



Munich Personal RePEc Archive

# **Integration, Cointegration and Long-Horizon Forecasting of Credit-Default-Cycles**

Wagatha, Matthias

1 July 2007

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/8602/>  
MPRA Paper No. 8602, posted 06 May 2008 19:41 UTC

# **Integration, Kointegration und die Langzeitprognose von Kreditausfallzyklen**

Von MATTHIAS WAGATHA<sup>1</sup>

01.07.2007

Der Beitrag entstammt aus der Monographie „Wagatha, M. (2005): Kointegrationskonzepte für die Kreditrisikomodellierung - Systematische Kreditrisiken und makroökonomische Theorienbildung, Wiesbaden.“  
[http://www.gabler.de/index.php:do=show/sid=e2b1bc052e27e9e88bdcc6b79657fa3e/site=g/book\\_id=6671](http://www.gabler.de/index.php:do=show/sid=e2b1bc052e27e9e88bdcc6b79657fa3e/site=g/book_id=6671)

Die Veröffentlichung erfolgt mit freundlicher Genehmigung des Deutschen Universitäts-Verlages.

---

<sup>1</sup> Dr. Matthias Wagatha ist Mitarbeiter im Bereich Kreditrisikocontrolling bei der IKB Deutschen Industriebank AG. Die von dem Autor in diesem Beitrag vertretene Meinung stellt nicht notwendigerweise die offizielle Position der IKB Deutschen Industriebank AG dar.

## **Integration, Kointegration und die Langzeitprognose von Kreditausfallzyklen**

Zusammenfassung: Für die Langzeitprognose von Kreditausfallzyklen mit VAR Modellen sind drei Spezifikationen möglich: Schätzung in Differenzen, restringierte und unrestringierte Schätzung. Eine einheitliche Aussage bezüglich der Relevanz der Integration zur Langzeitprognose kann nicht getroffen werden, da das Ergebnis von der Betrachtung der jeweiligen Gütekriterien abhängig ist. Nichtsdestotrotz muss von einer Langzeitvorhersage basierend auf einer alleinigen Schätzung in Niveauwerten abgeraten werden. Die mit der Monte-Carlo-Simulation erhaltenen Ergebnisse zur Langzeitprognose decken sich weitgehend mit denen aus der Literatur. Die Ergebnisse der Untersuchung machen insgesamt deutlich, dass eine Berücksichtigung der Kointegration bei der Langzeitvorhersage des Kreditausfallzyklus von Vorteil ist.

Schlüsselwörter: Integration, Kointegration, Langzeitprognose, Kreditausfallzyklus

Summary: This paper examines the longterm forecast performance of cointegrated systems relative to forecast performance of comparable VAR that fails to recognize that the system is characterized by cointegration. I use Monte Carlo simulation, real data sets, and multi-step-ahead forecasts to study this question. The cointegrated system I examine is composed of six vectors, five macroeconomic variables, and a credit-default-cycle. The forecasts produced by the vector error correction model associated with this system are compared with those obtained from a corresponding differenced vector autoregression, as well as a vector autoregression based upon the levels of the data. Alternative measures of forecast accuracy (full-system) are discussed. My findings suggest that selective forecast performance improvement may be observed by incorporating knowledge of cointegration rank. Furthermore the results indicate that a cointegration modeling of credit risk should be favored against the prevalent level or differenced estimation.

Keywords: Integration, Cointegration, Forecasting, Credit-default-cycle. JEL C32, C53.

## 1 Einleitung

Die Vorhersage von Wendepunkten im Kreditausfallzyklus ist ein essentielles Geschäft der Rating-Agenturen und bietet wichtige Implikationen für die strategische Ausrichtung eines Kreditinstitutes. Nicht nur für die Steuerung des Kreditportfolios sondern gerade auch für die Risikotragfähigkeit (Stresstests) eines Kreditinstitutes bildet die zukünftige Entwicklung des Kreditausfallzyklus unverzichtbare Informationen. Mit einem mehrperiodigen Kreditportfoliomodell, dessen Kreditausfallratenprognose auf der Schätzung des Kreditausfallzyklus beruht, lassen sich bestimmte Risikomaße und das vorzuhaltene ökonomische Kapital auf einem Mehrjahreshorizont für den Kreditbestand simulieren.

Aus diesen Erkenntnissen können Steuerungsimpulse für die Erweiterung oder Reduzierung der Kreditengagements abgeleitet werden: Je nach Erwartung eines Auf- oder Abschwungs kann das Neugeschäft verringert oder ausgeweitet und das Bestandsgeschäft durch aktives Portfoliomanagement dem erwarteten ökonomischen Umfeld angepasst werden. Abhängig zeigt sich der Kreditausfallzyklus maßgeblich von der konjunkturellen Entwicklung, deshalb werden in den letzten Jahren immer häufiger makroökonomische Faktoren als Kreditausfallindikatoren verwendet. Auch der Baseler Ausschuss legt den Kreditinstituten in seinem im Juni 2004 publizierten Framework nahe, Abhängigkeiten zwischen den Ausfallraten und der Konjunktur zu modellieren, sofern für das Institut diese Beziehung empirisch nachzuweisen ist.

Für die mathematisch-statistische Umsetzung der Prognose von konjunkturbedingten Kreditausfallraten ist die Wahl des zu verwendeten Schätzverfahrens von großer Bedeutung. Es ist zu berücksichtigen, dass die meisten makroökonomischen Zeitreihen eine Einheitswurzel besitzen und gegebenenfalls zwischen den Zeitreihen Kointegrationsbeziehungen existieren. In diesem Beitrag werden zur Analyse vektorautoregressive Modelle (VAR Modelle) verwendet, die ein System aus Ausfallraten und makroökonomischen Indikatoren abbilden.

Zur Modellierung des Kreditausfallzyklus in Abhängigkeit von Kreditausfallindikatoren lassen sich auf Basis der zu untersuchenden Integrations- und Kointegrationseigenschaften grundsätzlich drei verschiedene dynamische Spezifikationen der linearen VAR-Prognosemodelle in folgender Form verwenden: VAR Modell im Niveau der Daten, VAR Modell in Differenzform der Daten und kointegriertes VAR Modell. Im Folgenden soll allein die Vorhersageperformance dieser drei Spezifikationsformen und die dabei verbundene Relevanz der Integration und der Kointegration für die Langzeitprogno-

se von Kreditausfallzyklen näher analysiert werden.<sup>2</sup> Die makroökonomische Modellbildung ist nicht Gegenstand dieses Beitrages und folgt analog zu Wagatha (2004).

Im nächsten Abschnitt wird zunächst ein Überblick über die verschiedenen Schätzmethoden gegeben und anschließend Maße zur Beurteilung der multivariaten Prognosegüte vorgestellt, die im Abschnitt 4 bei einer Monte-Carlo-Studie ihre Anwendung finden. Die Ergebnisse ähnlicher empirischer Untersuchungen in der Literatur sind Gegenstand des dritten Teils. Der Abschnitt 4 geht zunächst kurz auf die makroökonomische Modellierung des Kreditausfallzyklus ein und stellt anschließend die eigenen Ergebnisse aus einer Monte-Carlo-Studie vor. Eine Zusammenfassung schließt die Untersuchung ab.

## 2 Schätzmethodik und Messung der Prognosegüte

### 2.1 Vektorautoregressive (VAR) Modelle, Integration und Kointegration

Ausgangspunkt der Untersuchungen ist ein VAR Modell p-ter Ordnung VAR(p)

$$y_t = v + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

wobei  $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{kt})'$  ein  $(k \times 1)$  Vektor,  $A_i (k \times k)$  Koeffizientenmatrizen und  $v = (v_1, \dots, v_k)'$  ein  $(k \times 1)$  Vektor der Absolutglieder ist. Der  $k$ -dimensionale Vektor  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{kt})'$  der Störterme ist ein White Noise Prozess mit einer nichtsingulären Kovarianzmatrix  $\Sigma_\varepsilon$ .<sup>3</sup>

Da die zu dieser Untersuchung herangezogenen Faktoren makroökonomische Variablen sind und diese häufig eine Einheitswurzel besitzen, kann das obige Verfahren in Niveauewerten nicht ohne weiteres verwendet werden.<sup>4</sup>

<sup>2</sup> Es ist darauf hinzuweisen, dass für eine korrekte Erklärung und Interpretation solcher makroökonomischen Modelle die Integration und Kointegration zu berücksichtigen sind, da sonst Fehleinschätzungen auftreten können. Diese Untersuchung beschränkt sich allein auf die Prognose von Kreditausfallraten.

<sup>3</sup> Vgl. Lütkepohl (2005), S. 13 oder Hamilton (1994), S. 257ff.

<sup>4</sup> Variablen mit einer Einheitswurzel sind I(1) Variablen, d.h. sie sind integriert vom Grade 1 und können durch einmalige Differenzbildung in stationäre Variablen transformiert werden. Bei Nichtbeachtung der Integration treten erhebliche Probleme für eine Analyse auf. Die normalen statistischen Eigenschaften der ersten und zweiten Ordnung würden nicht mehr gelten. D.h. Regressionskoeffizienten würden nicht gegen ihren wahren Wert konvergieren und wie das  $R^2$  hätten sie eine nicht-degenerierende Verteilung. Sowohl die Verteilung der Konstante divergiert mit der Stichprobengröße als auch die Verteilung der t-Tests, so dass asymptotisch keine korrekten kritischen Werte für diese Signifikanztests existieren. Vgl. Phillips (1986), S. 311, Harris (1995), S. 19f., oder Banerjee et al. (2000), S.

Um der Stationaritätsbedingung zu genügen und somit die Integration der Variablen zu berücksichtigen kann das Modell (1) in erster Differenz der Daten verwendet werden. Bestehen zwischen den einzelnen Zeitreihen Kointegrationsbeziehungen wird in der Literatur die Verwendung von Fehlerkorrekturmodellen der Kointegrationsanalyse vorgeschlagen.<sup>5</sup> Das VAR(p) Modell aus Gleichung (1) kann durch tautologische Umformung in ein Fehlerkorrekturmodell der Form

$$\Delta y_t = \nu + \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

transformiert werden. Die Kointegrationsbeziehungen lassen sich als Restriktionen interpretieren, die der langfristigen Entwicklung der Variablen des Modells auferlegt werden. Deshalb muss in einem kointegrierten VAR Modell der Rang der Matrix  $\Pi$  immer kleiner sein als die Anzahl der eingebundenen Variablen. Für die restringierte Schätzung wird der Ansatz von Johansen (1988, 1995) verwendet. Das restringierte VAR Modell lässt sich aus den geschätzten Parametern des Fehlerkorrekturmodells mithilfe der Formeln  $A_1 = \Pi + \Gamma_1 + I_k$  und  $A_i = \Gamma_i - \Gamma_{i-1}$  für  $i = 2, \dots, p-1$ , und  $A_p = -\Gamma_{p-1}$  aus Gleichung (2) berechnen.<sup>6</sup>

## 2.2 Maße zur multivariaten Prognosebeurteilung bei Kointegration

Wie Christoffersen/Diebold (1998) feststellen, ist das Ergebnis eines Vergleichs verschiedener Prognosemodelle von dem betrachteten Maß der Prognosegüte abhängig. Aus diesem Grund werden im Folgenden eine Reihe von Messinstrumenten zur Beurteilung der Prognosegüte vorgestellt, deren Einsatz im Abschnitt 4 zu mehr Objektivität führen soll.<sup>7</sup>

Das am häufigsten verwendete Maß zur Beurteilung und zum Vergleich von Prognosemodellen ist der Mean Square Forecast Error (MSFE).  $E[\cdot]$  und  $V[\cdot]$  bezeichnen im folgenden Abschnitt den Erwartungs- und den Varianzoperator. Für einen univariaten Prozess  $y_t$  ist der MSFE wie folgt definiert:<sup>8</sup>

$$E[(y_{t+h} - \hat{y}_{t+h})^2] = E[e_{t+h}^2] = \{E[e_{t+h}]\}^2 + V[e_{t+h}] \quad (3)$$

162ff. Ein weiteres Problem bei Missachtung der Stationaritätsbedingung ist die Scheinkorrelation. Sie tritt dann auf, wenn zweifelsfrei unabhängige Variablen in ein Schätzmodell eingehen und trotzdem ein systematisches Gleichverhalten festgestellt wird. Vgl. z.B. Maddala/Kim (2000), S. 28f., oder Banerjee et al. (2000), S. 71ff.

<sup>5</sup> Vgl. Granger (1983) und Engle/Granger (1987).

<sup>6</sup> Wobei  $I$  die Einheitsmatrix darstellt. Vgl. Lütkepohl (2005), S. 249

<sup>7</sup> Die verwendeten Messinstrumente kommen auch in den empirischen Studien im Abschnitt 3 zum Einsatz.

<sup>8</sup> Vgl. Clements/Hendry (1993), S. 619 und Clements/Hendry (1995), S. 130.

mit dem  $h$ -Schritt Prognosefehler  $e_{t+h} = y_{t+h} - \hat{y}_{t+h}$ , wobei  $\hat{y}_{t+h}$  die Vorhersage ist. Der MSFE kombiniert den quadrierten Bias im Prognosefehler mit der Varianz der Prognosefehler. Im multivariaten Fall wird die MSFE Matrix abgeleitet aus  $E[e_{t+h}e'_{t+h}]$ , wobei die Trace MSFE (TMSFE) berechnet wird, die sich aus der Summe aller einzelner MSFEs für jede Variable ergibt,  $\text{trace}\{E[e_{t+h}e'_{t+h}]\}$ . In der Monte-Carlo-Simulation werden die Unconditional Forecast Error Second Moment Matrizen ( $M[e_{t+h}]$ ) simuliert:

$$\hat{M} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \hat{M}_i = N^{-1} \sum_{i=1}^N [\hat{e}_{t+h,i} \hat{e}'_{t+h,i}], \quad (4)$$

wobei die Aufsummierung über die Anzahl der Wiederholungen erfolgt, und  $\hat{e}_{t+h,i}$  der geschätzte  $h$ -Schritt Vorhersagefehler bei der  $i$ -ten Wiederholung ist. Der TMSFE ergibt sich dann aus der Trace der Gleichung (4), also dem Durchschnitt über alle Wiederholungen von  $\text{trace}[\hat{M}_i]$ .

Clements/Hendry (1993) schlagen zum Vergleich von Prognosemodellen als Maß das Generalized Forecast Error Second Moment (GFESM) vor, das eine Weiterentwicklung des Mean Square Forecast Errors ist. Die Autoren begründen ihren Vorschlag damit, dass das Ranking basierend auf dem GFESM unverändert bleibt, wenn die Zeitreihen linear transformiert werden. Zu dieser generellen Klasse der Transformation gehören u.a. auch die Differenzbildung und die Kointegration.<sup>9</sup> Das Generalized Forecast Error Second Moment (GFESM) berechnet sich aus:

$$|\phi_h| = |E[EE']|, \quad \text{wobei } E' = [e'_{t+1}, e'_{t+2}, \dots, e'_{t+h-1}, e'_{t+h}] \quad (5)$$

der Vektor der geschichteten Prognosefehler von allen vorherigen Prognosen ist.  $|\phi_h|$  ist die Determinante der GFESM Matrix  $\phi_h$ , also die Determinante eines Erwartungswerts. Dieser Erwartungswert der geschichteten Matrizen der Prognosefehler wird simuliert durch den Durchschnitt über alle Wiederholungen, so dass  $|\Phi_h|$  berechnet wird mit  $|N^{-1} \sum_{i=1}^N E_{h,i} E'_{h,i}|$ . In der empirischen Analyse wird der Schätzer  $|\hat{\Phi}_h|^{1/h}$  angegeben, da diese Transformation nicht das qualitative Ergebnis der Vergleiche der Schätzer beeinflusst, aber die Schätzer des GFESM für große  $h$  stabilisiert, wenn  $|\Phi_1|$  von Eins abweicht.

---

<sup>9</sup> Clements/Hendry (1993), S. 618, schreiben hierzu: „(...) the alternative criterion of generalized forecast error second moment (GFESM) is invariant to non-singular, scale-preserving linear transformations for all forecast horizons.“

Hoffman/Rasche (1996) verwenden den  $\log|\hat{\phi}_h|$  als Basis für den Vergleich der Vorhersagewahrscheinlichkeiten. Modelle die den  $\log|\phi_h|$  minimieren, maximieren die entsprechende Prognosewahrscheinlichkeit.<sup>10</sup>

In der Monte-Carlo-Studie von Lin/Tsay (1996) wird die Quadratwurzel aus der Trace der Kovarianzmatrix der Prognosefehler (RTCFE) als Kriterium verwendet. Die Fehler-Kovarianzmatrix der h-Schritt Prognose bestimmt sich aus:

$$\tilde{\Sigma}_i(h) = \frac{1}{h+1} E_{h,i} E'_{h,i},$$

wobei der Index i für die i-te Wiederholung in der Simulation steht. Letztendlich ergibt sich mit N Simulationswiederholungen das Genauigkeitsmaß für die h-Schritt Prognose aus:

$$\text{RTCFE}_h = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{trace}(\tilde{\Sigma}_i(h))}. \quad (6)$$

Christoffersen/Diebold (1998) stellen u.a. eine Verlustfunktion vor, die explizit die Einhaltung der multivariaten Langfristbeziehungen bei Langzeitprognosen bewertet. Solche Effekte werden von Standardkriterien wie das MSFE nicht gemessen und gehen somit verloren. Ein Ansatz im Sinne von Granger (1996) ist, sich auf die Prognose der Kointegrationsverbindung der Variablen zu konzentrieren und die Vorhersagen in Form der Variabilität der Kointegrationsverbindung der Fehler,  $\beta'e_{t+h}$ , zu bewerten, wobei  $\beta$  der Kointegrationsvektor ist. Interessanterweise ist die Bewertung der Güte in Form der Trace MSFE der Kointegrationsverbindung der Prognosefehler ein Spezialfall des generellen MSFE Maßes. Dies lässt sich an einem generellen k-variablen Fall mit r Kointegrationsbeziehungen zeigen. Betrachtet man wieder den MSFE,

$$E[e'_{t+h} K e_{t+h}] = E \text{trace}[e'_{t+h} K e_{t+h}] = E \text{trace}[K e_{t+h} e'_{t+h}] = \text{trace}[K \Sigma_h],$$

wobei  $\Sigma_h$  die Varianz von  $e_{t+h}$  ist. Die Bewertung der Genauigkeit in Form des Trace MSFE der Kointegrationsverbindung der Vorhersagefehler (TMSFEC)<sup>11</sup> läuft auf die Auswertung von

$$E[(\beta'e_{t+h})'(\beta'e_{t+h})] = \text{trace} E[(\beta'e_{t+h})'(\beta'e_{t+h})] = \text{trace}[K \Sigma_h], \quad (7)$$

wobei  $K = \beta\beta'$  ist, hinaus. Dabei ist in der Tat der Trace MSFE der Kointegrationsverbindung der Prognosefehler eine spezielle Variante des MSFE berechnet aus den Originalprognosefehlern,  $E[e'Ke] = \text{trace}[K\Sigma_h]$ , wobei die

<sup>10</sup> Vgl. Hoffman/Rasche (1996), S. 510.

<sup>11</sup> Der Ausdruck TMSFEC steht für Trace MSFE Cointegration.



Gewichtungsmatrix  $K = \beta\beta'$  von Rang  $r(< k)$  dem Kointegrationsrang des Systems ist.<sup>12</sup> In der Simulation berechnet sich das Maß für die h-Schritt Prognose aus

$$\text{TMSFEC}_h = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{trace}[K_i \Sigma_{h,i}], \quad (8)$$

wobei der Index  $i$  wieder für die  $i$ -te Wiederholung steht.

Das Problem mit dem traditionellen  $E[e'Ke]$  Ansatz mit  $K = I$  ist, wobei  $I$  die Einheitsmatrix darstellt, dass es bei der Messung des korrekten Zusammenhangs der Langzeitprognosen versagt, obwohl es kleine MSFE misst. Umgekehrt hat der  $E[e'Ke]$  Ansatz mit  $K = \beta\beta'$  das Problem, nur den korrekten Zusammenhang der Langzeitprognose zu messen.<sup>13</sup>

Generell sind die Fehlermessmethoden zum Vergleich von Prognosemodellen noch nicht ausreichend erforscht. So steht der MSFE in der Literatur unter Kritik. Empirische Studien haben gezeigt, dass der MSFE ungeeignet ist, Prognosemodelle mit verschiedenen Zeitreihen miteinander zu vergleichen.<sup>14</sup> Auch der GFESM von Clements/Hendry (1993) wird von einer Reihe von Autoren beanstandet.<sup>15</sup> Eine Prognosemethode generiert eine multivariante Fehlerverteilung abhängig von verschiedenen prognostizierten zukünftigen Zeitpunkten und den Anfangszeiten der Vorhersage. Der Zweck eines Fehlermaßstabes ist die Bereitstellung von Informationen und eine klare Aufstellung der Verteilung. Jedoch sind die Verlustfunktionen und die Verteilungen gewöhnlich unbekannt und entsprechen selten den Standardannahmen wie der Normalverteilung.<sup>16</sup> Außerdem sind noch andere Eigenschaften für Fehlermaße wichtig: sie sollten zuverlässig sein, so dass sie auch bei kleinen Samples benutzt werden können; resistent gegen Ausreißer; und nachvollziehbar für Entscheidungsträger. Zudem sollte das Fehlermaß eine Aufstellung der Verteilung der Prognosefehler über verschiedene zukünftige Zeitpunkte bereitstellen.

Eine angemessene Verlustfunktion ist selten für den Anwender vorhanden. In Studien, die sich mit dem Vergleich verschiedener Maße auseinandersetzen, hat sich aber die Meinung durchgesetzt, dass es das Beste sei, dimensionslose Fehlermaße zu verwenden, da diese invariant gegenüber Skalartransformationen sind.<sup>17</sup> Thompson (1990) kommt zu dem Schluss, dass

<sup>12</sup> Vgl. Christoffersen/Diebold (1998), S. 453.

<sup>13</sup> In ihrer Arbeit stellen Christoffersen/Diebold (1998) ein Maß auf Basis der triangulären Repräsentation des Kointegrationssystems vor, das diese beiden Probleme lösen soll. Aufgrund der notwendigen triangulären Darstellung des Systems wird dieses Maß hier nicht verwendet.

<sup>14</sup> Vgl. Armstrong/Collopy (1992), S. 78 und Fildes (1992), S. 97.

<sup>15</sup> Vgl. z.B. Diebold (1993), Engle (1993) und Granger (1993).

<sup>16</sup> Vgl. Fildes (1992), S. 85 und Armstrong/Collopy (1994).

<sup>17</sup> Vgl. Armstrong/Fildes (1995), S. 68.

der MSFE ungeeignet ist. Er empfiehlt aber eine Variation des MSFE, den Log Mean Squared Error Ratio (LRM), der geeignet zum Vergleich über mehrere Zeitreihen ist. Der LRM bestimmt den logarithmierten Wert des Ratios aus dem MSFE des zu überprüfenden Modells und dem MSFE des Benchmarkmodells.<sup>18</sup> Auch Armstrong/Fildes (1995) kommen zu dem Resultat, dass relative Fehler-Maße Verwendung finden sollten.<sup>19</sup> Aus diesem Grund werden im Folgenden die oben aufgeführten Fehler-Maße immer in Relation zweier rivalisierender Modellspezifikationen betrachtet.

### 3 Überblick über Ergebnisse ähnlicher empirischer Studien in der Literatur

Die Unterscheidung zwischen Trend- und Differenzstationarität bei der ökonomischen Prognose ist von entscheidender Bedeutung, wie Diebold/Senhadji (1996) feststellen, da trend- und differenzenstationäre Modelle infolge gänzlich unterschiedlicher Dynamiken sehr unterschiedliche Punktprognosen liefern können. Eine große Bedeutung messen auch Anderson/Hoffman/Rasche (2002) der sorgfältigen Spezifizierung von Zeitreiheneigenschaften und multivariater stochastischer Modellstruktur für die angewandte makroökonomische Prognose bei. Hierbei ist die generell festgestellte geringe Mächtigkeit der Testverfahren gegenüber den im Zusammenhang der Einheitswurzelhypothese ( $\rho = 1$ ) gerade oft relevanten nahe gelegenen Parameteralternativen autoregressiver Prozesse zu bedenken.<sup>20</sup>

Diebold/Kilian (2000) untersuchen in einer umfangreichen Monte-Carlo-Simulationsstudie, ob angesichts ihrer geringen Mächtigkeit die Durchführung von Einheitswurzeltests im Vorfeld ökonomischer Vorhersagen überhaupt von Nutzen sind. Hierfür werden für das Ziel möglichst genaue Prognosen zu generieren die Mean Square Error (MSE)-Kriterien für die drei Fälle „stets differenzieren“, „nie differenzieren“ und „differenzieren gemäß dem Ergebnis eines Dickey-Fuller (DF)-Einheitswurzeltests“<sup>21</sup> miteinander verglichen. Der Analyse liegen als Prognosemodelle univariate trendbehaftete AR(1) Modelle<sup>22</sup> zu Grunde. Dabei ist es im Hinblick auf das Untersuchungsdesign, das auf den Prognosegesichtspunkt abstellt, gleichgültig, ob ein Test das wahre Modell herausfindet oder nicht. Wichtiger sei vielmehr, ob der Test das Modell selektiert, welches die besseren Prognosen erzeugt. Begründet wird diese Divergenz zwischen Selektions- und Prognoseproblem mit einer Reihe unterschiedlich dokumentierter Beobachtungen. Sie stellen fest, dass eine Verbesserung der Prognosegüte durch die Verwendung eines

---

<sup>18</sup> Vgl. Thompson (1990), S. 225.

<sup>19</sup> Vgl. Armstrong/Fildes (1995), S. 70.

<sup>20</sup> Vgl. Diebold/Senhadji (1996), S. 1291.

<sup>21</sup> Vgl. grundlegend Dickey-Fuller (1979, 1981).

<sup>22</sup> AR(1) bezeichnet ein autoregressives Modell der Ordnung Eins.

Modells in Differenzen gegenüber einem Modell in Niveaus erfolgen kann, wenn der zu vorhersagende Prozess, obwohl stationär, eine Wurzel nahe Eins besitzt.<sup>23</sup>

Deutlich abhängig zeigen sich die Ergebnisse der Studie von dem Grad der Persistenz, also des autoregressiven Koeffizienten  $\rho$ , des simulierten wahren Prozesses, dem Vorhersagehorizont und dem erzeugten Stichprobenumfang.<sup>24</sup> Als bedingt hilfreiche Faustregel leiten zunächst Diebold/Kilian (2000) aus dem Vergleich der Strategien „stets differenzieren“ gegen „nie differenzieren“ ab, dass eine Differenzierung in kleinen und mittleren Stichproben bei stark erscheinender Persistenz zu präferieren ist. Generell lässt sich aus der Untersuchung folgern, dass für die sehr kurzen Prognosehorizonte die Auswirkungen auf die Prognosegenauigkeit relativ gering sind.<sup>25</sup> Ferner kommen die Autoren zu dem eindeutigen Resultat, dass für ihre datengenerierenden Prozesse die routinemäßige vorherige Durchführung des DF-Tests die Prognosegüte gegenüber der Strategie „stets differenzieren“ über alle Konstellationen verbessert. Daraus kann gefolgert werden, dass das fälschliche Differenzieren in den Fällen deutlich geringer Persistenz, also bei kleinem  $\rho$ , zu relativ schlechten Vorhersagen führt. Somit ist die Box-Jenkins Strategie der routinemäßigen Differenzierung, um Stationarität zu erreichen, nicht zur Modellierung von Prognosemodellen zu empfehlen.<sup>26</sup>

Hingegen lassen sich für den Vergleich von routinemäßigen DF-Test und standardmäßiger Niveau-Schätzung keine ähnlich eindeutigen Befunde konstatieren, denn die Strategie des vorherigen DF-Tests ist nicht besser als die Niveau-Schätzung. Die Ursache ist hier in den durch die geringe Mächtigkeit verursachten Fehlentscheidungen zugunsten des Differenzierens zu sehen. Ein Vorteil für die Prognosegenauigkeit scheint sich erst bei hochpersistenten Prozessen, also  $\rho$  größer 0,97, zu ergeben. Wohingegen unterhalb von 0,97 die Niveau-Schätzung für kleinere bis mittlere Stichprobenumfänge zu besseren Prognosen als die DF-Test Strategie führt.

Im Ganzen wird von der Studie von Diebold/Kilian (2000) die Hypothese unterstützt, dass die Einheitswurzeltests hinsichtlich der Prognose zweckmäßig sein können. Allerdings wird für saisonbehafte Zeitreihen in einer Studie von Osborn/Heravi/Birchenhall (1999), die sich auf disaggregierten Reihen der Industrieproduktion für Deutschland beziehen, die Beobachtung gemacht, dass die auf Basis von saisonalen Einheitswurzeltests ausgewählten

---

<sup>23</sup> Vgl. z.B. Box/Jenkins (1976), S. 192.

<sup>24</sup> Der Studie liegen trendbehafte autoregressive datengenerierende Prozesse erster Ordnung zugrunde, die sich an den parametrischen Charakteristika des vierteljährlichen Nachkriegs-GDP in den USA orientieren. Dabei sehen Diebold/Kilian (2000) diese Parametrisierung als repräsentativ für viele andere trendbehafte makroökonomische Zeitreihen. Vgl. Diebold/Kilian (2000), S. 269.

<sup>25</sup> Vgl. Diebold/Kilian (2000), S. 266.

<sup>26</sup> Vgl. Diebold/Kilian (2000), S. 269.

Prognosemodelle, unabhängig ob sie wahr sind oder nicht, nicht notwendig die genauesten Prognosen generieren.

Newbold/Leybourne/Wohar (2001) empfehlen im Rahmen einer univariaten Betrachtung des U.S.-GDP bei Ungewissheit über das Vorliegen eines differenzstationären oder eines trendstationären Prozesses im datengenerierenden Prozess einer zu prognostizierenden Variable die Verwendung des differenzstationären Modells. Begründet wird dies dadurch, dass eine Verletzung der sehr strengen Annahme einer fixierten Trendlinie im gesamten Untersuchungs- und Prognosezeitraum dazu führen kann, dass sich die Prognose des trendstationären Prozesses nicht schnell genug an einen veränderten datengenerierenden Mechanismus anpasst. Prinzipiell weist dagegen in diesem Fall die differenzstationäre Prognose eine höhere Flexibilität auf. Dies zeigt sich besonders bei Strukturbrüchen, wo die Bindung der Prognosen an die fehlspezifizierte Trendlinie schnell zu suboptimalen Ergebnissen führen kann.

Die bisherige Diskussion hat sich auf die univariate Sichtweise und der Auferlegung von Einheitswurzeln beschränkt. Im multivariaten Fall integrierter Zeitreihen sind aus der Verwendung möglicher Kointegrationsbeziehungen zusätzliche Auswirkungen auf die Prognosegenauigkeit zu erwarten.

Für die empirische Arbeit in der Makroökonomie weisen Engle/Granger (1987) bei der Existenz von Kointegration in den multivariaten Zeitreihen auf eine Anzahl von Implikationen hin. Einer der behaupteten Vorteile bei der Berücksichtigung des Kointegrationsrangs in integrierten Vektor-Prozessen ist die Erzielung einer besseren Prognosegüte. Engle/Yoo (1987) zeigen, dass einzelne Vorhersagen, die aus einem kointegrierten System gewonnen werden, wie zusammengeknüpft sind, da die Kointegrationsrelation langfristig exakt eingehalten werden muss. Die Autoren demonstrieren in einer Monte-Carlo-Simulation, dass eine vereinigende Kointegration in einem Prognosemodell die Mean Squared Forecast Errors (MSFE) in den Langzeithorizonten um bis zu 40% im Durchschnitt reduzieren kann. Kointegration impliziert Restriktionen auf das niederfrequent dynamische Verhalten von multivariaten Zeitreihen. Die Auferlegung der Kointegrationsrestriktionen hat somit unmittelbare Implikationen auf das Verhalten der Langzeitprognosen und es wird weitgehend die Meinung vertreten, dass die Auferlegung der Kointegrationsrestriktionen, vorausgesetzt sie sind wahr, zu einer besseren Langzeitprognose führt.<sup>27</sup>

In einer größer angelegten Simulationsstudie können hinsichtlich dieser Meinung Clements/Hendry (1995) nur für relativ kleine Stichprobenumfänge eine signifikante Reduktion der längerfristigen Prognosefehler durch die Berücksichtigung der Kointegrationsrestriktionen bestätigen.

---

<sup>27</sup> Vgl. auch z.B. Reinsel/Ahn (1992), Clements/Hendry (1993), Lin/Tsay (1996) und Hoffman/Rasche (1996).

Analog zu der obigen Argumentation von Newbold/Leybourne/Wohar (2001), die im univariaten Kontext die Robustheit differenzstationärer Prognosemodelle begründen, stellen im multivariaten Fall Clements/Hendry (1996) fest, dass VAR Modelle in Differenzform zu generell besseren Vorhersagen führen können als Modelle, welche die Langfristrestriktionen berücksichtigen. Denn im realen Prognosekontext, der typischerweise durch Strukturinstabilitäten in den untersuchten ökonomischen Zusammenhängen betroffen ist, sind trotz ihrer theoretischen Vorzüge die kointegrierten VAR Modelle tendenziell stärker den negativen Auswirkungen von Verschiebungen in den mittleren Langfristbeziehungen ausgesetzt. Dagegen zeigen sich VAR Modelle in Differenzform gegenüber Strukturverschiebungen als relativ immun und sind damit laut Clements/Hendry (1996) bei gegebener Nichterreichbarkeit von optimalen Prognosen i.d.R. die robusteren Vorhersagemodelle.

Anhand einer Simulationsstudie basierend auf simulierten Daten kommen Lin/Tsay (1996) zu dem Ergebnis, dass bei einer korrekten Berücksichtigung der Einheitswurzelbeschränkungen durch die Kointegration die Prognosegüte verbessert werden kann. Bei echten Daten ergibt sich eine uneinheitliche Aussage. In einigen Fällen reduziert die Einbeziehung der Kointegration die Fehlermaße, in anderen nicht. Der Grund liegt an der geringen Macht der gewöhnlichen Kointegrationstests, eine Einheitswurzel aus einer beinahe charakteristischen Wurzel zu separieren.<sup>28</sup> Deshalb raten die Autoren dazu, Vorsicht bei der Langzeitprognose mit Kointegrationstests walten zu lassen.

Hoffman/Rasche (1996) zeigen in ihrer Studie, dass die Einbeziehung der Kointegration ein wenig die Langzeitprognose verbessern kann. Dabei betonen die Autoren die Wichtigkeit, den echten Kointegrationsrang zu erkennen, da dieser substantiell für das Prognoseergebnis ist.<sup>29</sup> Wenn Zweifel über die Anzahl der zu berücksichtigenden Einheitswurzeln in ein multivariates Langzeitprognosemodell bestehen, schlagen Brandner/Kunst (1990) vor, lieber mehr als zu wenig Einheitswurzeln einzubeziehen, da die Auswirkungen weniger nachteilig sind. Diese Meinung wird von Clements/Hendry (1995) nicht geteilt, denn sie kommen in ihrer Monte-Carlo-Studie zum gegenteiligen Schluss.<sup>30</sup>

Analytisch und mithilfe von Simulationen zeigen Christoffersen/Diebold (1998), dass die von Engle/Yoo (1987) festgestellte Überlegenheit der Langzeitprognose des kointegrierten VAR Modells gegenüber dem VAR Modell in Niveaus nicht auf der Auferlegung der Kointegrationsbeziehung basiert, sondern vielmehr aus der adäquaten Berücksichtigung der Integration der Zeitreihen resultiert. Da die Langzeitprognose des Fehlerkorrekturterms immer Null beträgt, können die bestehenden Kointegrationsbeziehungen für die

---

<sup>28</sup> Vgl. Lin/Tsay (1996), S. 536.

<sup>29</sup> Vgl. Hoffman/Rasche (1996), S. 516.

<sup>30</sup> Vgl. Clements/Hendry (1995), S. 144.

Langfristprognose ignoriert werden.<sup>31</sup> Die Autoren stellen ferner fest, dass die Prognose aus einem fehlspezifizierten VAR Modell in Differenzform, welches die Kointegration vernachlässigt, aber die Integration berücksichtigt, für lange Vorhersagehorizonte ebenso so gut ist wie aus einem kointegrierten VAR Modell.<sup>32</sup> Werden jedoch anstatt der gewöhnlichen Fehlermaße das von Christoffersen/Diebold (1998) empfohlene Maß verwendet, schneiden die Vorhersagen des differenzierten Modells im Verhältnis zum restringierten Modell schlechter ab.

Ein weiterer sehr interessanter Gesichtspunkt, der im Gegensatz zu der üblichen Meinung steht, wird darüber hinaus von Christoffersen/Diebold (1998) angeführt. Sie belegen, dass gerade die Berücksichtigung der Kointegration bzw. die Langfristinformationen in Form des Fehlerkorrekturterms zu einer Vorhersageverbesserung bei kurzen Prognosehorizonten führt. Das VAR Modell in Differenzform kann die Informationen über kurzfristige Abweichungen von der Langfristbeziehung und damit die verbundene Rückkehr der Variablen zu dieser gemäß dem Fehlerkorrekturterm nicht nutzen. Dabei machen Christoffersen/Diebold (1998) deutlich, dass das Ausmaß jeglicher Fehlerreduktion von dem betrachteten Maß der Prognosebeurteilung abhängt. Die Ergebnisse des direkten Vergleichs des restringierten VAR Modells mit dem VAR Modell im Niveau zeigen, wie auch schon in der Untersuchung von Clements/Hendry (1995), bei kurzen Horizonten (kleiner als 5-Schritt) kaum Unterschiede in den MSFE-Maßen. Mit zunehmenden Prognosehorizonten nimmt jedoch die Prognosegüte des restringierten Modells im Verhältnis zu dem VAR Modell im Niveau erheblich zu.

#### 4 Langzeitprognose und Monte-Carlo-Studie

##### 4.1 Makroökonomische Modellierung des Kreditausfallzyklus

In dieser Untersuchung basieren die drei Spezifikationen der VAR Modelle auf deutsche Insolvenzquoten des früheren Bundesgebietes in Quartalswerten von 1975 bis 1994, wobei die Ursprungsdaten den Veröffentlichungen des Statistischen Bundesamtes entnommen sind. Bei den Ursprungsdaten handelt es sich um absolute Insolvenzzahlen, die erst mit der Anzahl aller Unternehmen zu Quoten transformiert werden müssen.<sup>33</sup>

Analog zu Wagatha (2004) werden für die Insolvenzquoten der gesamten Wirtschaft ein makroökonomisches System mit folgenden Variablen in logarithmierter Form modelliert:<sup>34</sup> Rohölpreis (ROELP\_DM), Lohnkosten (LK),

---

<sup>31</sup> Vgl. Christoffersen/Diebold (1998), S. 450.

<sup>32</sup> Vgl. Christoffersen/Diebold (1998), S. 456.

<sup>33</sup> Vgl. Wagatha (2004), S. 39f.

<sup>34</sup> Vgl. Wagatha (2004), S. 42f.

Consumer Price Index Germany (CPG), Industrieproduktion (IPG) und Weltexportpreise in DM (EXPW\_DM).

Alle hier betrachteten Variablen zeigen gemäß dem Augmented-Dickey-Fuller-Test<sup>35</sup> eine Einheitswurzel von Eins auf. Die Modellspezifikation der drei zu vergleichenden VAR Modelle orientiert sich an dem restringierten VAR Modell. Dieses wird mit einer Konstanten, saisonalen Quartalsdummies<sup>36</sup> und ohne Trend geschätzt. Mithilfe von Informationskriterien<sup>37</sup> und der Residuenanalyse wird die Lag-Ordnung des restringierten Modells festgelegt. Erst ab einer Lagstruktur von vier zeigen die Teststatistiken zum 5%-Niveau keine Anzeichen von Autokorrelation. Basierend auf dieser Modellspezifikation können mit dem Kointegrationstest von Johansen zwei stationäre Linearkombinationen festgestellt werden. Die Anzahl der Kointegrationsbeziehungen bzw. -vektoren wird mit einer sequentiellen Testprozedur basierend auf Likelihood-Quotienten-Tests ermittelt.

#### 4.2 Empirische Ergebnisse aus der Monte-Carlo-Simulation

Clements/Hendry (1995) weisen darauf hin, dass die Ergebnisse jeder Monte-Carlo-Studie strenggenommen nur für die in ihr zugrundeliegenden Parameterstrukturen Gültigkeit besitzen.<sup>38</sup> So sind die empirischen Ergebnisse aus Abschnitt 3 nicht unbedingt übertragbar auf die datengenerierenden Prozesse des hier verwendeten Systems aus Abschnitt 4.1. Am Beispiel des Systems für die Insolvenzquoten der gesamte Wirtschaft soll die Relevanz der Integration und der Kointegration in multivariaten Systemen für die Langzeitprognosen untersucht werden. Trotz ihrer theoretischen Vorzüge können im realen Prognosekontext die kointegrierten VAR Modelle tendenziell stärker den negativen Auswirkungen von Verschiebungen in den mittleren Langfristbeziehungen, hervorgerufen durch Strukturinstabilitäten, ausgesetzt sein.

Gemäß der Simulationsvorgehensweise nach Benkwitz et al. (2001)<sup>39</sup> werden mithilfe eines Bootstrap-Verfahrens Zeitreihen für den Zeitraum von 1975:1 bis 2005:4 generiert. Somit wird ein Sample mit 124 Beobachtungen aufgestellt, bei dem die ersten 64 Beobachtungen als Stützbereich für die Modellschätzung und die anderen 60 Beobachtungen als out-of-Sample Daten zur Langzeitprognose dienen. Aus 5000 simulierten Zeitreihen werden wiederum durch Ziehen mit Zurücklegen in einer Monte-Carlo-Simulation

---

<sup>35</sup> Vgl. grundlegend Dickey/Fuller (1981) und McKinnon (1991).

<sup>36</sup> Es werden saisonale (zentrierte) Quartalsdummies, wie sie von Johansen (1995) vorgeschlagen werden, verwendet. Vgl. Johansen (1995), S. 84.

<sup>37</sup> Die Kriterien sind Likelihood-Ratio-Test, Final-Prediction-Error, Akaike Information Criterion, Hannan-Quinn- und Schwarz-Kriterium. Vgl. Lütkepohl (2005), S. 136ff. und 146ff.

<sup>38</sup> Vgl. Clements/Hendry (1995), S. 137.

<sup>39</sup> Vgl. Benkwitz et al. (2001), S. 84ff.

5000 Szenarien gemäß einer Gleichverteilung ausgewählt. Das verwendete Untersuchungsdesign erlaubt es, die datengenerierenden Prozesse der entsprechenden Zeitreihen im Modell adäquat zu replizieren und zu verlängern. Dies ermöglicht eine eigenständige Einschätzung der Relevanz von Integration und Kointegration bei der Langzeitprognose von Kreditausfallzyklen mit makroökonomischen Indikatoren.

In der Monte-Carlo-Simulation werden in jeder Wiederholung für die Modelle rVAR, dVAR und uVAR die Prognosewerte berechnet.<sup>40</sup> Im Gegensatz zu Christoffersen/Diebold (1998), die während der Simulation den Kointegrationsvektor  $\beta$  unverändert lassen,<sup>41</sup> wird in dieser Simulationsstudie der Kointegrationsvektor jedes Mal neu berechnet. Wenn man der Argumentation folgt, dass die Matrix  $\beta$  aus dem Originaldatensatz superkonsistent geschätzt und somit als bekannt betrachtet wird, kann diese Kointegrationsmatrix als festgelegt in jeder Simulationswiederholung verwendet werden. Dennoch werden die Kointegrationsparameter in jeder Wiederholung neu geschätzt, da keine weiteren Kenntnisse über die Verteilungen der Schätzer bekannt sind.

Abbildung 1 veranschaulicht die Prognosewerte des restringierten VAR Modells für den Zeitraum von 1991:1 bis 2005:4. Zudem sind 95%-Konfidenzintervalle des Typs Hall (1992) in die einzelnen Grafiken eingezeichnet, um die Unsicherheit bei der Vorhersage zu verdeutlichen. Wie man gut erkennen kann, nimmt im Zeitablauf die Unsicherheit in Form der immer breiter werdenden Konfidenzbänder zu.

In Abbildung 2 sind die Relationen der Gütemaße aus Abschnitt 2.2 für das kointegrierte VAR Modell, das VAR Modell in 1. Differenz und das unrestringierte VAR Modell gegen die Vorhersagehorizonte angetragen. Durch die Verwendung von sechs Gütekriterien anstatt von nur einem soll die Gefahr einer einseitigen Messung vermieden werden, da die Fehlermessmethoden zum Vergleich von Prognosemodellen noch nicht ausreichend erforscht worden sind. Betrachtet man die Prognosegüte der einzelnen Modelle relativ zueinander, kann die Bedeutung der Integration und der Kointegration für die Langzeitprognose des Kreditausfallzyklus untersucht werden. Für die Relevanz der Integration oder der Kointegration würde sprechen, wenn die Berücksichtigung dieser in dem VAR Modell zu einer besseren Vorhersage führen würde als mit einem Vergleichsmodell. Wie schon in Abschnitt 3

---

<sup>40</sup> Hierbei steht rVAR für restringiertes Modell (Kointegrationsmodell), dVAR für VAR Modell in 1. Differenz und uVAR für unrestringiertes Modell (VAR Modell in Niveauewerten).

<sup>41</sup> Christoffersen/Diebold (1998), begründen dies mit der Forderung, dass für eine Genauigkeitsmessung basierend auf der Kointegrationskombination der Vorhersagefehler der Kointegrationsvektor bekannt sein muss. Aber eine solche Annahme hat einen Verlust an Verallgemeinerung zur Folge. Vgl. Christoffersen/Diebold (1998), S. 453.



erläutert worden ist, kann die Bedeutung der Integration zur Prognose durch den Vergleich der VAR Modelle der unrestringierten und der differenzierten Form überprüft werden. Hierzu werden die verschiedenen relativen Gütekriterien mit dem Quotient aus unrestringierter zu differenzierter Schätzung bestimmt. Werte größer Eins lassen in diesem Fall auf eine Überlegenheit des differenzierten VAR Modells gegenüber dem VAR Modell in Niveaus schließen.

Die Quotienten der Gütemaße Mean Square Forecast Error (MSFE), logarithmierter MSFE sowie Quadratwurzel aus der Trace der Prognosefehlerkovarianzmatrix (RTCFE) zeigen Werte über Eins an und lassen somit eine Relevanz der Integration vermuten. Jedoch weisen zu jedem Prognosehorizont die Verhältnisgrößen der Maße Generalized Forecast Error Second Moment (GFESM), logarithmierte GFESM und Trace MSFE Cointegration (TMSFEC) Werte unter Eins auf, was auf eine Irrelevanz der Integration schließen lässt. Folglich kann keine klare Aussage bezüglich der Integration getroffen werden. Je nach Verwendung der Gütekriterien kommt man zu einem anderen Ergebnis, was die Analyse von Christoffersen/Diebold (1998) unterstützt.

Für die Untersuchung der Relevanz der Kointegration werden die Gütemaße des differenzierten und des restringierten VAR Modells in das Verhältnis gesetzt, d.h. es wird der Quotient zwischen den Kriterien des dVAR und des rVAR Modells gebildet. Ein Unterschied in der Prognosegüte dieser Modelle ist dann der Kointegration zuzurechnen. Alle Gütemaße offenbaren Quotientenwerte größer Eins. Dies bedeutet eine Relevanz der Kointegration für die Langzeitprognose von Kreditausfallzyklen. Jedoch ist bei den meisten Maßen festzustellen, dass die Bedeutung der Kointegration im Zeitablauf abnimmt, wobei im betrachteten Prognosehorizont die Maße GFESM,  $\log(\text{GFESM})$  und TMSFEC dem kointegrierten Modell immer einen Vorteil bescheinigen. Allerdings weisen die Quotienten der anderen Maße in den letzten drei Vorhersagehorizonten Werte kleiner Eins auf. Gemäß den Erwartungen schneidet das restringierte VAR Modell gegenüber dem Differenzmodell bei dem Gütekriterium TMSFEC am besten ab, da das rVAR Modell die Kointegrationskombination der Langzeitprognosen besser abbilden kann.

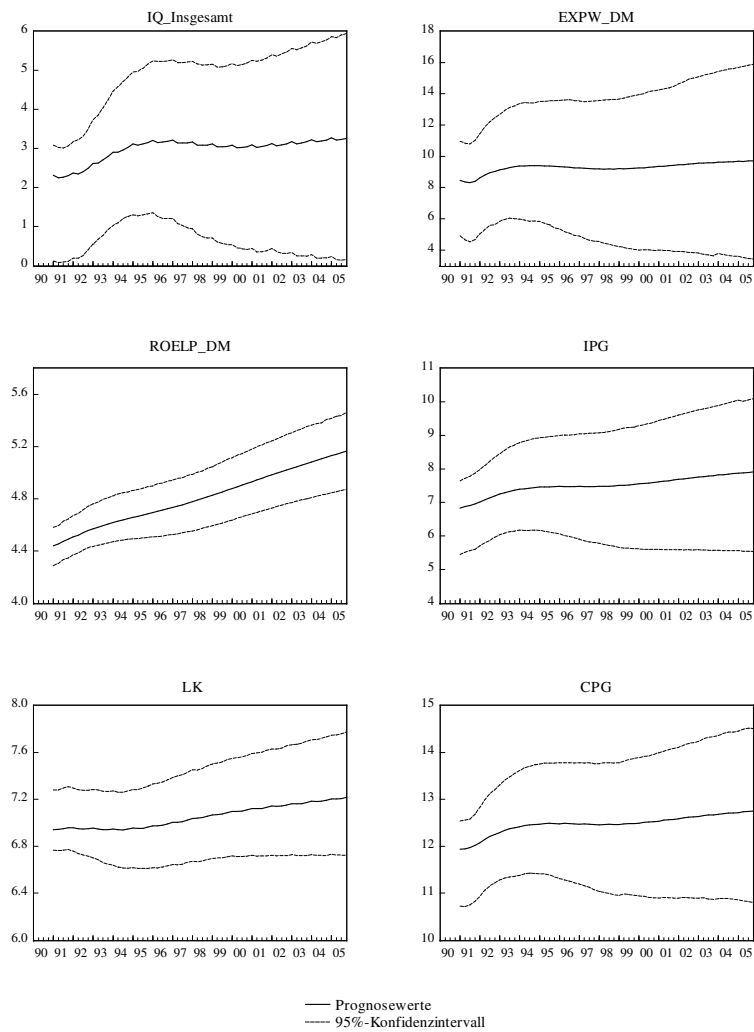


Abbildung 1: Langzeitprognosen von 1991:1 bis 2005:4 für das kointegrierte VAR Modell IQ\_Insgesamt

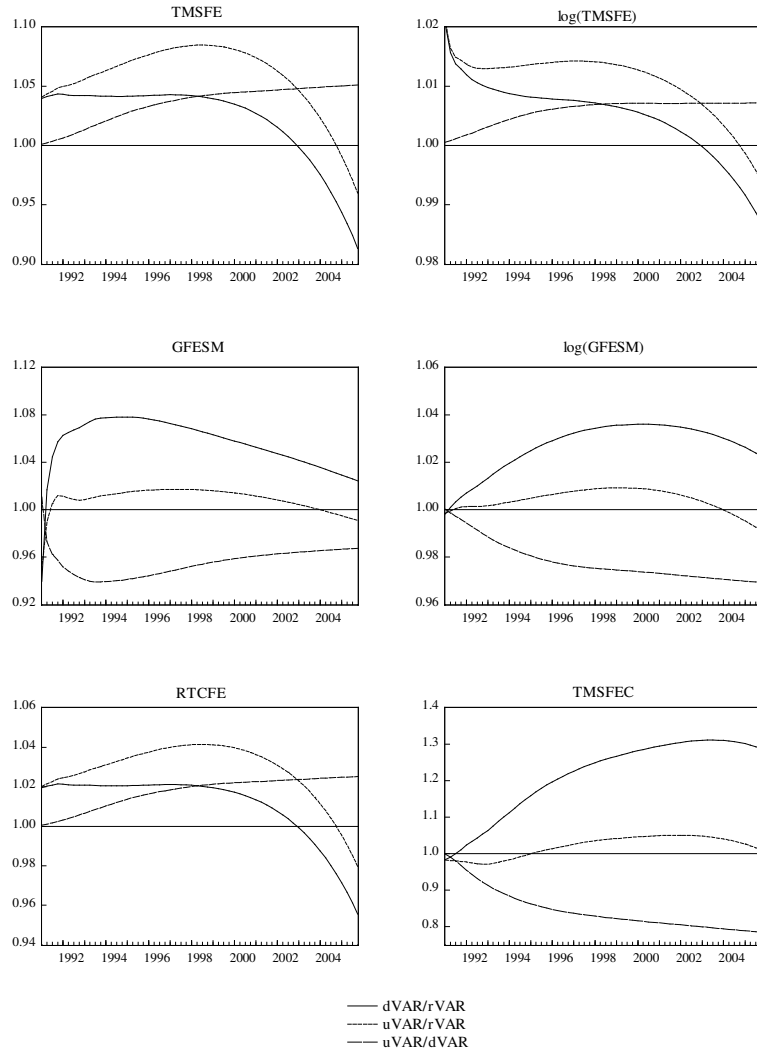


Abbildung 2: Gütevergleich der Langzeitprognosen von 1991:1 bis 2005:4 für das Modell  $IQ\_Insgesamt$

Vergleicht man die Verhältnisgrößen des unrestringierten mit dem kointegrierten VAR Modell, lassen sich Kenntnisse über die generelle Wirkung einer kombinierten Einbeziehung der Integration und Kointegration gewinnen. Hierzu kann aufgrund der Ergebnisse aller Kriterien konstatiert werden, dass eine unrestringierte gegenüber einer restringierten Schätzung zur Langzeitprognose von Kreditausfallzyklen von Nachteil ist. Generell sollte das einfache Schätzen in Niveaus der Daten bei der Ausfallratenprognose vermieden werden. Jedoch nimmt auch hier in den letzten Prognosehorizonten die Bedeutung der Kombination aus Integration und Kointegration ab.

Das VAR Modell in Niveaus ist natürlich integriert, aber die Systemschätzung in Niveaus impliziert die Schätzung der Einheitswurzeln. Obwohl viele Schätzer konsistent sind, ist es mit einer Wahrscheinlichkeit von Null möglich, eine exakte Einheitswurzel bei einem begrenzten Sample zu schätzen. Bedauerlicherweise verschmutzt sogar eine geringfügige und unvermeidbare Abweichung der geschätzten Wurzel von Eins die Vorhersagen von einem geschätzten Modell, und die Verschmutzung wächst mit dem Prognosehorizont  $h$ . Dies ist der Grund, warum die Gütequotienten mit  $h$  anwachsen, wenn die Prognosen eines VAR Modells in Niveaus mit denen eines Systems, das die Einheitswurzel berücksichtigt, verglichen werden. Das Problem verschärft sich mit der Verzerrung des Dickey-Fuller-Hurwicz Typs.<sup>42</sup>

Aus diesen Gründen ist es nicht überraschend, dass Vorhersagen von einem VAR Modell geschätzt im Niveau der Daten schlecht abschneiden. Diese schwache Leistung versuchen Engle/Yoo (1987) und andere Autoren dem VAR Modell in Niveaus aufgrund der Nicht-Berücksichtigung der Kointegration zuzuschreiben. Hierzu stellen aber Christoffersen/Diebold (1998) fest, dass die schlechte Performance des unrestringierten VAR Modells auf der Nicht-Einbeziehung der Integration und nicht auf der Ignorierung der Kointegration beruht. Ferner machen die Autoren das Performanceergebnis des Vergleichs zwischen dem differenzierten und dem restringierten VAR Modell von dem verwendeten Gütekriterium abhängig: einerseits wird für die Langzeitprognose bei Verwendung des TMSFE eine gleichstarke Leistung testiert, andererseits kann bei Gebrauch des triangulären TMSFE dem kointegrierten Modell eine Überlegenheit zugesprochen werden.<sup>43</sup> Zu den Ergebnissen ist hinzuzufügen, dass sie auf einem einfachen bivariaten System mit einer exakten Einheitswurzel und einer Kointegrationsbeziehung beruhen.

Größere Systeme werden von Reinsel/Ahn (1992) und Lin/Tsay (1996) verwendet, indem sie komparative Prognoseleistungen rivalisierender Modelle in einer Monte-Carlo-Analyse untersuchen. Beide Studien verwenden ein vier Variablen VAR(2) System mit zwei Einheitswurzeln und zwei Kointegrationsbeziehungen. Ihre Resultate zeigen bei Verwendung des TMSFE

---

<sup>42</sup> Für eine detailliertere Ausführung vgl. Stine/Shaman (1989), Pope (1990), Abadir (1993) und Abadir/Hadri/Tzavalis (1999).

<sup>43</sup> Vgl. Christoffersen/Diebold (1998), S. 456.

Gütemaßes, dass unter Berücksichtigung genügender Einheitswurzelbeschränkungen (in diesem Fall sind es mindestens zwei) der Quotient der TMSFE, berechnet aus den rivalisierenden Modellen, auf lange Sicht stets gegen Eins gehen wird. Dies spricht für die Relevanz der Integration zur Langzeitprognose. Lin/Tsay (1996) stellen zudem in ihrer Studie mit simulierten Daten fest, dass die Berücksichtigung der Kointegration, die die korrekten Einheitswurzelbeschränkungen vermutet, zu besseren Prognoseresultaten führt.

Konfrontiert man die in dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse mit den obigen aus der Literatur, kann festgestellt werden, dass der These von Engle/Yoo (1987) und anderen, die schlechtere Prognoseleistung des VAR Modells sei der Nicht-Berücksichtigung der Kointegration anzulasten, mit den Ergebnissen der Gütekriterien der zwei GFESM-Maßen und dem TMSFEC-Maß beizupflichten ist. Andererseits unterstützen die Resultate der zwei TMSFE-Maße und des RTCFE-Maßes die Behauptung von Christoffersen/Diebold (1998) bezüglich der Ursache der Nicht-Einbeziehung der Integration bei dem VAR Modell im Niveau. Generell kann für die Langzeitprognose von Kreditausfallzyklen gezeigt werden, dass eine restringierte Schätzung mit jedem hier verwendeten Gütekriterium zu einer genaueren Vorhersage führt als mit den rivalisierenden Modellen. Dies lässt eine korrekte Beachtung der Einheitswurzelbeschränkungen durch die Kointegration im hier gewählten Modell vermuten, wie dies Lin/Tsay (1996) festgestellt haben. Jedoch nimmt dieser Vorteil mit wachsendem Prognosehorizont ab, was im Einklang mit der Untersuchung von Christoffersen/Diebold (1998) steht, deren Vergleich mithilfe des TMSFE-Maßes zu dem Ergebnis kommt, dass zwischen dem differenzierten und dem restringierten Modell langfristig nahezu keine Prognoseunterschiede existieren. Die Monte-Carlo-Analyse in dieser Arbeit zeigt aber auch eine gerade am Ende der Langzeitprognose schwächer werdende Kointegrationsbeziehung.

Für echte Daten kommen Lin/Tsay (1996) zu keinem eindeutigen Ergebnis. In einigen Fällen wird die Prognosegüte durch die Einbeziehung der Kointegration verbessert, in anderen nicht. Sie sehen den Grund in der geringen Macht der gewöhnlichen Kointegrationstests, eine Einheitswurzel aus einer beinahe charakteristischen Wurzel zu separieren.<sup>44</sup> Dasselbe Problem ist gerade in dieser Untersuchung der Langzeitvorhersage eines sechs Variablen VAR Modells der Kreditausfälle von großer Bedeutung. Es besteht nämlich eine Unsicherheit über die Anzahl der Einheitswurzeln und der Kointegrationsbeziehungen, da diese nicht vorher vorgegeben sind, sondern aus den Daten mit Testverfahren bestimmt werden müssen. Hieraus lassen sich einige Divergenzen zu den Ergebnissen aus der Literatur erklären. Zudem ist bis heute noch nicht geklärt, welche Charakteristiken eine gute Prognose gut erscheinen lassen und wie man am besten diese Charakteristiken messen

---

<sup>44</sup> Vgl. Lin/Tsay (1996), S. 536.

kann. Scheinbare Universal-Messinstrumente wie der TMSFE sind in vielen Situationen nützlich, in anderen inadäquat.<sup>45</sup>

## 5 Zusammenfassung

Kreditinstitute und Rating-Agenturen stellen hohe Anforderungen an Prognoseverfahren für den Kreditausfallzyklus, da ihre zukünftigen Steuerungen, Beurteilungen und Vorhersagen maßgeblich von diesen Informationen abhängig sind. Einen großen Einfluss auf die Prognosegüte hat die Spezifizierung des statistischen Schätzverfahrens. Richtet man unabhängig von der Analyse und Erklärung den Fokus allein auf die Vorhersage des Kreditausfallzyklus, lassen sich aufgrund des stochastischen Trendverlaufs der verwendeten makroökonomischen Zeitreihen mehrere statistische Spezifikationen des Prognosemodells berücksichtigen.

Für die Langzeitprognose von Kreditausfallzyklen mit VAR Modellen sind drei Spezifikationen möglich: Schätzung in Differenzen, restringierte und unrestringierte Schätzung. Die multivariaten Prognoseergebnisse lassen eine starke Evidenz für die Relevanz der Kointegration erkennen, die jedoch am Ende der Langzeitvorhersage an Bedeutung verliert. Eine einheitliche Aussage bezüglich der Relevanz der Integration zur Langzeitprognose kann nicht getroffen werden, da das Ergebnis von der Betrachtung der jeweiligen Gütekriterien abhängig ist. So ist mit einigen Kriterien eine Signifikanz der Integration feststellbar, mit anderen nicht. Nichtsdestotrotz muss von einer Langzeitvorhersage basierend auf einer alleinigen Schätzung in Niveauebenen abgeraten werden. Die mit der Monte-Carlo-Simulation erhaltenen Ergebnisse zur Langzeitprognose decken sich weitgehend mit denen aus der Literatur. Die Resultate gelten aber streng genommen nur für den hier betrachteten datengenerierenden Prozess von Kreditausfallraten.

Die Ergebnisse der Untersuchung machen insgesamt deutlich, dass eine Berücksichtigung der Kointegration bei der Langzeitvorhersage des Kreditausfallzyklus von Vorteil ist. Eine Kreditportfoliosteuerung, die auf Basis von makroökonomischen Langzeitprognose erfolgt, sollte deshalb als Schätzmethodik den komplizierteren Kointegrationsansatz wählen, auch wenn eine ausschließliche Fokussierung auf die Prognose erfolgt. Bei der makroökonomischen Analyse und Erklärung von Kreditausfallzyklen bildet ohnehin nur der Kointegrationsansatz die Grundlage für richtige ökonomische Interpretationen.

---

<sup>45</sup> Vgl. Christoffersen/Diebold (1998), S. 457.

## Literaturverzeichnis

- Abadir, K. M.* (1993) OLS Bias in a Nonstationary Autoregression. In: *Economic Theory* 9, 81-93.
- Abadir, K. M./Hadri, K./Tzavalis, E.* (1999) The Influence of VAR Dimensions on Estimator Biases. In: *Econometrica* 67, 163-181.
- Anderson, R. G./Hoffman, D. L./Rasche, R. H.* (2002) A vector error-correction forecasting model of the US economy. In: *Journal of Macroeconomics* 24, 569-598.
- Armstrong, S. J./Collopy, F.* (1992) Error measures for generalizing about forecasting methods: Empirical comparisons. In: *International Journal of Forecasting* 8, 69-80.
- Armstrong, S. J./Collopy, F.* (1994) Asymmetry of forecast errors: An empirical analysis of its causes. Working paper, Marketing Department, The Wharton School, University of Pennsylvania.
- Armstrong, S. J./Fildes, R.* (1995) On the Selection of Error Measures for Comparisons Among Forecasting Methods. In: *Journal of Forecasting* 14, S. 67-71.
- Banerjee, A./Dolado, J. J./Galbraith, J. W./Hendry, D. F.* (2000) *Cointegration, Error Correction, and the Econometrics Analysis of Non-Stationary Data*. Oxford University Press, New York.
- Benkwitz, A./Lütkepohl, H./Wolters, J.* (2001) Comparison of Bootstrap Confidence Intervals for Impulse Response of German Monetary Systems. In: *Macroeconomic Dynamics* 5, 81-100.
- Box, G. E. P./Jenkins, G. M.* (1976) *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 2<sup>nd</sup> ed., Holden-Day, San Francisco, CA.
- Brandner, P./Kunst, R. M.* (1990) Forecasting Vector Autoregressions - The Influence of Cointegration: A Monte Carlo Study. Research Memorandum 265, Institute for Advanced Studies, Vienna.
- Christoffersen, P. F./Diebold, F. D.* (1998) Cointegration and Long-Horizon Forecasting. In: *Journal of Business & Economic Statistics* 16, 450-458.
- Clements, M. P./Hendry, D. F.* (1993) On the Limitations of Comparing Mean Square Forecast Errors. In: *Journal of Forecasting* 12, 617-637.
- Clements, M. P./Hendry, D. F.* (1995) Forecasting in Cointegrated Systems. In: *Journal of Applied Econometrics* 10, 127-146.
- Clements, M. P./Hendry, D. F.* (1996) Intercept Corrections and Structural Change. In: *Journal of Applied Econometrics* 11, 475-494.
- Dickey, D. A./Fuller, W. A.* (1979) Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. In: *Journal of the American Statistical Association* 74, 427-431.
- Dickey, D. A./Fuller, W. A.* (1981) Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. In: *Econometrica* 49, 1057-1072.
- Diebold, Francis X.* (1993) On the limitations of comparing mean square forecast errors: Comment. In: *Journal of Forecasting* 12, 641-642.

- Diebold, F. X./Kilian, L.* (2000) Unit Root Tests are Useful for Selecting Forecasting Models. In: *Journal of Business and Economic Statistics* 18, 265-273.
- Diebold, F. X./Senhadji, A. S.* (1996) The Uncertain Unit Root in Real GNP: Comment. In: *The American Economic Review* 86, 1291-1298.
- Engle, R. F.* (1993) On the limitations of comparing mean square forecast errors: Comment. In: *Journal of Forecasting*, 12, 642-644.
- Engle, R. F./Granger, C. W. J.* (1987) Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing. In: *Econometrica*, 55, 251-276.
- Engle, R. F./Yoo, B. S.* (1987) Forecasting and Testing in Cointegrated Systems. In: *Journal of Econometrics* 35, 143-159.
- Fildes, R.* (1992) The evaluation of extrapolative forecasting methods. In: *International Journal of Forecasting* 8, 88-98.
- Granger, C. W. J.* (1983) Co-Integrated Variables and Error-Correcting Models. Discussion Paper 83-12, University of California, San Diego.
- Granger, C. W. J.* (1993) On the limitations of comparing mean square forecast errors: Comment. In: *Journal of Forecasting* 12, 651-652.
- Granger, C. W. J.* (1996) Can We Improve the Perceived Quality of Economic Forecasts? In: *Journal of Applied Econometrics* 11, 455-473.
- Hall, P.* (1992) *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*, Springer New York.
- Hamilton, J. D.* (1994) *Time Series Analysis*. Princeton University Press New Jersey.
- Harris, R. I. D.* (1995) *Using Cointegration Analysis in Econometric Modeling*. Prentice Hall PTR London et al.
- Hoffman, D. L./Rasche, R. H.* (1996) Assessing Forecast Performance in a Cointegrated System. In: *Journal of Applied Econometrics* 11, 495-517.
- Lin, J.-L./Tsay, R. S.* (1996) Cointegration Constraints and Forecasting: An Empirical Examination. In: *Journal of Applied Econometrics* 11, 519-538.
- Johansen, S.* (1988) Statistical Analysis of Cointegration Vectors. In: *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, 231-254.
- Johansen, S.* (1995) *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*. Oxford University Press, New York.
- Lütkepohl, H.* (2005) *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer Berlin.
- Maddala, G. S./Kim, I.-M.* (2000) *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*. Cambridge University Press Cambridge.
- MacKinnon, J. G.* (1991) Critical Values for Cointegration Test. In: *Engle, R. F./Granger, C. W. J.* (Hrsg) *Long-Run Economic Relationships*. New York: Oxford University Press, 267-276.
- Newbold, P./Leybourne, S./Wohar, M. E.* (2001) Trend-Stationarity, Difference-Stationarity, or Neither: Further Diagnostic Tests with an Application to U.S. Real GNP, 1875-1993. In: *Journal of Economic & Business* 53, 85-102.



- Osborn, D. R./Heravi, S./Birchenhall, C. R.* (1999) Seasonal Unit Roots and Forecasts of Two-Digit European Industrial Production. In: *International Journal of Forecasting* 15, 27-47.
- Phillips, P. C. B.* (1986) Understanding Spurious Regressions in Econometrics. In: *Journal of Econometrics* 33, 311-340.
- Pope, A. L.* (1990) Biases of Estimators in Multivariate Non-Gaussian Autoregressions. In: *Journal of Time Series Analysis* 11, 249-258.
- Reinsel, G. C./Ahn, S. K.* (1992) Vector Autoregressive Models With Unit Roots and Reduced Rank Structure: Estimation, Likelihood Ratio Test, and Forecasting. In: *Journal of Time Series Analysis* 13, 353-375.
- Stine, R. A./Shaman, P.* (1989) A Fixed Point Characterization for Bias of Autoregressive Estimators. In: *The Annals of Statistics* 17, 1275-1284.
- Thompson, P. A.* (1990) An MSE statistic for comparing forecast accuracy across series. In: *International Journal of Forecasting* 6, 218-227.
- Wagatha, M.* (2004) Makroökonomische Schocks in der Kreditwirtschaft – eine Analyse mit VAR-Modellen. In: *Kredit und Kapital* 37, 31-61.