

MPRA

Munich Personal RePEc Archive

Estimating gravity models of international trade: a survey of methods

Shumilov, Andrei

2017

Online at <https://mpa.ub.uni-muenchen.de/79790/>
MPRA Paper No. 79790, posted 20 Jun 2017 20:49 UTC

Оценивание гравитационных моделей международной торговли: обзор основных подходов¹

А.В. Шумилов

Аннотация: В данной работе представлен обзор основных подходов к оцениванию гравитационных моделей торговли - популярного средства анализа международных торговых потоков. Эконометрический инструментарий гравитационного моделирования в последние десятилетия значительно обогатился вследствие появления теоретически обоснованных модификаций гравитационного уравнения. В статье рассматриваются альтернативные методики учета структурных показателей многостороннего сопротивления внешней торговле: расчет показателей удаленности, использование ценовых индексов, нелинейное оценивание Андерсона и ван Винкоопа, линейная аппроксимация Байера и Бергстрана, фиксированные эффекты экспортера и импортера. Обсуждаются варианты панельных гравитационных спецификаций: фиксированные или случайные эффекты для пар стран, модель Хаусмана-Тейлора. Анализируются последствия распространенных ошибок гравитационного моделирования, связанных с не соответствующим теории расчетом переменных двусторонней торговли и экономического размера стран. Разбираются способы состоятельного оценивания гравитационных моделей в условиях наличия нулевых наблюдений в данных о торговых потоках с использованием пуассоновского метода квазикасимального правдоподобия, моделей тобит и Хекмана.

Все рассмотренные методы оценивания имеют свои преимущества и недостатки. Выбор конкретной методики в том или ином приложении априори неочевиден и во многом зависит от свойств имеющихся данных и целей исследования. На практике для проверки устойчивости полученных результатов обычно принято использовать сразу несколько методов оценивания гравитационного уравнения.

Ключевые слова: гравитационные модели международной торговли; торговые издержки; многостороннее сопротивление торговле; эконометрические методы.

Классификация JEL: C1, F1, F14.

¹ Автор выражает благодарность анонимному рецензенту за полезные замечания.

Estimating Gravity Models of International Trade: A Survey of Methods

Andrei Shumilov

Abstract: Gravity models, which relate volume of exports from one country to another to the economic size of those countries and various trade costs, have long been successfully used in empirical analysis of international trade flows and their determinants. Recent decades saw a substantial increase in a number of methods to estimate such models due to the emergence of theoretically founded modifications of the gravity equation. This paper surveys these advances in the estimation methodology. First, alternative techniques to account for structural multilateral resistance terms (introducing remoteness measures, using price indices, non-linear estimation and its linear approximation, importer and exporter fixed effects) are examined. Variants of gravity specifications on panel data (country-pair fixed and random effects, Hausman-Taylor model) are then reviewed. Next, common errors in gravity modeling associated with atheoretical calculations of bilateral trade and economic size variables are analyzed. Finally, ways to consistently estimate gravity models in the presence of zero trade flows using Poisson regression, Tobit and Heckman models are discussed.

All the methods considered have their own advantages and drawbacks. The choice of estimator in an application is not obvious, and depends on properties of available data and goals of research. A good practice in the modern empirical literature is to utilize simultaneously several techniques, at least for robustness checks.

Keywords: gravity models of trade; trade costs; multilateral resistance; econometric estimators.

JEL classification: C1, F1, F14.

1. Введение

Гравитационные модели торговли являются одним из важнейших средств эмпирического анализа международных и межрегиональных торговых потоков. Исходной точкой для появления таких моделей послужила аналогия с Законом всемирного тяготения Ньютона, который гласит, что сила гравитационного притяжения F между двумя физическими телами прямо пропорциональна массам этих тел, m_1 и m_2 , и обратно пропорциональна квадрату расстояния d между ними:

$$(1) \quad F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2},$$

где G – гравитационная константа. Взяв уравнение (1) за основу, Ян Тинберген, физик по образованию и будущий нобелевский лауреат по экономике, постулировал существование связи между стоимостным объемом экспорта из страны i в страну j (x_{ij}), экономическими размерами экспортера и импортера (y_i и y_j) и издержками торговли между странами (t_{ij}) вида:

$$(2) \quad x_{ij} = k \cdot \frac{y_i^\alpha \cdot y_j^\beta}{t_{ij}^\gamma},$$

где $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma > 0$ [Tinbergen, 1962]. Эта зависимость получила название гравитационного уравнения международной торговли.

В своей оригинальной работе Тинберген оценил модель (2) в логарифмической форме методом наименьших квадратов, используя в качестве меры экономического размера ВВП страны, в качестве мер издержек торговли – расстояние между странами, фиктивные переменные наличия общей границы и членства в торговых союзах. Современные исследователи как альтернативные меры размера также используют численность населения, площадь страны, ВВП на душу населения, а к детерминантам торговых издержек относят следующие факторы (они систематизированы в работе [Anderson, van Wincoop, 2004]): таможенные тарифы; транспортные издержки; членство в валютных и торговых союзах, волатильность обменного курса; политические союзы, военные блоки; языковые барьеры, колониальные связи, общая религия; информационные барьеры; контрактные издержки; географические переменные (островное государство, нет доступа к морю). Многочисленные эмпирические гравитационные работы, соответственно, посвящены изучению влияния каких-либо из вышеперечисленных детерминант торговых издержек на международную торговлю. Отметим, что модели гравитационного типа активно используются и за пределами торговой проблематики для анализа миграции трудовых ресурсов, прямых иностранных и портфельных инвестиций и т.д.²

Эмпирически гравитационное уравнение торговли представляет собой одну из самых устойчивых взаимосвязей, наблюдаемых в мировой экономике. В приложениях оценки эластичностей торгового потока по экономическому размеру регионов обычно близки к единице, а оценки эластичности торговли по расстоянию колеблются в районе минус еди-

² Среди огромного массива литературы выделим здесь лишь несколько работ, имеющих непосредственное отношение к российской проблематике: [Могилат, Сальников, 2015] – о торговых последствиях интеграции России, Беларуси и Казахстана в Единое экономическое пространство, [Таганов, Идрисов, 2016] – о влиянии заключений ПТС на взаимные прямые иностранные инвестиции стран СНГ, [Andrienko, Guriev, 2004] – о детерминантах межрегиональной миграции населения.

ницы³. Кроме того, гравитационные спецификации обычно обладают высокой объясняющей силой – коэффициент детерминации R^2 часто попадает в диапазон от 0,8 до 0,9. Однако, несмотря на свою способность хорошо описывать данные, гравитационные модели торговли долгое время критиковались за отсутствие теоретической основы и механический перенос закона всемирного тяготения из физики в экономику.

Первой успешной попыткой вывести гравитационное уравнение торговли на базе микроэкономической теории стала работа [Anderson, 1979]. В ее модели общего равновесия ключевым являлось предположение Армингтона о том, что однотипные товары, различающиеся местом производства, несовершененно заменяемы для предъявляющих на них спрос агентов (их предпочтения обычно задаются функцией полезности с постоянной эластичностью замещения, CES⁴). Усовершенствованные варианты модели Андерсона были предложены в работах [Bergstrand, 1985; Anderson, van Wincoop, 2003]. Гравитационное уравнение Андерсона и ван Винкоопа заслуживает здесь особого упоминания, поскольку авторы смогли представить его в простом и элегантном виде, ставшим уже каноническим⁵:

$$(3) \quad x_{ij} = \frac{y_i \cdot y_j}{y^T} \left(\frac{t_{ij}}{\Pi_i \cdot P_j} \right)^{1-\sigma},$$

где y_i, y_j, y^T – ВВП экспортера, импортера и мировой экономики соответственно, σ – эластичность замещения между товарами разных стран ($\sigma > 1$), P_j – CES-индекс потребительских цен в стране j , и

$$(4) \quad \Pi_i = \left(\sum_j (t_{ij} / P_i)^{1-\sigma} \theta_j \right)^{1/(1-\sigma)},$$

где θ_j – доля страны j в мировом ВВП. Поскольку в Π_i и P_j агрегируются все *двусторонние* торговые барьеры, с которыми сталкиваются экспортер и импортер соответственно, эти величины получили название показателей *многостороннего сопротивления торговле*: Π_i – сопротивляемость экспорту из региона i , P_j – сопротивляемостью импорту в регион j . Из уравнения (3), таким образом, следует, что объем торговли между регионами i и j отрицательно зависит не просто от величины двустороннего торгового барьера t_{ij} (как в (2)), а от t_{ij} в сравнении с многосторонним сопротивлением торговле экспортера и импортера. Интуитивно данная взаимосвязь объясняется крайне просто: чем более затруднена торговля регионов i и j с другими регионами, тем больше стимулов создается для взаимной торговли i и j .

В дальнейшем выяснилось, что зависимость гравитационного типа можно вывести, исходя из предпосылок любой из наиболее известных теорий международной торговли – классической модели Хекшера-Олина, в которой торговля возникает вследствие отличий

³ Диапазон полученных в разных исследованиях оценок этих и других важных детерминант торговли подробно анализируется в работах [Rose, Stanley, 2005; Cipollina, Salvatici, 2010; Head, Mayer, 2014].

⁴ Constant elasticity of substitution.

⁵ В модели Андерсона и ван Винкоопа предполагается, что каждая страна производит свой уникальный товар, предложение которого фиксировано. Репрезентативный потребитель страны максимизирует функцию полезности с постоянной эластичностью замещения от потребления полного товарного набора. Уравнения (3)-(4) выводятся из решений задач потребителей и условий баланса спроса и предложения на рынке каждого товара. Отметим, что случай единственного товара, производимого страной, рассматривается авторами лишь для простоты изложения. Если страна производит несколько товаров, то итоговое гравитационное уравнение для экспорта отдельного товара будет иметь аналогичный вид (см. [Anderson, van Wincoop, 2004]).

между странами в наделенности факторами производства [Deardorff, 1998]; рикардианской модели, где определяющую роль играют отличия в технологии производства между странами [Eaton, Kortum, 2002]; новой теории международной торговли [Krugman, 1980; Helpman, Krugman, 1985] (предпосылки: монополистическая конкуренция среди производителей и склонность к продуктовому разнообразию потребителей); новейшей теории торговли, где различия в производительности фирм позволяют выделить экстенсивную и интенсивную составляющие экспорта и объяснить игнорируемый ранее феномен нулевых торговых потоков [Chaney, 2008; Helpman et al., 2008; Eaton et al., 2011]. Несмотря на разные начальные предположения и интерпретацию параметров, гравитационные уравнения вышеуказанных работ объединяет то, что все они могут быть приведены к виду (3).

Несовпадение теоретически обоснованной модели (3) с “традиционной” (2) послужило толчком к разработке целого ряда альтернативных методик эмпирического оценивания гравитационных спецификаций, корректно учитывающих многостороннее сопротивление [Anderson, van Wincoop, 2003; Baier, Bergstrand, 2009, и др.]. Использование этих методов в приложениях серьезно улучшило качество поручаемых оценок факторов внешней торговли, а в некоторых случаях даже привело к пересмотру более ранних эмпирических результатов (например, “парадокса государственной границы”, означающего многократное превышение объема торговли между двумя регионами одной и той же страны над объемом торговли между двумя регионами разных стран⁶). В дальнейшем были усовершенствованы также методики оценивания гравитационных спецификаций, учитывающие их статистические особенности (такие как значительное количество нулевых наблюдений в данных по внешней торговле, гетероскедастичность ошибок в мультипликативной форме модели: [Eaton, Cortum, 2001; Santos Silva, Tenreyro, 2006, и др.]). Обзору значительно обогатившейся в последние десятилетия методологии эмпирического оценивания гравитационных моделей торговли и посвящена настоящая работа. Последовательность изложения материала в ней такова. В Разделе 2 обсуждается проблема смещенности оценок коэффициентов “традиционной” модели вследствие игнорирования показателей многостороннего сопротивления. Методики учета этих показателей в эмпирических исследованиях рассматриваются в Разделе 3, особенности оценивания панельных спецификаций – в Разделе 4. Далее анализируются распространенные ошибки эмпирического гравитационного моделирования, связанные с не соответствующим теории расчетом переменных двусторонней торговли и экономического размера (Раздел 5). Способы состоятельного оценивания гравитационных моделей при наличии нулевых наблюдений в данных о торговых потоках обсуждаются в Разделе 6.

2. Проблема пропущенных переменных в традиционной модели

Важнейшее отличие теоретически обоснованной гравитационной модели от “традиционной” состоит в том, что в ней присутствуют напрямую не наблюдаемые показатели многостороннего сопротивления экспортера и импортера. Игнорирование этих величин ве-

⁶ Этот неожиданный результат впервые был получен в работе [McCallum, 1995], посвященной изучению влияния барьера национальной границы на торговлю провинций Канады и штатов США между собой в 1988 г. Из оценивания традиционной гравитационной модели следовало, что при прочих равных торговля между двумя провинциями Канады должна в 22 раза превышать торговлю между провинцией и штатом США. Андерсон и Ван Винкооп [Anderson, van Wincoop, 2003], включив в модель многостороннее сопротивление, показали, что эффект границы для провинций Канады в работе Маккаллама завышен более чем в 2 раза.

дет к смещенности оценок коэффициентов модели. Поясним возникающую проблему более подробно.

Теоретически обоснованная гравитационная модель в логлинейной форме имеет вид:

$$(5) \quad y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \dots + \beta_K \cdot x_K + \gamma \cdot q + v,$$

где наблюдаемые величины x_1, x_2, \dots, x_K – меры экономического размера и составляющие двусторонних торговых издержек, ненаблюдаемый фактор q отвечает за показатели многостороннего сопротивления Π_i и P_j и, возможно, за некоторые пропущенные детерминанты двусторонних издержек, а v – вектор ошибок: $E(v|X, q) = 0$.

Исследователи, игнорирующие наличие ненаблюдаемых величин, фактически оценивают модель вида:

$$(6) \quad y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \dots + \beta_K \cdot x_K + u,$$

где ошибка u складывается из двух составляющих: $u = \gamma \cdot q + v$. Поскольку константа входит в число регрессоров, можно считать, что $E(q) = 0$, и тогда $E(u) = 0$. Ошибка u будет не коррелирована с x_j тогда и только тогда, когда величина q не коррелирована с регрессорами. Но, как известно, показатели многостороннего сопротивления зависят от двусторонних торговых барьеров (см. (4)). Поэтому в нашем случае q (а, следовательно, и u) коррелирована с регрессорами. Соответственно, мы получаем проблему эндогенности, и МНК-оценки β_j в (6) будут смещенными и несостоятельными.

Нетрудно вывести формулу для асимптотического смещения оценок, возникающего вследствие пропущенных переменных [Wooldridge, 2002]. Запишем выражение для линейной проекции величины q на наблюдаемые объясняющие переменные:

$$(7) \quad q = \delta_0 + \delta_1 \cdot x_1 + \dots + \delta_K \cdot x_K + r,$$

где по определению такой проекции $E(r) = 0$, $Cov(x_j, r) = 0$, $j = 1, 2, \dots, K$. Подставив (7) в (6), после несложных преобразований получим:

$$y = (\beta_0 + \gamma \cdot \delta_0) + (\beta_1 + \gamma \cdot \delta_1) \cdot x_1 + \dots + (\beta_K + \gamma \cdot \delta_K) \cdot x_K + v + \gamma \cdot r.$$

Так как $(v + \gamma \cdot r)$ имеет нулевое среднее и не коррелирует с регрессорами, то

$\text{plim} \hat{\beta}_j = \beta_j + \gamma \cdot \delta_j$, т.е. смещение оценки $\hat{\beta}_j$ равно $\gamma \cdot \delta_j$. Часто делается упрощающее предположение, что величина q не коррелирована со всеми остальными регрессорами (т.е. $\delta_i = 0$ для всех $i \neq j$). В этом случае $\delta_j = Cov(x_j, q) / V(x_j)$, и

$$\text{plim} \hat{\beta}_j = \beta_j + \gamma \cdot Cov(x_j, q) / V(x_j).$$

С помощью этой формулы нетрудно определить направление и величину смещения получаемой оценки. Так, если пропущенная переменная q положительно влияет на объем торговли (т.е. если $\gamma > 0$) и положительно коррелирует с рассматриваемым регрессором x_j ($Cov(x_j, q) > 0$), то оценка коэффициента при x_j в уравнении (6) будет завышена.

3. Способы учета показателей многостороннего сопротивления

Существует множество способов решения проблемы пропущенных переменных, возникающей вследствие игнорирования показателей многостороннего сопротивления в гравитационной модели. Далее в настоящем разделе мы последовательно разберем наиболее известные из таких методик.

3.1. Использование индексов отдаленности страны от всех остальных торговых партнеров

Необходимость учета не только двусторонних, но многосторонних (в смысле расстояния) торговых барьеров, признавалась исследователями еще до появления теоретических обоснований гравитационного уравнения, и во многих прикладных работах набор объясняющих переменных “традиционной” спецификации дополнялся двумя специальными индексами, показывающими, насколько экспортер или импортер отдален от всех своих торговых партнеров. Чем значение такого индекса выше, тем больше “отдаленность”. Разными авторами были предложены разные варианты показателей отдаленности. В частности, в работе [Helliwell, 1997] вводится индекс вида

$$R1_i = \sum_{m, m \neq i} \frac{d_{im}}{y_m},$$

где d_{im} – расстояние между странами i и m , y_m – ВВП страны m (или ее доля в мировом ВВП)⁷. Данный вариант индекса отдаленности неудобен, однако, тем, что расстояние до малых стран вносит больший вклад в значение $R1$, чем расстояние до крупных торговых партнеров страны i . Этого недостатка лишены две другие известные меры удаленности. В первой из них при расчете средневзвешенного расстояния между страной i и всеми ее торговыми партнерами в качестве весов берутся ВВП торговых партнеров [Wei, 1996]:

$$R2_i = \sum_{m, m \neq i} y_m \cdot d_{im}.$$

Вторая мера представляет собой величину, обратную индексу “близости” страны к торговым партнерам:

$$R3_i = 1 / \sum_{m, m \neq i} \frac{y_m}{d_{im}}.$$

Легко понять, что индексы удаленности, хотя и близки по смыслу к теоретическим показателям многостороннего сопротивления экспортера и импортера P_i и P_j , не могут служить их полноценной заменой. Во-первых, функциональный вид показателей удаленности либо вообще нельзя строго обосновать теоретически (индексы $R1$ и $R2$), либо их можно свести к P_i и P_j только при крайне нереалистичных предположениях. Так, индекс $R3$ совпадет с показателями многостороннего сопротивления только тогда, когда цены всех товаров $p_i = 1$, двусторонние торговые издержки зависят лишь от расстояния между странами ($t_{ij} = d_{ij}$), и эластичность замещения между товарами $\sigma = 2$. Кроме того, очевидно, что в индексах удаленности не учитываются никакие другие виды торговых барьеров, кроме расстояния. Поэтому использование индексов удаленности при оценивании гравитационного уравнения нельзя считать адекватным решением проблемы пропущенных переменных.

3.2. Использование индексов цен официальной статистики

Еще один способ учета показателей многостороннего сопротивления при оценивании гравитационного уравнения заключается в аппроксимации их индексами цен официальной статистики. Впервые данный подход был использован в работе [Bergstrand, 1985],

⁷ В некоторых исследованиях при расчете индексов удаленности добавляется также слагаемое для $m = i$. Тогда “удаленность страны от себя”, d_{ii} , обычно определяется как произведение квадратного корня площади страны на 0,4 [Head, Mayer, 2000].

где автор вывел собственный вариант гравитационного уравнения на основе предположения Армингтона. В модели считается, что каждая страна производит свой уникальный товар, предложение которого фиксировано. Предпочтения потребителей задаются двухуровневой функцией CES, задающей разные эластичности замещения между импортными товарами (σ) и между внутренним и импортными товарами (γ). Выпуск товара разделяется на экспортные и внутреннюю составляющие в соответствии с также двухуровневой функцией с постоянной эластичностью трансформации (CET⁸). Она определяет разные эластичности трансформации продукции между внутренним и экспортными рынками (η) и между разными зарубежными рынками (μ). При таких предположениях было получено следующее гравитационное уравнение⁹:

$$(8) \quad x_{ij} = y_i^{(\sigma-1)/(\gamma+\sigma)} \cdot y_j^{(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)} \cdot C_{ij}^{-\sigma(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)} \cdot T_{ij}^{-\sigma(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)} \cdot E_{ij}^{\sigma(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)} \times \\ \times \left(\sum_{k=1, k \neq i}^N P_{ik}^{1+\gamma} \right)^{-(\sigma-1)(\gamma-\eta)/(1+\gamma)(\gamma+\sigma)} \cdot \left(\sum_{k=1, k \neq j}^N \bar{P}_{kj}^{1-\sigma} \right)^{(\gamma+1)(\sigma-\mu)/(1-\sigma)(\gamma+\sigma)} \times \\ \times \left[\left(\sum_{k=1, k \neq i}^N P_{ik}^{1+\gamma} \right)^{(1+\eta)/(1+\gamma)} + P_{ii}^{1+\eta} \right]^{-(\sigma-1)/(\gamma+\sigma)} \cdot \left[\left(\sum_{k=1, k \neq j}^N \bar{P}_{kj}^{1-\sigma} \right)^{(1-\mu)/(1-\sigma)} + P_{jj}^{1-\mu} \right]^{-(\gamma+1)/(\gamma+\sigma)}$$

где C_{ij} - множитель издержек перевозки товара страны i в j ($C_{ii} = 1$), T_{ij} - тарифная ставка страны j на продукцию страны i , E_{ij} - номинальный обменный курс, P_{ij} - цена товара страны i в стране j и $\bar{P}_{kj} = P_{kj} \cdot T_{kj} \cdot C_{kj} / E_{kj}$. Данное уравнение включает в себя сложные выражения большого числа цен, которые автор аппроксимировал индексами цен официальной статистики для 15 стран ОЭСР. Так, индекс цен экспортируемых товаров страны i был использо-

ван в качестве прокси для $\left(\sum_{k=1, k \neq i}^N P_{ik}^{1+\gamma} \right)^{1/(1+\gamma)}$, $\left(\sum_{k=1, k \neq j}^N \bar{P}_{kj}^{1-\sigma} \right)^{1/(1-\sigma)}$ аппроксимировалось индексом

цен импортируемых товаров страны j , а два последних множителя в правой части (8) – дефляторами ВВП стран i и j соответственно. Эмпирическая логлинейная спецификация модели затем оценивалась с помощью МНК. Анализ знаков коэффициентов при (всех значимых) ценовых индексах позволил автору сделать следующие хорошо согласующиеся с результатами других исследований выводы. Эластичность замещения между импортными товарами (σ) превышает 1, эластичность замещения между внутренним и импортными товарами (γ) меньше 1, а эластичность трансформации продукции между разными экспортными рынками (μ) больше эластичности трансформации между внутренним и зарубежными рынками (η).

Указанная методика оценивания гравитационного уравнения применялась также в работах [Bergstrand, 1989; Head, Mayer, 2000], эмпирические спецификации которых представляли собой модифицированные варианты модели Бергстрана. Данная методология обладает, тем не менее, целым рядом недостатков. Во-первых, индексы официальной статистики представляют собой достаточно грубые оценки теоретических индексов. Многие ви-

⁸ Constant Elasticity of Transformation. Эта функция является аналогом производственной функции CES для случая одного фактора и многомерного вектора выпуска.

⁹ Вообще говоря, это уравнение путем преобразований можно свести к виду, сходному с гравитационной моделью Андерсона и ван Винкоопа. При этом показатели многостороннего сопротивления приобретут несколько более сложную форму, чем в (4).

ды торговых издержек¹⁰ (например, “home bias” – ситуация, когда при прочих равных потребители предпочитают покупать больше внутренних товаров, чем зарубежных) не отражены в публикуемых ценовых показателях. Кроме того, эти индексы измеряются относительно базового периода, который может отличаться по странам, и тогда национальные данные будут сопоставлены некорректно. Наконец, концептуально, цены в гравитационном уравнении эндогенны, и в равновесии должны определяться одновременно с торговыми потоками. Как следствие, методика использования публикуемых ценовых индексов при оценивании гравитационного уравнения в современных приложениях практически не применяется.

3.3. Методология Андерсона и ван Винкоопа

Помимо вывода теоретически обоснованного гравитационного уравнения в простой и элегантной форме, Андерсон и ван Винкооп [Anderson, van Wincoop, 2003] предложили и оригинальную итеративную методику его оценивания. Авторы ограничились случаем симметричных торговых издержек $t_{ij} = t_{ji}$ (для него можно аналитически определить эффекты сравнительной статики в моделируемой системе), и тогда показатели многостороннего сопротивления $\{P_i\}$ и $\{P_j\}$ должны быть пропорциональны друг другу: $P_i = a P_j$. Посредством нормализации коэффициент a можно приравнять к единице, и гравитационное уравнение (3) принимает вид:

$$(9) \quad x_{ij} = \frac{y_i \cdot y_j}{y^T} \left(\frac{t_{ij}}{P_i \cdot P_j} \right)^{1-\sigma},$$

где

$$(10) \quad P_j^{1-\sigma} = \sum_i P_i^{\sigma-1} \cdot \theta_i \cdot t_{ij}^{1-\sigma}$$

- система уравнений для определения P_j через торговые издержки t_{ij} , доли доходов θ_i и эластичность σ .

Авторы специфицировали функцию двусторонних торговых барьеров аналогично работе Маккаллума (с целью эмпирической проверки “парадокса границы”): $t_{ij} = e^{1-\delta_{ij}} \cdot d_{ij}^\rho$, где d_{ij} – расстояние между двумя регионами, а δ_{ij} – фиктивная переменная, равная 1, если регионы i и j находятся в одной стране, и 0, если они расположены в разных странах. Тогда стохастическая логлинейная форма (9) записывается в виде¹¹:

$$(11) \quad \ln z_{ij} \equiv \ln \left(\frac{x_{ij}}{y_i \cdot y_j} \right) = k + a_1 \ln d_{ij} + a_2 (1 - \delta_{ij}) - \ln P_i^{1-\sigma} - \ln P_j^{1-\sigma} + \varepsilon_{ij},$$

где $a_1 = (1 - \sigma) \cdot \rho$, $a_2 = (1 - \sigma)$, ε_{ij} - случайная ошибка и

$$(12) \quad P_j^{1-\sigma} = \sum_i P_i^{\sigma-1} \cdot \theta_i \cdot e^{a_1 \ln d_{ij} + a_2 (1 - \delta_{ij})}.$$

Решив систему нелинейных уравнений (12) для определения ненаблюдаемых ценовых индексов P_j через наблюдаемые величины в модели и параметры a_1 и a_2 , гравитационное уравнение (11) можно представить в векторном виде как

¹⁰ Напомним, что теоретические ценовые индексы функционально зависят от издержек торговли.

¹¹ Переменные дохода стран у здесь перенесены в левую часть уравнения вследствие допущения модели о единичной эластичности спроса по доходу.

$$(13) \quad \ln \bar{z} = h(\bar{d}, \bar{\delta}, \bar{\theta}; k, a_1, a_2) + \bar{\varepsilon}.$$

Правая часть этого уравнения уже представляет собой функцию только от наблюдаемых величин d , δ и θ . Уравнение (13) оценивается нелинейным методом наименьших квадратов (НМНК), который дает несмещенные состоятельные оценки параметров k , a_1 и a_2 при условии ортогональности вектора ошибок частным производным функции h по d , δ и θ .

На данных по торговле 10 провинций Канады и 30 штатов США между собой в 1993 г. авторами была получена оценка a_2 , равная -1,65. Это означает, что пограничный барьер снижает объемы торговли между штатами и провинциями на 81%. Отметим, однако, что в этом эффекте не учитывается то, что при изменении двусторонних торговых издержек меняется и многостороннее сопротивление, в свою очередь влияющее на региональный экспорт. Так, при установлении пограничного барьера между двумя торговыми партнерами их показатели многостороннего сопротивления увеличатся, что положительно скажется на двусторонней торговле. Еще одним новшеством работы Андерсона и ван Винкоопа стало то, что авторы, используя оценки (13), рассчитали отношение экспорта i из j в равновесиях без пограничного барьера и с ним:

$$\exp[\hat{a}_2(1 - \delta_{ij})] \cdot \left[\frac{P_i^{\sigma-1} \cdot P_j^{\sigma-1}}{\bar{P}_i^{\sigma-1} \cdot \bar{P}_j^{\sigma-1}} \right],$$

где верхняя черта указывает на значение переменной до введения барьера. Здесь первый множитель (равный 0,19 при $\delta_{ij} = 0$) отвечает за вышеупомянутый прямой эффект границы, а второй (усредненное значение при $\delta_{ij} = 0$ равно 2,13) – за влияние границы на межрегиональную торговлю за счет изменения многостороннего сопротивления. Соответственно, совокупное уменьшение торговли между штатами и провинциями из-за установления пограничного барьера составляет только $(1 - 0,19 \cdot 2,13) 100\% = 59\%$ ¹², то есть всесторонний учет многостороннего сопротивления в гравитационной модели объяснил большую часть “парадокса государственной границы”.

Несмотря на соответствие теории, эмпирическая методология Андерсона и ван Винкоопа в приложениях используется редко. Во-первых, она не реализована в современных эконометрических пакетах в виде какой-либо одной команды и требует написания исследователем специального кода. Другой недостаток данной методики заключается в следующем. Как показано в работе [Baldwin, Taglioni, 2007, стр. 787-789], нормализация показателей многостороннего сопротивления $\Pi_i = P_j$ для случая симметричных торговых издержек справедлива только в конкретный момент времени. В последующие временные периоды коэффициент пропорциональности между Π_i и P_j будет меняться вследствие изменений двусторонних торговых издержек и ВВП торговых партнеров. Соответственно, методика Андерсона и ван Винкоопа в оригинальном виде может быть корректно применима только к пространственным данным.

3.4. Методология Байера и Бергстрана

В работе [Baier, Bergstrand, 2009] была предложена альтернатива методике нелинейного оценивания гравитационной модели, позволяющая значительно упростить вычислительную процедуру. Основная идея авторов заключалась в том, чтобы аппроксимировать

¹² В эмпирической спецификации модели, где учтены другие торговые партнеры США и Канады, этот эффект сравнительной статистики еще меньше – пограничный барьер снижает торговлю между штатами и провинциями лишь на 44%.

показатели многостороннего сопротивления Π_i и P_j путем их разложения в ряд Тейлора в точке x по формуле: $f(x_i) = f(x) + f'(x) \cdot (x_i - x)$. В качестве конкретной точки, в окрестности которой проводится разложение, авторы выбрали точку симметричных торговых барьеров ($t_{ij} = t$). После соответствующих преобразований гравитационное уравнение Андерсона и ван Винкоопа представляется в виде:

$$(14) \quad \frac{x_{ij}}{y_i \cdot y_j / y^T} = \left(\frac{t_{ij}}{t_i(\theta) \cdot t_j(\theta) \cdot t^T(\theta)} \right)^{1-\sigma},$$

где $t_i(\theta) = \prod_{k=1}^N t_{ik}^{\theta_k}$, $t_j(\theta) = \prod_{k=1}^N t_{kj}^{\theta_k}$, $t^T(\theta) = \prod_{k=1}^N \prod_{m=1}^N t_{km}^{\theta_k \theta_m}$, $\theta_j \equiv y_j / y^T$.

Логлинейная форма (14) может быть оценена при помощи обычного МНК. Авторы провели такое оценивание на тех же данных, что и в работе [Anderson, van Wincoop, 2003], и коэффициенты при переменных торговых барьерах t_{ij} оказались сходными с НМНК-оценками Андерсона и ван Винкоопа. Далее, используя методику экспериментов Монте-Карло, Байер и Бергстран установили, что результаты оценивания гравитационной модели двумя методами - МНК после аппроксимации многостороннего сопротивления и НМНК - статистически очень близки друг к другу.

3.5. Фиктивные переменные экспортера и импортера (пространственные данные)

Реализация методик Андерсона и ван Винкоопа и Байера и Бергстрана для учета показателей многостороннего сопротивления в гравитационной модели так или иначе связана со сложностями технического характера. Наибольшей популярностью в приложениях пользуется более простая методика, впервые примененная в работе [Harrigan, 1996]. Ее суть заключается в следующем. Легко видеть, что в исходной эмпирической логлинейной модели для пространственных данных

$$\ln x_{ij} = a_0 + a_1 \cdot \ln(y_i \cdot y_j) + a_3 \cdot \ln t_{ij} + \ln \Pi_i^{1-\sigma} + \ln P_j^{1-\sigma} + \varepsilon_{ij},$$

ненаблюдаемые величины $\ln \Pi_i^{1-\sigma}$ и $\ln P_j^{1-\sigma}$ представляют собой индивидуальные фиксированные эффекты стран i и j . Поэтому данную модель можно переписать в виде

$$(15) \quad \ln x_{ij} = a_0 + a_1 \cdot \ln(y_i \cdot y_j) + a_3 \cdot \ln t_{ij} + a_i \cdot D_i + a_j \cdot D_j + \varepsilon_{ij},$$

где $a_i = \ln \Pi_i^{1-\sigma}$ и $a_j = \ln P_j^{1-\sigma}$ – оцениваемые параметры, D_i и D_j – фиктивные переменные экспортера и импортера¹³. Для пространственных данных общее число вводимых фиктивных переменных равно $2n$, где n – количество рассматриваемых субъектов торговли, а вся выборка состоит из $n(n-1)$ наблюдений. Соответственно, при достаточно большом n количество наблюдений будет значительно превосходить число введенных фиктивных переменных, и проблемы малого количества степеней свободы при МНК-оценивании модели (15) не возникает. Далее, поскольку при таком оценивании влияние переменных многостороннего сопротивления на торговлю будет учтено через a_i и a_j , оценки коэффициентов при других переменных в модели (15) будут несмещенными и состоятельными. Отметим, что эти оцен-

¹³ Если в исследовании рассматривается статистика не по совокупному объему торговли, а дезагрегированные данные по торговле разных отраслей, то в модель должны быть включены фиктивные переменные “страна-отрасль” для каждого импортера и экспортера. Это объясняется тем, что двусторонние торговые барьеры и, как следствие, показатели многостороннего сопротивления, различаются по отраслям.

ки менее эффективны, чем получаемые с помощью оригинального нелинейного метода Андерсона и ван Винкоопа, поскольку в последнем используется полная информация о структуре гравитационной модели (многостороннее сопротивление рассчитывается в явном виде). Этот недостаток методики введения фиктивных переменных экспортера и импортера, впрочем, компенсируется большей легкостью ее реализации.

Помимо простоты вычислительной процедуры, модель с индивидуальными эффектами экспортера и импортера обладает еще одним существенным достоинством, не имеющим прямого отношения к теории. А именно, ее использование позволяет обойти проблемы недостоверности и ошибок измерения в торговой статистике. Так, например, крупный объем европейских торговых потоков проходит через порты Бельгии и Голландии. Понятно, что большая часть этих потоков носит транзитный характер, но, поскольку товары могут храниться длительное время на портовых складах, при дальнейшей перевозке часто возникают трудности с правильной идентификацией страны-производителя. Поэтому следует ожидать, что официальные данные по объемам экспорта и импорта Бельгии и Голландии будут завышены. Учесть такие особенности разных стран можно с помощью модели с фиксированными эффектами экспортера и импортера, поскольку фиктивная переменная страны отвечает за любые ее ненаблюдаемые характеристики, влияющие на заявленный объем международной торговли.

4. Особенности оценивания гравитационного уравнения на панельных данных

В большинстве прикладных исследований двух последних десятилетий гравитационная модель оценивается на панельных данных, что позволяет более полно идентифицировать индивидуальные отличия между странами и парами стран, чем на пространственных данных, а также отследить динамику изменений в международной торговле.

Наиболее ранняя панельная спецификация гравитационного уравнения была предложена в работе [Mátyás, 1997]. Она представляет собой модификацию модели с инвариантными во времени эффектами экспортера и импортера (15) с добавлением в нее фиктивных годовых переменных $Year_t$ для учета глобальных шоков (бизнес-циклы, цены на нефть и т.п.):

$$(16) \quad \ln x_{ijt} = a_0 + a_1 \cdot \ln(y_{it}) + a_2 \cdot \ln(y_{jt}) + a_4 \cdot \ln t_{ijt} + a_i D_i + a_j D_j + b_t \cdot Year_t + \varepsilon_{ijt},$$

где индексы i и j , как и прежде, обозначают соответственно экспортера и импортера, а t – индекс времени. Использование фиктивных переменных экспортера и импортера в модели (16) устраняет смещение МНК-оценок вследствие пространственной корреляции между ненаблюдаемой гравитационной непостоянной и независимыми переменными модели. Однако в панели показатели многостороннего сопротивления меняются от периода к периоду, и смещение оценок, возникающее из-за корреляции детерминант двусторонних торговых издержек и ненаблюдаемых показателей многостороннего сопротивления *во времени*, при этом не может быть устранено (даже если учитываются глобальные временные шоки).

Решить эту проблему можно с помощью замены в модели (16) эффектов экспортера и импортера, D_i и D_j , на меняющиеся во времени фиктивные переменные D_{it} и D_{jt} ¹⁴ [Baltagi et al., 2003; Baldwin, Taglioni, 2007]:

$$(17) \quad \ln x_{ijt} = a_0 + a_1 \cdot \ln(y_{it}) + a_2 \cdot \ln(y_{jt}) + a_4 \cdot \ln t_{ijt} + a_{it} D_{it} + a_{jt} D_{jt} + \varepsilon_{ijt}.$$

¹⁴ Годовые эффекты $Year_t$ при этом исключаются из модели, т.к. иначе система фиктивных переменных будет полностью коллинеарной.

Введенные фиктивные переменные отвечают за любые ненаблюдаемые особенности (включая многостороннее сопротивление торговле) той или иной страны в каждый конкретный период времени. Следовательно, смещения МНК-оценок в уравнении (17) вследствие корреляции между переменными двусторонних торговых издержек и ненаблюдаемыми величинами Π_i и P_j во времени не возникает. Отметим, что общее число используемых фиктивных переменных здесь равно $2nT$, а всего наблюдений – $2n(n-1)T$ (n – количество стран, T – число периодов), и при больших N и T в модели будет достаточное число степеней свободы для ее корректного оценивания.

На панельных данных возможно также учесть влияние любых инвариантных во времени ненаблюдаемых особенностей рассматриваемых экономических единиц (в контексте гравитационного моделирования это пары субъектов торговли), рассмотрев *классическую модель с фиксированными эффектами*:

$$(18) \quad \ln x_{ijt} = a_0 + a_1 \cdot \ln(y_{it}) + a_2 \cdot \ln(y_{jt}) + a_4 \cdot \ln t_{ijt} + b_i \cdot Year_t + \alpha_{ij} + \varepsilon_{ijt},$$

где a_{ij} - индивидуальный эффект пары стран (неизвестный параметр). Эта модель может быть оценена с помощью МНК с фиктивными переменными для пар стран (Least Squares Dummy Variable Estimator, LSDV) либо с помощью внутригруппового оценивая (within estimator). Поскольку ненаблюдаемое многостороннее сопротивление $\ln(\Pi_i \cdot P_j)^{1-\sigma}$ для пары стран i и j меняется во времени, оценки данной модели, аналогично случаю модели с фиктивными переменными импортера и экспортера, будут включать в себя смещение вследствие временной корреляции между $\ln(\Pi_i \cdot P_j)^{1-\sigma}$ и регрессорами. Тем не менее, как показывают сопоставления результатов оценивания уравнений вида (16) и (18) [Egger, Pfaffermayr 2003], оценки классической модели с фиксированными эффектами являются более точными. Чтобы устранить оставшееся смещение в оценках модели (18), рекомендуется [Baltagi et al., 2003; Baier, Bergstrand, 2007] дополнить ее меняющимися во времени фиктивными переменными экспортера и импортера, D_{it} и D_{jt} (см. (17)):

$$\ln x_{ijt} = a_0 + a_1 \cdot \ln(y_{it}) + a_2 \cdot \ln(y_{jt}) + a_4 \cdot \ln t_{ijt} + a_{it} D_{it} + a_{jt} D_{jt} + \alpha_{ij} + \varepsilon_{ijt}.$$

В современных приложениях, использующих панельные данные, данная спецификация гравитационной модели является наиболее популярной.

Отметим, что классическая модель с фиксированными эффектами не позволяет идентифицировать коэффициенты при переменных, не меняющихся во времени для каждой экономической единицы. Формально это объясняется тем, что в оцениваемом уравнении в отклонениях от индивидуальных средних по времени (within transformation) один или несколько регрессоров равны нулю, и оценить полную систему нельзя. Говоря по существу, инвариантный во времени фактор здесь является частью полного индивидуального эффекта, и, соответственно, выделить влияние только этого фактора невозможно.

Идентифицировать коэффициенты при не меняющихся во времени регрессорах и одновременно учесть индивидуальные особенности экономических единиц на панельных данных можно с помощью альтернативной *модели со случайными эффектами*. В этой модели индивидуальный эффект a_{ij} представляет собой случайную ошибку, инвариантную по времени для каждой наблюдаемой единицы. Иными словами, индивидуальные отличия здесь носят случайный характер. Кроме того, в отличие от модели с фиксированными эффектами, в модели со случайными эффектами предполагается, что эти ошибки некоррелированы с регрессорами, т.е. индивидуальный эффект никак не связан с объясняющими переменными. При сделанных предположениях эффективные оценки коэффициентов при рег-

рессорах можно получить, используя обобщенный МНК¹⁵. Эти оценки представляют взвешенное среднее внутригрупповых (*within*) и межгрупповых (*between*) оценок, т.е. в них учитывается не только межвременная (как в модели с фиксированными эффектами), но и пространственная вариация в данных.

Формальный выбор между моделями с фиксированными и случайными эффектами производится на основе известного теста Хаусмана, в котором проверяется гипотеза о некоррелированности индивидуальных эффектов с остальными объясняющими переменными. Отметим, тем не менее, что модель со случайными эффектами пар стран (или экспортера и импортера) в чистом виде плохо согласуется с гравитационной теорией, из которой следует, что регрессоры-детерминанты двусторонних торговых издержек должны коррелировать с ненаблюдаемыми показателями многостороннего сопротивления. Поэтому в большинстве работ, изучающих влияние на торговлю инвариантных или мало изменяющихся во времени факторов, рассматривается модифицированный вариант модели со случайными эффектами – *модель Хаусмана-Тейлора* [Hausman, Taylor, 1981], где допускается ненулевая корреляция между частью независимых переменных и случайными индивидуальными эффектами. Оценки модели Хаусмана-Тейлора оказываются статистически более предпочтительными, чем оценки моделей с фиксированными или случайными эффектами, в частности, в исследованиях [Serlenga, Shin, 2007] и [Fratianni, Oh, 2009].

5. Некоторые типичные ошибки эмпирического гравитационного моделирования

Теоретически обоснованное гравитационное уравнение является модифицированным уравнением расходов одной страны на товары, произведенные в другой стране. Для задания таких расходов можно брать данные по импорту первой страны из второй либо данные по экспорту второй страны в первую. В эмпирической литературе используются оба эти варианта, хотя традиционно считается [Baldwin, Taglioni, 2007], что данные по объему импорта страны более надежны, чем данные по ее экспорту, поскольку импортные потоки более строго отслеживаются таможенными органами. В приложениях в качестве зависимой переменной гравитационной модели также часто берется не какая-либо из вышеупомянутых мер одностороннего торгового потока, а усреднение экспорта (или импорта) из страны 1 в страну 2 и экспорта (или импорта) из страны 2 в страну 1. Это делается для того, чтобы улучшить качество оценок при наличии одновременно нескольких проблем с данными: недостоверности торговой статистики отдельных стран, наличием выбросов и пустых значений торговых объемов в изучаемой выборке¹⁶. При таком подходе важно, однако, учитывать, что усреднение односторонних торговых потоков при определенных условиях перестает соответствовать теории, и, как следствие, может привести к смещению оценок коэффициентов в гравитационном уравнении.

¹⁵ Если индивидуальные эффекты не коррелируют с регрессорами, то оценки с фиксированными эффектами будут, хотя и неэффективными, но несмещенными и состоятельными. В противном же случае оценки со случайными эффектами будут несостоятельными.

¹⁶ Как мы уже видели, другой и, вообще говоря, более эффективный способ обхода указанных проблем с данными по торговым потокам заключается во введении фиктивных переменных для субъектов торговли.

С точки зрения теории корректна следующая процедура усреднения. Умножив уравнение (3) для торгового потока из страны i в страну j на аналогичное уравнение для потока x_{ji} из j в i и взяв геометрическое среднее¹⁷, получим:

$$\sqrt{x_{ij} \cdot x_{ji}} = \frac{y_i \cdot y_j}{y^T} \cdot \sqrt{\left(\frac{t_{ij} \cdot t_{ji}}{\Pi_i \cdot P_j \cdot \Pi_j \cdot P_i} \right)^{1-\sigma}}$$

Соответствующая эмпирическая модель в логарифмической форме будет иметь вид:

$$\ln \sqrt{x_{ij} \cdot x_{ji}} = \frac{\ln x_{ij} + \ln x_{ji}}{2} = (1-\sigma) \cdot \ln t_{ij}^{avg} + \ln(y_i \cdot y_j) + D_i + D_j,$$

где t_{ij}^{avg} - геометрическое среднее торговых барьеров t_{ij} и t_{ji} , а D_i и D_j фиктивные переменные для стран i и j соответственно. Наличие в этом уравнении усредненных барьеров торговли t_{ij}^{avg} между двумя странами означает, что усреднять переменную торговых потоков можно только тогда, когда для целей исследования не важна асимметрия торговых барьеров.

Даже с учетом этой оговорки, многие исследователи (см., например, [Rose, 2000]) вместо взятия геометрического среднего торговых потоков (т.е. полусуммы логарифмов) ошибочно берут логарифм полусуммы торговых потоков, $\ln((x_{ij} + x_{ji})/2)$. Если обозначить через δ отношение односторонних торговых потоков, $x_{ji} = \delta \cdot x_{ij}$, то величина ошибки в зависимой переменной - разность неправильным ($\ln((x_{ij} + x_{ji})/2)$) и корректным

($\ln \sqrt{x_{ij} \cdot x_{ji}}$) усреднениями - составит:

$$Error = \ln(1 + \delta) - \frac{\ln \delta}{2} - 2 \geq 0.$$

Легко видеть, что в случае сбалансированных односторонних торговых потоков ($\delta = 1$) ошибка будет равна нулю. Если же односторонние потоки отличаются друг от друга (что наблюдается в действительности), то величина ошибки будет строго положительной. Соответственно, в работах, использующих некорректное усреднение торговых потоков, значения зависимой переменной всегда завышены. Если ошибка измерения $Error$ зависимой переменной не коррелирует с регрессорами, то негативные последствия неправильного усреднения торговых потоков будут весьма умеренными. Наличие такой ошибки измерения, как известно, ведет к смещению оценки константы регрессии и увеличению дисперсии ошибок (несмещенность, но неэффективность оценок коэффициентов). Если же ошибка измерения объемов торговли коррелирует с каким-либо регрессором, то оценка коэффициента при нем будет смещенной. Так, например, в работе [Baldwin, Taglioni, 2007], изучающей торговлю 23 развитых стран между собой в 1992-2002 гг., показано, что страны входящие в зону евро характеризуются более сильными дисбалансами двусторонней торговли, чем другие государства в выборке. Соответственно, неправильное усреднение торговых потоков (логарифм полусуммы) дает завышенную оценку коэффициента при переменной еврозоны: он положителен и высоко значим, в то время как при правильном усреднении (полусумма логарифмов) этот коэффициент близок к нулю и незначим.

¹⁷ Умножение, а не сложение (и взятие среднего арифметического) обеих частей двух уравнений делается потому, что во втором случае правую часть итогового уравнения упростить до вида, где оцениваемые коэффициенты будут иметь внятную экономическую интерпретацию, не удастся.

Смещение оценок коэффициентов в гравитационных моделях может возникать и вследствие подбора слишком грубых прокси-переменных для торговых издержек или мер экономического размера стран (ошибка измерения независимой переменной). Покажем аналитически, к каким последствиям приводит наличие ошибок измерения в объясняющих переменных. Для простоты изложения предположим, что в истинной модели есть только одна объясняющая переменная z_{ij}^* :

$$\ln x_{ij} = \beta \cdot z_{ij}^* + \varepsilon_{ij},$$

где $E(z_{ij}^* \varepsilon_{ij}) = 0$. Будем считать, что z_{ij}^* измеряется с ошибкой, т.е. наблюдается

$z_{ij} = z_{ij}^* + u_{ij}$, где u_{ij} - ошибка, имеющая нулевое матожидание и не зависящая от ε_{ij} . Тогда реально будет осуществляться регрессия

$$\ln x_{ij} = \beta \cdot z_{ij} + (\varepsilon_{ij} - \beta \cdot u_{ij}),$$

где z_{ij} и $(\varepsilon_{ij} - \beta \cdot u_{ij})$ уже коррелируют: $E[z_{ij} \cdot (\varepsilon_{ij} - \beta \cdot u_{ij})] = -\beta \cdot Cov(z_{ij}, u_{ij}) =$

$= -\beta \cdot V(u_{ij})$. Это означает, что МНК-оценка β будет смещенной и несостоятельной. Поскольку

$$\hat{\beta} = \frac{1}{N} \sum_1^N (z_{ij}^* + u_{ij})(\beta z_{ij}^* + \varepsilon_{ij}) / \frac{1}{N} \sum_1^N (z_{ij}^* + u_{ij})^2,$$

то отсюда после простых преобразований [Wooldridge, 2002] следует, что

$$(19) \quad \text{plim} \hat{\beta} = \beta \cdot \frac{V(z_{ij}^*)}{V(z_{ij}^*) + V(u_{ij})}.$$

Ясно, что $|\text{plim} \hat{\beta}| < |\beta|$, т.е. оценка $\hat{\beta}$ будет смещена в сторону нуля независимо от того, положителен коэффициент β или отрицателен. Вследствие этого такой вид смещения называется смещением с затуханием (attenuation bias).

Теперь легко понять, почему неверна практика использования *реальных* величин ВВП как мер экономического размера торговых партнеров, характерная для большого числа исследований (таких как [Rose, 2000; Baxter, Kouparitsas, 2006]). Поскольку гравитационная теория говорит о том, что эти показатели должны быть рассмотрены в *номинальном* выражении, то их коррекция на национальные дефляторы ВВП только вносит ошибку измерения в независимую переменную размера, и эта ошибка влечет за собой смещение оценок с затуханием. Этот вывод подтверждается результатами оценивания гравитационной модели для случаев номинальных (1) и реальных (2) ВВП экспортера и импортера в работе [Baldwin, Taglioni, 2007]. В полном соответствии с (19), коэффициенты при переменных размера экономик здесь оказались ближе к нулю в случае 2.

6. Проблема нулевых наблюдений

Как показывает статистика международной торговли, около половины двусторонних совокупных торговых потоков равны нулю, и с увеличением степени товарной детализации доля нулей в общем количестве наблюдений торговли только возрастает. МНК-оценивание логлинейной формы гравитационной модели при этом возможно только на подвыборке ненулевых торговых потоков. Оно даст состоятельные оценки только в том случае, если “нули” возникают случайным образом (например, из-за случайных ошибок округления, случайных пропусков в данных). К сожалению, нет оснований полагать, что эта гипотеза

теза соответствует действительности. Так, ситуация появления нулей в результате ошибок округления (к примеру, со 100 долл. до 0) характерна для малых и удаленных торговых партнеров, т.е. вероятность таких ошибок округления будет зависеть от значений объясняющих переменных модели. Аналогично для случая, когда нулевые наблюдения возникают вследствие ошибочной записи пропусков в данных по торговле как нулей – он характерен для малых экономик. Таким образом, вероятность неправильной записи здесь также зависит от значений регрессоров модели. Иными словами, при МНК-оценивании гравитационной модели в логлинейной форме теряется важная информация, содержащаяся в наблюдениях с нулевой торговлей, что, как правило, влечет за собой несостоятельность оценок коэффициентов.

Простейший способ учета нулевых наблюдений в гравитационной модели состоит в добавлении к стоимости торгового потока единицы и оценивании логлинейной формы модели с помощью одной из рассмотренных ранее методик. Серьезным недостатком данной стратегии является то, что результаты оценивания будут зависеть от выбранных единиц измерения стоимости. При этом теряется и интерпретация оцениваемых коэффициентов как эластичностей. Так, в работе [Head, Mayer, 2014] показано, что когда зависимая переменная берется равной $\ln(x_{ij} + 1)$, где x_{ij} – экспорт из i в j , то МНК-оценивание гравитационной модели на выборке по торговле 84-х стран в 2000 г. при изменении единиц измерения стоимости от долл. до млрд. долл. США дает следующие результаты. Значимый коэффициент при логарифме расстояния меняется от -1,93 до -0,09, а переменная членства в валютных союзах (также значимая) даже меняет свой знак с минуса на плюс.

Поскольку значения $\ln(x_{ij} + 1)$ ограничены снизу нулем, то для учета информации о наблюдениях с нулевой торговлей в уравнении с такой зависимой переменной можно рассмотреть модель тобит. Ее суть, как известно, состоит в том, что для части наблюдений известно не “истинное” значение зависимой переменной, а ее усеченное значение. В нашем случае тобит-модель формулируется так. Пусть ненаблюдаемая величина $\ln(x_{ij}^* + 1)$ является истинной зависимой переменной в логлинейном гравитационном уравнении. Если $\ln(x_{ij}^* + 1) > \ln(1) = 0$ (т.е., если $x_{ij}^* > 0$), то наблюдается $\ln(x_{ij} + 1)$, где $x_{ij} = x_{ij}^*$. Если же $\ln(x_{ij}^* + 1) \leq 0$ (т.е., $x_{ij}^* \leq 0$), то наблюдаемое значение равно $\ln(1) = 0$.

Данная модель оценивается методом максимального правдоподобия, в котором функция правдоподобия состоит из двух компонент: первая компонента соответствует цензурированным наблюдениям, а вторая – всем остальным. Отметим, что результаты оценивания тобит-модели также существенно зависят от выбранных единиц измерения стоимости.

С целью устранить недостаток произвольного задания порогового значения в тобит-модели Итона и Тамура [Eaton, Tamura, 1994] предложили ее новый вариант, в котором функция максимального правдоподобия модифицируется так, чтобы величина a (равная 1 в стандартной модели) в уравнении с зависимой переменной $\ln(x_{ij} + a)$ стала оцениваемым параметром. По аналогии с транспортными издержками типа айсберга, этот параметр можно интерпретировать как объем торгового потока, теряемый при перевозке. К сожалению, процедура автоматического оценивания данной модели в эконометрических пакетах никак не реализована, и исследователю необходимо писать ее код самостоятельно.

В тобит-модели Итона и Тамуры параметр a , отвечающий за установочные издержки торговли, одинаков для всех пар стран, что, вообще говоря, мало правдоподобно. Подход работы [Eaton, Cortum, 2001] лишен такого недостатка. Здесь предполагается, что для стра-

ны i существует минимально допустимый объем экспорта a_i , такой, что если истинный объем экспорта $x_{ij}^* \leq a_i$, то наблюдается $x_{ij} = 0$. Если же $x_{ij}^* > a_i$, то наблюдаемая торговля $x_{ij} = x_{ij}^*$. Параметр a_i рассчитывается как минимальный ненулевой объем экспорта страны i по всем ее торговым партнерам, x_{ij}^{\min} , и все наблюдаемые нулевые значения экспорта x_{ij} заменяются на x_{ij}^{\min} . Затем уравнение с зависимой переменной $\ln x_{ij}$ оценивается с помощью варианта тобит-модели с индивидуальными пороговыми значениями (команда `intreg` в пакете Stata).

В последние годы большую популярность приобрела альтернативная методика учета нулевых наблюдений, заключающаяся в оценивании гравитационной модели непосредственно в оригинальной мультипликативной форме вида $x_i = \exp(z_i \cdot \beta)$, где $x_i \geq 0$ ¹⁸ [Santos Silva, Tenreiro, 2006¹⁹]. Как отмечают Сантос Сильва и Тенрейро, использовать стандартную методику оценивания нелинейных моделей - НМНК - в данном случае нецелесообразно. Действительно, из задачи НМНК

$$\hat{\beta} = \arg \min_b \sum_{i=1}^n [x_i - \exp(z_i \cdot \beta)]^2$$

следует, что ее условия первого порядка имеют вид:

$$\sum_{i=1}^n [x_i - \exp(z_i \cdot \hat{\beta})] \cdot \exp(z_i \cdot \hat{\beta}) \cdot z_i = 0.$$

В этих условиях непропорционально большой вес придается наблюдениям с большими объемами торговли ($\exp(z_i \cdot \hat{\beta})$), которые обычно характеризуются и большей дисперсией (т.е. большей "зашумленностью"). Вследствие этого получаемые с помощью НЛМК состоятельные оценки $\hat{\beta}$ могут быть чрезвычайно неэффективными.

При некоторых дополнительных предположениях о виде условной дисперсии x_i , (а именно, если считать, что она пропорциональна условному математическому ожиданию x_i) условия первого порядка задачи НМНК можно привести к виду, в котором все наблюдения имеют равные веса (что позволяет повысить эффективность оценок):

¹⁸ Действительно, теоретически обоснованную модель $x_{ij} = a_0 \cdot y_i^{a_1} \cdot y_j^{a_2} \cdot t_{ij}^{a_3} \cdot e^{b_i \cdot D_i + b_j \cdot D_j}$, где показатели многостороннего сопротивления заменены на фиктивные переменные экспортера и импортера, D_i и D_j , можно переписать как: $x_{ij} = \exp(a_0 + a_1 \cdot \ln y_i + a_2 \cdot \ln y_j + a_3 \cdot \ln t_{ij} + b_i \cdot D_i + b_j \cdot D_j)$.

¹⁹ Основной посыл к оцениванию мультипликативной формы модели вместо логлинейной в работе [Santos Silva, Tenreiro, 2006] состоял в следующем. Наличие гетероскедастичности (непостоянства дисперсии ошибок от одного объекта к другому) в мультипликативной форме уравнения ведет к несостоятельности МНК-оценок коэффициентов логлинейной формы, т.к. матожидание не инвариантно к нелинейным преобразованиям, и логлинейная ошибка становится коррелированной с регрессорами. Заметим, однако, что, медиана к монотонным преобразованиям инвариантна, и если интерпретировать $\exp(z_i \cdot \beta)$ как условную медиану x_i , то медианная (квантильная) регрессия, примененная к линейной форме модели, решает вышеуказанную проблему. Таким образом, отказываться от рассмотрения линейной формы уравнения нет смысла, и относящуюся к гетероскедастичности часть мотивации авторов к оцениванию мультипликативной формы можно считать надуманной.

$$(20) \quad \sum_{i=1}^n [x_i - \exp(z_i \cdot \hat{\beta})] \cdot x_i = 0.$$

Полученные условия в точности совпадают с условиями первого порядка метода максимального правдоподобия для оценивания уравнения $x_i = \exp(z_i \cdot \beta)$, где зависимая переменная x_i принимает целочисленные значения k ($k = 0, 1, 2, \dots$) и подчинена закону распределения Пуассона:

$$P\{x_i = k\} = \lambda_i^k / x_i! \exp(-\lambda_i),$$

$\lambda_i = \exp(z_i \cdot \beta)$, а соответствующая логарифмическая функция правдоподобия имеет вид:

$$(21) \quad \ln L(\beta) = \sum_{i=1}^n [x_i - \exp(z_i \cdot \hat{\beta})].$$

Отметим, что из вида уравнения (20) следует, что для состоятельности оценок $\hat{\beta}$ в пуассоновской модели требуется лишь корректная спецификация условного математического ожидания: $E(x_i | z) = \exp(z_i \cdot \beta)$. Величина x_i при этом совершенно не обязана подчиняться пуассоновскому закону распределения и, более того, она не обязана принимать целочисленные значения. Оценки, получаемые путем максимизации функции (21) при отсутствии ограничений на вид распределения x_i называют пуассоновскими оценками *квазикаксимального правдоподобия* (Poisson pseudo-maximum-likelihood, PPML). Соответственно, именно эта методика и выбирается авторами как наиболее предпочтительная для оценивания мультипликативного гравитационного уравнения. В пакете Stata она реализована с помощью команд `poisson` и `ppml`.

Используя метод экспериментов Монте-Карло, Сантос Сильва и Тенрейро показали, что на сгенерированной выборке с нулевыми наблюдениями зависимой переменной пуассоновская модель дает более точные оценки гравитационных коэффициентов по сравнению с МНК-оцениванием с зависимой переменной $\ln(x_{ij} + 1)$ и тобит-моделью Итона и Тамуры²⁰.

Другое существенное достоинство пуассоновской модели заключается в следующем. Эта модель дает состоятельные оценки на панельных данных при наличии фиксированных эффектов субъектов торговли [Westerlund, Wilhelmsson, 2009], что достаточно нехарактерно для моделей, оцениваемых с помощью метода максимального правдоподобия: асимптотические характеристики многих из таких моделей при наличии фиксированных эффектов до сих пор мало изучены. Свойство состоятельности оценок пуассоновской модели представляется чрезвычайно важным, поскольку корректная эмпирическая спецификация гравитационного уравнения требует учета фиксированных эффектов экспортера и импортера.

Наконец, немаловажно, что коэффициенты пуассоновской модели имеют простую и понятную интерпретацию. А именно, она совершенно аналогична случаю оценивания с помощью МНК. Хотя зависимая переменная пуассоновской регрессии берется в уровнях, а не логарифмах, коэффициенты при всех логарифмированных независимых переменных следует понимать как эластичности. Коэффициенты же при переменных в уровнях интерпретируются как полуэластичности.

²⁰ Отметим, однако, что если количество нулей в выборке увеличить, то результат может быть иным. Так, из экспериментов Монте-Карло работы [Martin, Pham, 2008] следует, что пуассоновская регрессия уступает в точности оценок методикам Итона и Тамуры и Хекмана на выборках с большей долей нулевых наблюдений, чем в [Santos Silva, Tenreiro, 2006].

Если в пуассоновской модели не делается никаких различий между подвыборками нулевых и ненулевых наблюдений, то подход Хекмана позволяет учесть неслучайный отбор пар стран в ненулевую подвыборку. Одной из наиболее известных работ, использующих такой подход, является исследование [Helpman et al., 2008]. В разработанной авторами теоретической модели главную роль в определении объемов внешней торговли играет сторона предложения: фирмы в стране i отличаются между собой по производительности и несут постоянные и переменные издержки экспорта в страну j . Соответственно, только самые производительные из этих фирм будут способны преодолеть барьер фиксированных издержек и стать экспортерами, и если в стране i нет фирм, достаточно производительных, чтобы экспортировать товары в страну j , то экспорт из i в j будет нулевым. Модель эмпирически верифицируется с помощью следующей двухшаговой процедуры типа Хекмана. Исходя из условия нулевой прибыли на экспортном рынке, на первом шаге в рамках модели бинарного выбора (уравнение отбора) рассчитывается вероятность возникновения экспорта ($T_{ij} = 1$) из i в j :

$$(22) \quad \rho_{ij} = P(T_{ij} = 1) = \Phi(\alpha_0 + \alpha_i + \alpha_j - \phi \cdot \ln d_{ij} - \kappa \cdot \varphi_{ij}),$$

где α_i и α_j – фиксированные эффекты экспортера и импортера соответственно, d_{ij} – переменные издержки двусторонней торговли, φ_{ij} – фиксированные издержки двусторонней торговли, $\Phi(\cdot)$ – функция стандартного нормального распределения. Затем на втором шаге с помощью НМНК оценивается стохастическая форма уравнения для объема экспорта из i в j (уравнение размера):

$$(23) \quad \ln x_{ij} = \beta_0 + \lambda_i + \chi_j - \gamma \cdot \ln d_{ij} + \ln \left\{ \exp[\delta(\hat{z}_{ij} + \hat{\eta}_{ij})] - 1 \right\} + \beta_\eta \cdot \hat{\eta}_{ij} + e_{ij},$$

где λ_i и χ_j – фиксированные эффекты экспортера и импортера, $\hat{z}_{ij} = \Phi^{-1}(\hat{\rho}_{ij})$ – оцененное значение ненаблюдаемой переменной в пробит-модели, $\hat{\eta}_{ij} = \varphi(\hat{z}_{ij}) / \Phi(\hat{z}_{ij})$ – обратное отношение Миллза. Его включение в правую часть (23) является стандартным инструментом учета смещения вследствие самоотбора пар стран вступать в торговые отношения. Основное же отличие модели (22) - (23) от стандартной модели Хекмана заключается в наличии члена $\ln\{ \}$, отвечающего за коррекцию смещения, возникающего вследствие ненаблюдаемой неоднородности фирм по производительности. Как показывает сопоставление результатов оценивания гравитационного уравнения без учета нулевых наблюдений, стандартной модели Хекмана и модели Хелпмана и др. на выборке по торговле 158 стран в 1980-е гг., именно учет неоднородности фирм позволяет устранить наибольшую часть смещения оценок. Важно отметить, что для идентификации параметров уравнения отбора в моделях типа Хекмана большое значение имеет условие невключения (exclusion restriction): в наборе регрессоров уравнения отбора есть переменные, которых нет в наборе регрессоров в уравнении размера²¹. Подобрать такие переменные зачастую является непростой задачей. В работе [Helpman et al., 2008] в качестве показателей, способных повлиять на участие в торговых отношениях, но не на объем торговли, берутся административные издержки входа фирмы на рынок страны и общая религия.

Подводя итог обсуждению методик учета нулевых наблюдений в гравитационной модели, подчеркнем, что ни одна из них априори не является наиболее предпочтительной. Выбор конкретной методики решающим образом зависит от свойств рассматриваемых данных (гетероскедастичность-гомоскедастичность, большое-малое число нулевых наблюде-

²¹ Эксперименты Монте-Карло работы [Martin, Pham, 2008] показывают, что на выборке с нулевыми наблюдениями зависимой переменной методика Хекмана дает оценки с малым смещением только тогда, когда выполняется условие невключения.

ний и т.п.). В современных приложениях хорошим тоном считается использование сразу нескольких методов оценивания с возможным выбором “лучшей” методики согласно какому-либо критерию (например, с помощью теста RESET).

7. Заключение

Гравитационные модели торговли, в которых объем экспорта из одной страны в другую связан положительной зависимостью с экономическими размерами этих стран и отрицательной – с издержками торговли, успешно применяются для изучения международных торговых потоков и их детерминант. В данной работе представлен обзор методологии эконометрического оценивания таких моделей. Проанализированы распространенные ошибки эмпирического гравитационного моделирования, связанные с атеоретичностью оцениваемой спецификации и расчета переменных. Рассмотрены альтернативные методы оценивания гравитационного уравнения, позволяющие корректно учесть обоснованные теорией показатели многостороннего сопротивления торговле (как на пространственных, так и на панельных данных), а также способы состоятельного оценивания моделей при наличии нулевых наблюдений в данных о торговых потоках. Выбор конкретной методики в том или ином приложении неочевиден, и во многом зависит от свойств рассматриваемых данных. На практике для проверки устойчивости полученных результатов обычно принято использовать сразу несколько методов оценивания гравитационного уравнения.

В качестве заключительного замечания отметим, что возможности развития гравитационной теории отнюдь не исчерпаны, и в ней остается еще много малоисследованных тем. В частности, важные вопросы динамики торговых отношений, учета сетевых взаимодействий экономических агентов начали рассматриваться в литературе лишь в последние годы (см., например, пионерские работы [Anderson et al., 2015], [Chaney, 2013]²²). Их более полное изучение, несомненно, будет способствовать и дальнейшему совершенствованию методик оценивания гравитационных моделей торговли.

Список литературы

Могилат А.Н., Сальников В.А. Оценка потенциала взаимной торговли стран Единого экономического пространства при помощи гравитационной модели торговли между регионами России // Журнал Новой экономической ассоциации. 2015. 3(27), 80-108.

Таганов Б.В., Идрисов Г.И. Инвестиционные эффекты ПТС: качество соглашений имеет значение // Журнал Новой экономической ассоциации. 2016. 3(31), 40-65.

Anderson J.E. A Theoretical Foundation for the Gravity Equation // American Economic Review. 1979. 69(1), 106-116.

Anderson J.E., Larch M., Yotov Y.V. Growth and Trade with Frictions: A Structural Estimation Framework. NBER Working Paper № 21377. 2015.

Anderson J.E., van Wincoop E. Gravity with Gravitas: A Solution to the Border Puzzle // American Economic Review. 2003. 63, 881-892.

²² В работе [Anderson et al., 2015] на основе предположения Армингтона и предпосылок макромоделей Лукаса-Прескотта [Lucas, Prescott, 1971] построена динамическая система уравнений для торговли, дохода и капитала. В исследовании [Chaney, 2013] с помощью модели растущей сети производственно-сбытовых связей фирм показано, что в случае, когда распределение размера экспорта фирм подчиняется закону Зипфа (что подтверждается данными по французским производителям), совокупный экспорт и расстояние между странами должны быть в точности обратно пропорциональны друг другу.

- Anderson J.E., van Wincoop E.* Trade Costs // *Journal of Economic Literature*. 2004. 42, 691-751.
- Andrienko Y., Guriev S.* Determinants of interregional mobility in Russia // *Economics of Transition*. 2004. 12(1), 1-27.
- Baier S.L., Bergstrand J.H.* Bonus Vetus OLS: A Simple Method for Approximating International Trade-Cost Effects using the Gravity Equation // *Journal of International Economics*. 2009. 77, 77-85.
- Baltagi B. H., Egger P., Pfaffermayr M.* A Generalized Design for Bilateral Trade Flow Models // *Economics Letters*. 2003. 80, 391-397.
- Baldwin R., Taglioni D.* Trade Effects of the Euro: A Comparison of Estimators // *Journal of Economic Integration*. 2007. 22(4), 780-818.
- Baxter M., Kouparitsas M.* What Determines Bilateral Trade Flows? NBER Working Paper № 12188. 2006.
- Bergstrand J.H.* The Gravity Equation in International Trade: Some Microeconomic Foundations and Empirical Evidence // *Review of Economics and Statistics*. 1985. 67(3), 474-481.
- Bergstrand J.H.* The Generalized Gravity Equation, Monopolistic Competition, and the Factor-Proportions Theory in International Trade // *Review of Economics and Statistics*. 1989. 71(1), 143-153.
- Chaney T.* Distorted Gravity: The Intensive and Extensive Margins of International Trade // *American Economic Review*. 2008. 98(4), 1707-1721.
- Chaney T.* The Gravity Equation in International Trade: An Explanation. NBER Working Paper № 19285. 2013.
- Cipollina M., Salvatici L.* Reciprocal Trade Agreements in Gravity Models: A Meta-Analysis // *Review of International Economics*. 2010. 18(1), 63-80.
- Deardorff A.V.* Determinants of Bilateral Trade: Does Gravity Work in a Neoclassical World? // *The Regionalization of the World Economy*. University of Chicago Press. 1998. 7-32.
- Eaton J., Tamura A.* Bilateralism and Regionalism in Japanese and U.S. Trade and Direct Foreign Investment Patterns // *Journal of the Japanese and International Economies*. 1994. 8(4), 478-510.
- Eaton J., Kortum S.* Trade in Capital Goods // *European Economic Review*. 2001. 45(7), 1195-1235.
- Eaton J., Kortum S.* Technology, Geography, and Trade // *Econometrica*. 2002. 70(5), 1741-1779.
- Eaton J., Kortum S., Kramarz F.* An Anatomy of International Trade: Evidence from French Firms // *Econometrica*. 2011. 79(5), 1453-1498.
- Egger P., Pfaffermayr M.* The Proper Panel Econometric Specification of the Gravity Equation: A Three-Way Model with Bilateral Interaction Effects // *Empirical Economics*. 2003. 28, 571-580.
- Fratianni M., Oh C.H.* Expanding RTAs, Trade Flows, and the Multinational Enterprise // *Journal of International Business Studies*. 2009. 40(7), 1206-1227.
- Harrigan J.* Openness to Trade in Manufactures in the OECD // *Journal of International Economics*. 1996. 40(1-2), 23-39.
- Hausman J.A., Taylor W.E.* Panel Data and Unobservable Individual Effect // *Econometrica*. 1981. 49, 1377-1398.
- Head K., Mayer T.* Non-Europe: the Magnitude and Causes of Market Fragmentation in the EU // *Review of World Economics*. 2000. 136(2), 284-314.
- Head K., Mayer T.* Gravity Equations: Toolkit, Cookbook, Workhorse. // *Handbook of International Economics*. 2014. 4, 131-195.

- Helliwell J.* National Borders, Trade, and Migration // *Pacific Economic Review*. 1997. 3(3), 165-185.
- Helpman E., Krugman P.* Market Structure and Foreign Trade. Cambridge: MIT Press. 1985.
- Helpman E., Melitz M., Rubinstein Y.* Estimating Trade Flows: Trading Partners and Trading Volumes // *Quarterly Journal of Economics*. 2008. 123, 441-487.
- Krugman P.* Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade // *American Economic Review*. 1980. 70, 950-959.
- Lucas R.E., Prescott E.C.* Investment Under Uncertainty // *Econometrica*. 1971. 39(5), 659-681.
- McCallum J.* National Borders Matter: Canada-U.S. Regional Trade Patterns // *American Economic Review*. 1995. 85(3), 615-623.
- Martin W., Pham S.* Estimating the Gravity Equation when Zero Trade Flows Are Frequent. World Bank. 2008.
- Mátyás L.* Proper Econometric Specification of the Gravity Model // *The World Economy*. 1997. 20(3), 363-368.
- Rose A.K.* One Money, One Market: Estimating the Effect of Common Currencies on Trade // *Economic Policy*. 2000. 30, 9-45.
- Rose A.K., Stanley T.D.* A Meta-Analysis of the Effect of Common Currencies on International Trade // *Journal of Economic Surveys*. 2005. 19(3), 347-365.
- Santos Silva J.M.C., Tenreyro S.* The Log of Gravity // *Review of Economics and Statistics*. 2006. 88, 641-658.
- Serlenga L., Shin Y.* Gravity Models of Intra-EU Trade: Application of the CCEP-HT Estimation in Heterogeneous Panels with Unobserved Common Time-Specific Factors // *Journal of Applied Econometrics*. 2007. 22, 361-381.
- Tinbergen J.* Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy. Twentieth Century Fund, New York, 1962.
- Wei, S.-J.* Intra-National versus International Trade: How Stubborn are Nations in Global Integration? NBER Working Papers № 5531. 2006.
- Westerlund J., Wilhelmsson F.* Estimating the Gravity Model without Gravity using Panel Data // *Applied Economics*. 2009. 41, 1-9.
- Wooldridge J.M.* Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data. MIT Press, 2002.