főre eső változást okoz egy képviselői hely elvétele, ezért többet szükséges elvenni tőlük, míg a kis megyéknek szükséges többet adni a kompenzáció érdekében. Azt is érdemes megemlíteni, hogy míg az Imperiali három megyének „adott” helyeket és héttől elvett, addig a Macau módszer 14 megyének „adott” és háromtól vett el, mindezt nagyobb volumennel, mint az előbbi módszer, így jobban kedvezett a kisebb megyéknek, azonban összességében sokkal több kvótasértést eredményezett, mint az Imperiali.

A 8. táblázat alapján megállapítható, hogy az Imperiali módszer kifejezetten a nagy megyéknek kedvez a kis megyék kárára. A Macau módszer azonban a helyeket, amelyeket a viszonylag kis számú nagy megyétől elvesz, sok kisebb megye között osztja szét, így nem csak a legkisebb megyéket favorizálja.

8. táblázat. Az alsó- és felsőkvóta-sértések előfordulás és abszolút érték szerint összesítve.

	alsókvóta- sértések előfordulása	felsőkvóta- sértések előfordulása	alsókvóta- sértések (abs)	felsőkvóta- sértések (abs)
Imperiali- módszer	120	211	120	489
Macau- módszer	271	866	1666	1146

## 6 Összegzés, konklúziók

A körzetkiosztás rendkívül összetett és izgalmas probléma, amely többféle aspektusból is vizsgálható. A matematikai megközelítés eszköztára a történelem során rendkívül sokat finomodott, így a módszerek számos kritérium alapján vizsgálhatók. Az újabb és újabb tulajdonságok fokozatos előtérbe kerülésével újabb módszerváltozatok és javaslatok kerültek napvilágra, amelyek vizsgálata ugyancsak fontos feladat. Politikatudományi megközelítésből a modern demokráciák egyik fontos feltétele az, hogy biztosítva legyen a szavazók egyenjogúsága, amely részben a körzetkiosztási módszerek igazságosságán múlik.

A kritériumok meghatározását és a történeti áttekintést követően a C++ nyelven írt program adatai segítségével választ kaptam a dolgozat két kutatási kérdésére.

Az első kutatási kérdésem így hangzott: megfelel-e a két vizsgált módszer a Hare-kritériumnak? Előzetes hipotézisemet (Balinski-Young (1975) miatt nem felelhetek meg a kvóta kritériumnak) megerősítette, de árnyalta is a végeredmény, ugyanis a két módszer egymáshoz képest eltérő alkalommal és mértékben sértette a kvóta kritériumot. Az Imperiali módszer összesen 10, míg a Macau 17 megye esetében sértette a kvótát. A konkrét adatok kapcsán az Imperiali kevesebbszer és kisebb mértékben sértette a kvótát, mint a Macau módszer, emiatt megállapítható, hogy előbbi módszer kisebb mértékben sérti a kvótát.

Ami a kapott kvótasértési adatok kapcsán figyelemfelkeltőbb volt, az a második kutatási kérdésre adott válaszuk. Az Imperiali módszer kifejezetten a nagy megyéknek kedvezett a kis megyék kárára, abszolút értékben többnyire egy-egy megyével. Emiatt előzetes hipotézisem szintén beigazolódott, azaz az Imperiali favorizálja a nagy megyéket, azonban ennek Balinski-Young (1975) sorrendjébe való illesztése túlmutat a dolgozat elsődleges célján. Mindössze annyi bizonyos, hogy erőteljes mértékben ad többet a nagy megyéknek a kisebbektől elvett helyekből.

Ezzel szemben a Macau módszerről számos, az Imperialival ellentétes megállapítás megfogalmazható. A módszer szélsőséges módon kedvez a kis megyéknek; a néhány nagy megyétől elvett nagy számú képviselői helyet sok kis megye között osztja szét, így nem csak a legkisebb megyéknek kedvez. Ezen kívül a Macau módszer sokkal erőteljesebben diszkriminálja a nagy megyéket, mint amennyire az Imperiali kedvez nekik, így szintén beigazolódnak a Macau módszer szélsőségessége.

A Macau által kialakított nagyon kiegyenlített körzetszámok nem mindig tükrözik híven a megyék népességét. A kiosztási eredmények alapján a Macau sokkal nagyobb aránytalanságokat idéz elő a szavazatok értékében a nagy és kis megyék szavazói között a kis megyék javára, mint az Imperiali módszer a nagyok javára. A módszerek által generált kiosztásokat és az előző megállapításokat a 9. táblázat szemlélteti; ebben az esetben jól láthatók a legnagyobb és legkisebb megyék közti kiosztásbeli különbségek, a nagy megyék diszkriminálása és a kis megyék favorizálása is.

9. táblázat. A két módszer kiosztásai 106 fős parlament esetén.

	Budapest	Baranya	Bács-Kiskun	Békés	Borsod-Abaúj-Zemplén	Csongrád	Fejér	Győr-Moson-Sopron	Hajdú-Bihar	Heves	Jász-Nagykunszolnok	Komárom-Esztergom	Nógrád	Pest	Somogy	Szabolcs-Szatmár-Bereg	Tolna	Vas	Veszprém	Zala
Imperiali	22	4	6	4	8	4	4	4	6	3	4	3	1	15	3	6	2	2	3	2
Macau	7	5	6	5	6	5	5	5	6	5	5	5	4	7	5	6	4	5	5	5

A dolgozat konklúziójaként az fogalmazható meg, hogy az Imperiali módszer az igazságosság szempontjából megkérdőjelezhető mértékben kedvez a nagy megyéknek. Emiatt alkalmazása nem javasolt azokban az országokban, amelyekben a megyék méretei között nagyok a különbségek. A módszer akkor alkalmazható sikeresen, ha a kormánynak kifejezett célja a városi lakosság és érdekek felülreprezentálása.

A Macau módszer azokban az esetekben alkalmazható hatékonyan, ha kifejezett cél a kis megyék felülreprezentálása és a vidék érdekeinek képviselete azon országokban, amelyekben számottevő a vidéki lakosság, nagyon a különbségek a megyék méretei között, illetve erősíteni kívánják a vidék lobbijét. A módszer működtetését annak szélsőségessége azonban nagy mértékben veszélyezteti, azaz a szavazatok közötti aránytalanság komoly problémát jelenthet.

A módszerek hatékony alkalmazását elsősorban a dolgozat során leírt kritériumok és az azoknak való megfelelés befolyásolják, azonban bizonyos kormányzati, jogi szabályok is gátat vethetnek bevezetésüknek, vagy ösztönözhetik azt. Ehhez kapcsolódik például az Európai Unió Velencei Bizottságának korábban már említett ajánlása; a két módszer vizsgálata ezen szemszögből rendkívül érdekes probléma lehet a jövőre nézve.

## 7 Irodalomjegyzék

- Balinski, M. L. – Young, H. P. (1975): The quota method of apportionment. In: The American Mathematical Monthly, Vol. 82, No. 7, pp. 701-730.
- Balinski, M. L. – Young, H. P. (1977a): Apportionment Schemes and the Quota Method. In: The American Mathematical Monthly, Vol. 84, No. 6 (Jun. - Jul., 1977), pp. 450-455.
- Balinski, M. L. – Young, H. P. (1977b): On Huntington Methods of Apportionment. In: SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 33, No. 4, pp. 607-618.
- Balinski, M. L. – Young, H. P. (1978): Stability, Coalitions and Schisms in Proportional Representation Systems. In: The American Political Science Review, Vol. 72, No. 3, pp. 848-858.
- Balinski, M. L. – Young, H. P. (1979a): Criteria for proportional representation. In: Operations Research, Vol. 27, No. 1, pp. 80-95.
- Balinski, M. L. – Young, H. P. (1979b): Quota apportionment methods. In: Mathematics of Operations Research, Vol. 4, No. 1, pp. 31-38.
- Balinski, M. L. – Young, H. P. (1983): Apportioning the United States House of Representatives. In: Interfaces, Vol. 13, No. 4, pp. 35-43. Business Source Complete.
- Balinski, M. L. – Young, H. P. (2001): Fair representation – Meeting the ideal of one man, one vote. Második kiadás. Brookings Institution Press, Washington DC.
- Biró, P. – Kóczy, Á. L. – Sziklai, B. (2015): Fair apportionment in the view of the Venice Commission's recommendation. In: Mathematical Social Sciences, Vol. 77, pp. 32–41.
- Biró, P. – Sziklai, B. – Kóczy, Á. L. (2012): Választókerzetek igazságosan? In: Közgazdasági Szemle, Vol. 59, pp. 1165-1186.
- Friedman, J. N. – Holden, R. T. (2008): Optimal Gerrymandering: Sometimes Pack, But Never Crack. In: American Economic Review, Vol. 98, No. 1, pp. 113–144.
- Gallagher, M (1992): Comparing Proportional Representation Electoral Systems: Quotas, Thresholds, Paradoxes and Majorities. In: British Journal of Political Science, Vol. 22, No. 4, pp. 469-496. Published by: Cambridge University Press.
- Golosov, G. V. (2014): Authoritarian Electoral Engineering and its Limits: A Curious Case of the Imperiali Highest Averages Method in Russia. In: Europe-Asia Studies, Vol. 66, No. 10, pp. 1611-1628. Forrás: <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=99363171&site=ehost-live>
- Gul, F. – Pesendorfer, W. (2010): Strategic Redistricting. In: American Economic Review, Vol. 100, No. 4, pp. 1616–1641.
- Huntington, E. V. (1921): A New Method of Apportionment of Representatives. In: Quarterly Publications of the American Statistical Association, Vol. 17, No. 135, pp. 859-870. Published by: Taylor & Francis, Ltd. Forrás: <http://www.jstor.org/stable/2965187>

- Kóczy, L. Á. – Biró, P. – Sziklai B. (2017): US vs. European Apportionment practices: The Conflict between Monotonicity and Proportionality. In: Trends in Computational Social Choice. Edited by Ulle Endriss, Amsterdam.
- Lauwers, L. – Van Puyenbroeck, T. (2006): Hamilton Apportionment Method Is Between the Adams Method and the Jefferson Method. In: Mathematics of Operations Research, Vol. 31, No. 2, pp. 390-397.
- Marshall, A. W. – Olkin, I. – Pukelsheim, F. (2002): A majorization comparison of apportionment methods in proportional representation. In: Social Choice and Welfare, Vol. 19, No. 4.
- McDonald, M. P. (2003): United States Redistricting Institutions and the Decline of Competitive Congressional Districts. Tanulmány a George Mason Center for Public Choice számára. Forrás: [http://www.ibrarian.net/navon/paper/United\\_States\\_Redistricting\\_Institutions\\_and\\_the\\_.pdf?paperid=81249](http://www.ibrarian.net/navon/paper/United_States_Redistricting_Institutions_and_the_.pdf?paperid=81249)
- Niemeyer, H. F. – Niemeyer, A. C. (2008): Apportionment methods. In: Mathematical Social Sciences, Vol. 56, No. 2, pp. 240-253.
- Public Administration and Civil Services (keletkezés időpontja ismeretlen): Portal do Governo da RAE de Macao. Forrás: <http://portal.gov.mo/web/guest/citizen>
- Stephanopoulos, N. O. – McGhee, E. M. (2015): Partisan Gerrymandering and the Efficiency Gap. In: The University of Chicago Law Review, Vol. 82, No. 2, pp. 831-900.
- Tasnádi, A. (2008): The Political Districting Problem: A Survey. In: Society and Economy, Vol. 33, No. 3, pp. 543-554.
- Trócsányi, L. – Schanda, B. (2016): Bevezetés az alkotmányjogba. Az Alaptörvény és Magyarország alkotmányos intézményei - Ötödik, átdolgozott kiadás. HVG-ORAC Lap- és Könyvkiadó Kft., Budapest. pp. 199-202.
- Van Hecke, T. (2014): Thresholds for seat apportionment methods. In: Math. Scientist, Vol. 39, No. 2, pp. 118-124.