Banks' capital structures and capital regulations

Okahara, Naoto

Graduate School of Economics, Kyoto University

27 August 2018

銀行の資本構成と自己資本比率規制

岡原直人

京都大学大学院経済学研究科博士後期課程 1 年

okahara.naoto.73u@st.kyoto-u.ac.jp

平成 30 年 8 月 27 日

概 要

本稿では、銀行の最適な資本構成に対して自己資本比率規制が与える影響を分析する。分析では特に以下の 2 点を重視する。第一に、預金と株式発行という 2 つの資金調達手段の双方に長所をみとめた場合、銀行にとって最適な自己資本比率はどのような水準となるのかという点である。第二に、銀行が自己資本比率を上昇させる際に貸付量の削減は起こりうるのか、という点である。本稿では銀行の資金調達可能額に制約がある場合と無い場合をそれぞれ分析し、どちらの場合でも最適な自己資本比率は内点解となりうるという結果が得られた。しかし、信用供給量に対する自己資本比率規制の影響に関しては、資金調達に関し制約がある場合は信用供給量を減少させることは無いのに対し、資金調達先として家計を明示的に考えた場合、自己資本比率規制によって銀行の信用供給量が減少する可能性があり、家計のリスク回避度が大きいほど、また規制実施前の銀行の自己資本比率が高いほどその可能性が高いことが示された。本稿の結果は、銀行の資本構成とその調整手段が家計との相互作用から制限を受けることを反映したものであり、自己資本比率規制分析において、株式や預金市場を通した家計の需要との調整がもたらす影響に対して、より注意を払う必要性を示していると思われる。

Key words: Bank capital, Capital regulation,

JEL classification: E10, G18, G21

1 はじめに

2007 年の金融危機の後、高レバレッジの金融機関がもつショックへの脆弱性が経済にもたらす負の外部性の大きさが認識され、金融機関はショックの吸収力を高めるためにより多くの自己資本を持つべきであると主張された。これを受け、新たな銀行規制の枠組みである Basel Ⅲ においては、さらに自己資本比率規制が強化された。

危機の経験を省みると、銀行が豊富な自己資本を持つことが金融システムの安定性に寄与するという考えは、(その貢献度がどれくらいのものであるかについては差があるとしても) 少なくとも妥当なものに思われる。しかしながら、危機以前からの規制分析と危機の経験を取り込んで発展した現在の規制分析の知見を踏まえてもなお、資本比率規制がどのような、そしてどれくらいのコストを持つのかということについては、コンセンサスが得られているとは言い難い。

この原因の一つは、いまだ自己資本比率規制の分析に適した銀行のモデルが存在しないことにあると思われる。自己資本比率規制の影響を分析するためには当然ながら銀行の資本構成の決定過程、すなわち預金と株式発行という二つの資金調達手段をそれぞれどの程度利用するのが最適なのか、そしてこの最適な資金調達方法に対して資本比率規制はどのように影響するのかという点を明らかにする必要がある。

現在の金融政策分析では、動学的確率的一般均衡 (DSGE) モデルを用いた分析が主流である。しかし危機以前には、DSGE モデルにおいて銀行を考慮する必要性が認識されておらず、結果として分析において銀行が登場することはなかった。危機後はこのような認識が改められ銀行のモデルへの導入が行われたが、これらの新しいモデルでは銀行の意思決定をモデル化することよりも、銀行のバランスシートと信用供給量を結びつけることに重点が置かれた。このため、銀行の自己資本の決定過程については単に純収益を蓄積すると仮定されるのみで、株式発行という資金調達手段は捨象された。

また DSGE モデルを利用せずより銀行の意思決定に焦点を当てた分析では、銀行は預金で資金調達を行うことが最適であるという考えが危機以前の共通認識となっており、銀行の最適な資本構成の研究は盛んではなかった。さらに、危機の経験から一部の研究者は上述の共通認識を放棄し、むしろ可能な限り預金での調達を避けるべきだと主張するようになった。結果として、金融危機後のこの分野の研究は預金重視派と株式重視派の両極端に分裂し、銀行はどちらかの手段のみで資金調達を行うべきであるという主張ばかりが行われていた。

理論分析がこのような状態である一方で、実証分析では二つの重要な指摘がなされていた。第一に、Basel Ⅲ が発表される以前から、幾つかの銀行ではすでに Basel Ⅲ の規制水準を十分に満たすだけの自己資本を保有していたという指摘である (Lindquist, 2004; Aiyar et al., 2015)[1]。これについて Berger et al. (2008) は、アメリカの幾つかの

[1] このような銀行の反応はすでに Basel Ⅱ 実施の時点で指摘されていた。詳しくは後述。

銀行のこのような対応は、内部留保による受動的なものではなく株式の追加発行による積極的な行動であると述べた。第二の指摘は、自己資本比率規制は株式の追加発行によって対応できるため、規制が銀行の貸出行動を抑圧することはないという規制賛同者の主張[2]に反し、特に EU において幾つかの銀行は資本比率規制に対してその貸付を減少させることで対応したというものである (Kanngiesser et al., 2017)。

したがってこれらの指摘はまず、銀行にとって最適な自己資本比率とは必ずしも 0 か 1 といった端点解ではなく、銀行における何らかの要素に影響されて定まる内点解であることを示唆していると言える。さらに、自己資本比率規制は銀行の信用供給量を増加させることも減少させることもあるということがわかる。これらのことから、自己資本比率規制のコストを適切に分析するためには、中立的な立場から預金と株式発行という 2 つの資金調達手段を評価し、銀行の資本構成が決定されるメカニズムを分析するモデルが必要であるといえるだろう。

以上のような問題意識から、本稿ではまず預金と株式それぞれの長所の (あるいは短所の) トレードオフから銀行の資本構成が決定されるモデルを構築し、銀行に対する自己資本比率規制の影響を分析することを目的とする。分析では特に次の二点を重視する。第一に、銀行にとって最適な自己資本比率はどのような水準であり、どのような変数から影響を受けるのかという点である。そして第二に、自己資本比率規制に直面した銀行はどのようにして資本構成を調整するのか、言い換えれば、「増資」と「貸付の削減」という二つの選択肢における銀行の選択は、どのような変数から影響を受けるのかという点である。また本稿では、銀行とその資金の調達元である預金者 (家計) の関係性に着目し分析を行う。

本稿では銀行の経営者はその収益に応じて報酬を得るとし、銀行は株主資本利益率 (return on equity, ROE) の期待値の最大化を目的とすると仮定する[3]。また銀行が倒産する可能性を排除しないものの、銀行はその倒産リスクを一定値以下に留めるように預金者から要求されていると仮定する[4]。

本稿での研究はまず銀行のみに焦点を絞り、銀行が預金による調達量と株式発行による調達量をそれぞれ独立なものとして選択するモデルにおいて、銀行の資本構成を分析する。分析ではこの場合、銀行にとって最適な自己資本比率は内点解として得られる可能性があることが示された。しかし同時に、条件次第では銀行にとって株式発行のみによって調達を行うこと、つまり自己資本比率が 1 という状態も最適になりうる

[2]規制賛同者の主張および反対派の主張に対する反論は Admati et al. (2013) にまとめられている。

[3]Bhattacharyya and Purnanandam (2011) は、金融危機以前には多くの銀行において経営者の報酬が ROE を基準として決定されており、このことが金融システムの不安定化を助長したと指定している。銀行が株式発行に消極的となる理由としては他にもに税制度おける負債の優位性等が指摘されている。詳しくは Admati et al. (2013) および Thakor (2014) を参照。

[4]これらの仮定から示唆されるように、本稿のモデルの重要な要素は預金と株式の比率であり、それぞれの調達の絶対量あるいは銀行のバランスシートの規模は不決定となる。銀行のバランスシートの規模に応じた異質性は重要なテーマではあるが、本稿では銀行の資本構成決定メカニズムそれ自体の確立という基礎的な部分をまず優先する。

ことが示された。またモデルから得られた内点解の最適な自己資本比率は、銀行の収益が高いほど、あるいは銀行の安定性に対する預金者の要求が強いほど大きくなった。

さらに、このモデルの設定のもとで自己資本比率に対する規制が存在し、かつ銀行にとって最適な比率がこの規制を満たしていないと仮定すると、規制によって銀行は最適でない自己資本比率の選択を強制され、結果として銀行の期待 ROE は減少することになった。しかしながら規制への対応、つまり銀行が自己資本比率を上昇させるために選択する手段は常に株式の追加発行 (増資) であり、投資量が削減されることはなかった。したがって、規制は脆弱な銀行に対しては負の影響をもつものの、経済全体にとってのコストは存在しないという結果が得られた。

次に、銀行の資金調達先として家計を明示的に導入したモデルの分析を行う。家計を資金調達先として限定した場合、銀行が調達できる資金の総量は家計の保有資金量を越えることができず、したがって預金と株式発行のそれぞれによる調達量は独立なものとして扱うことが不可能になる。特に銀行は家計の預金需要をそのまま受け入れると仮定した場合、銀行は常に家計の効用が最大化された状態を維持せざるを得ず、結果として資本構成の調整において、銀行は株式発行量のみでなく準備率という別の手段も合わせて用いることを余儀なくされる。

この変化により、家計を導入したモデルでは二つの新しい結果が得られた。まず銀行にとって最適な自己資本比率に関し、家計を考えない場合のモデルでは自己資本比率は内点解にも端点解 (自己資本比率が 1) にもなり得た。これに対し家計が導入されたモデルでこの端点解、つまり株式発行のみで調達を行うことが最適となるためには、家計がないモデルの条件に加えてさらに別の条件が満たされる必要がある。後者の新しい条件は、株式に比べ家計の預金への需要が相対的に弱い場合に満たされるものである。言い換えれば、家計の預金需要が銀行の預金による資金調達を保証する一つの理由であるということである。この知見は、家計等の経済主体が持つ預金への需要を満たすべきだとして銀行の預金による調達を肯定する、Van den Heuvel (2008) などの主張に通ずるものがある。

さらに家計が導入されたモデルにおいて自己資本比率規制の影響を分析すると、やはり家計のないモデルと同様に、規制によって自己資本比率を上昇させた銀行の期待 ROE は減少することになった。さらに家計が導入されたモデルでは、自己資本比率を上昇させる際には銀行は常に準備率を増加させ、したがって投資量を減少させる可能性が存在するという結果が得られた。また銀行は自己資本比率を上昇させるために株式発行量も変化させるが、その際に増資ではなく減資を行う可能性もあるという結果が得られた。

以上のような本稿の結果は、銀行の資本構成やその調整において、銀行の用いる手段に家計の預金および株式に対する需要が制限を与えていることを反映している。このことは、自己資本比規制の分析において、株式や預金市場を通した家計の需要との

調整がもたらす影響に対しより注意を払う必要性を示唆していると考えられる。

本稿の構成は以下のようになる。まず 2 章において、先行研究の整理を行う。次に 3 章において銀行の資金調達先を限定しないモデルを構築し、自己資本比率規制の影響を分析する。4 章では銀行の資金調達先として家計を導入したモデルを構築し、規制の影響を分析する。5 章では結論として、本稿の分析の結果とそれから得られる知見について述べる。すべての補題、命題、系の証明は付録でおこなう。

2　先行研究の整理

Thakor (2014) が述べているように、銀行の自己資本 (株式発行による資金調達) が銀行に与える影響に関する理論とその主張は、3 つのグループに分類することができる。第一のグループの理論は、銀行にとって高レバレッジこそが最適であると主張するものである。このグループの理論では、預金の利用によって銀行はレントを獲得できると考えられており、株式発行による資金調達よりも優れているとされる。したがって預金の減少につながりうる自己資本比率の向上は、銀行にとって望ましくないものとされる。預金におけるレントの発生源は論者によって様々であり、DeAngelo and Stulz (2015) では、預金は資本市場に直接アクセスできない家計に流動性サービス提供する効果を持ち、これがレントを生み出すとしている。また Krishnamurthy and Vissing-Jorgensen (2012) では、安全で流動性の高い資産である銀行預金は社会的な価値を持つことが、実証的に示されている。

このように第一のグループが銀行預金それ自体の良さに着目するのに対し、銀行預金の資金調達手段としての良さを重視するのが第二のグループの理論である。これらの理論もやはり銀行にとって高レバレッジが望ましいと主張するが、その根拠となるのほ、預金による資金調達が持つ規律付け (discipline) の効果である。銀行の資金調達において預金の占める割合が増加するほど銀行の倒産リスクは上昇し、資金提供者のモニタリングはより厳格となる。また銀行側においても、倒産リスク上昇による早期の預金引き出しの増加を抑制するために、よりリスクが小さく社会的に望ましい投資を選択するようになる。以上のような預金による資金調達の規律付け効果を踏まえると、自己資本比率の向上は預金での資金調達量を減少させることで規律付けを弱め、むしろ銀行のリスク愛好的な行動という望ましくない結果をもたらすものとなる。この預金による規律付けという考えは、まず Diamond and Dybvig (1983) によって銀行を企業のモニタリング機関とする文脈において提示され、その後 Calomiris and Kahn (1991) や Diamond and Rajan (2001) において流動性提供機関としての文脈でも分析された。このグループの理論では、高レバレッジによる銀行の脆弱性こそが経済における銀行の有効性を保証するものとされ、80 年代から 2000 年代半ばまでは銀行理論においては中心的な考え方となった。

その一方で2000年代初頭から、主としてBaselⅡの枠組みに関する議論を契機に銀行の自己資本も分析対象とする研究が増加し、第三のグループを構成した。これらの理論は資金調達手段として株式発行が望ましいと主張するものであるが、「望ましさ」の源泉の応じてさらに3つの下位グループに分類できる。1つ目のグループに含まれるのはJensen and Meckling (1976) やKeeley (1990) など自己資本比率への関心が高まる以前の理論であり、ここで問題とされるのは銀行がより高リスクの貸付を選択するという asset substitution である。これらの理論では上述の問題が解決策として、資金提供者である投資家の目的を銀行に共有させることが必要とされ、その手段として株式発行による資金調達量の増加が主張される。2つ目のグループの理論は2000年代前半から提唱されるようになったものであり、Repullo (2004) やCoval and Thakor (2005) など、銀行の自己資本のショックの吸収機能を重視している。そして3つ目のグループの理論は主として金融危機後に盛んに提唱されているもので、Holmstrom and Tirole (1997) やAllen et al. (2011) など、預金ではなく株式発行による資金調達こそが銀行の適切な行動を保証すると主張するものである。これらの理論では、銀行経営者は投資家の利益を重視すると仮定されており、したがってより多くの株式を発行する銀行はより健全な運営を選択することになる。

以上のように、銀行に適切な規律付けを提供するかどうかを資金調達手段の選択基準として採用する点は、第二、第三グループの理論に共通している。しかしながら、これらの2種類の理論の間、あるいは第一と第三のグループの理論の間の論争では、Thakor (2014) が指摘するように分析に用いられるモデルにおいて断絶が存在する。すなわち、預金を重視する理論では株式発行に長所は存在せず、逆に株式を重視する理論では預金は倒産リスクを高める効果しか無いと仮定されている。言い換えれば、これらの理論のモデルでは、預金や株式量に何らかの制約が存在しない限り、望ましい自己資本比率は0あるいは1という端点解となる。金融危機の後でもこのようなモデルを用いて分析が行われ続けたため、銀行自体への自己資本比率規制の影響に関しては共通認識が得られず、共通項の少ないモデルでの分析結果を双方が提示し合うだけとなっていた。

しかし近年になって、このような極端な仮定を改め預金と株式発行双方に長所を認める研究が幾つか登場しており、本稿もその流れを汲むものである。例えばAcharya et al. (2016) は、預金は企業をモニタリングする誘引を銀行に与え、株式は銀行経営者の過度なリスクテイクを緩和する、という仮定を用いてモデルを構築した。またAcharya and Thakor (2016) は、預金と株式の双方がそれぞれ異なる過程を通じて銀行の行動に規律を与えるという仮定のもとで、銀行の資本構成を分析した。Chen (2016) は株式発行で調達を行うことにより銀行は倒産する可能性を抑えることができるとした上で、銀行の株式の保有コストおよびそれに基づく最適な資本比率は信用市場の競争の強さによって決まると主張した。

しかしながらこれらの研究では、自己資本比率における制約が変化した場合に銀行の行動はどのように変化するか、すなわち自己資本比率の向上は貸付量の減少を伴うかどうかについての分析は十分ではない。また既存研究は、主として銀行と企業 (借入側) の関係性から銀行の資本構成を分析しており、銀行における資金供給面の分析に重点を置いたものとなっている。これに対し、本稿では銀行と預金者 (家計) の関係性に着目し、銀行における資金調達面から銀行の自己資本比率と、自己資本比率規制の貸付量への影響の分析を行う。

3　モデル分析 (1)：資金調達先を限定しないモデル

以下では理論モデルを用いて、銀行の資本構成の決定とその過程に対する自己資本比率規制の与える影響を分析する。

本章ではまず資金調達先を限定しないモデルを分析する。なお、全ての命題、補題、系の証明は付録で行う。

3.1　設定

経済には一つの銀行が存在し、この銀行は預金および株式発行によってそれぞれ D_{B} および pE_{B} を調達するとし、その総和を B で表すことにする (p は株式価格を表す)。この調達資金 B は投資に用いられるが、その際銀行は保有する預金 D_{B} のうちどれだけの割合 s を準備として手元に残すかを選択する。したがって、銀行の投資量を L_{B} で表すと、以下が成り立つ。

$$L_{\mathrm{B}} = D_{\mathrm{B}} + pE_{\mathrm{B}} - sD_{\mathrm{B}} = B - sD_{\mathrm{B}}$$

銀行の投資収益率 $r \in [0,\, R]$ は確率変数であり一様に分布すると仮定する。またその密度関数および累積分布関数をそれぞれ $f(r)$ と $F(r)$ で表す。また選択可能な準備率には下限 $\underline{s}$ が存在すると仮定する。

この銀行は ROE の期待値の最大化を目的とすると仮定し、ここで言う ROE とは「総収益から預金者に対する返済額を引いた残余を株式数で除したもの」であると定義する。また預金者への返済額は元本と利子の和であるとし、1+預金利子率を預金返済率とし r_{D} で表す。また $R > 2r_{\mathrm{D}} > 2$、つまり $E[r] > r_{\mathrm{D}} > 1$ と仮定する。預金者への全額返済が不可能である場合銀行は倒産し、倒産した銀行の収益は預金者に等分されるとする。準備率が s である銀行において預金者への全額返済のために必要な額は $(r_{\mathrm{D}} - s)D_{\mathrm{B}}$ であり、したがって

$$L_{\mathrm{B}}\, \underline{r} = (r_{\mathrm{D}} - s)D_{\mathrm{B}}$$

をみたす収益率 $\underline{r}$ が閾値となり、これ以下の収益率では銀行は倒産することになる。この点に関して、銀行は預金者からの要求によって、倒産確率をある水準 $\gamma \in [0, 1]$ 以下に抑えなければならないと仮定し、また、γ は $R\gamma < 1$ を満たすとする。この仮定は、預金者の要求水準を満たしている場合銀行の倒産閾値となる収益率 $\underline{r}$ は 1 より小さいという仮定と同値である[5]。

以上の設定より銀行は ROE を最大化するために株式発行を避ける誘引を持つが、同時に投資量を削減することなく倒産確率を減少させる手段として、株式発行による資金調達もまた望ましい調達手段となる。

3.2　分析

以上の設定を踏まえると、銀行の最大化問題は以下のように表される。

$$
\begin{aligned}
\max_{D_{\mathrm{B}},\ E_{\mathrm{B}},\ s} \quad & \mathrm{E}[ROE] \equiv \int_{\underline{r}}^{R} \frac{1}{E_{\mathrm{B}}}\Big((D_{\mathrm{B}} + pE_{\mathrm{B}} - sD_{\mathrm{B}})r + sD_{\mathrm{B}} - r_{\mathrm{D}} D_{\mathrm{B}} \Big) f(r)dr \\
s.t. \quad & F(\underline{r}) \leq \gamma \\
& 0 < \underline{s} \leq s \leq 1
\end{aligned}
$$

いま、銀行の調達資金の総和 B に対する預金による調達量 D_{B} の比率を $d = D_{\mathrm{B}}/B$ と表すことにする。$f(r) \equiv 1/R$ を用いると、上記の最大化問題は次のように変形することができる。

$$
\max_{d,\ s} \qquad \frac{p\Big(R(1-sd) - (r_{\mathrm{D}} - s)d\Big)^2}{2R(1-d)(1-sd)} \qquad \cdots (M_1) \tag{3.1}
$$

$$
s.t. \qquad d \leq \frac{R\gamma}{(r_{\mathrm{D}} - s) + R\gamma \cdot s} \equiv \tilde{d}(s) \tag{3.2}
$$

$$
\underline{s} \leq s \leq 1
$$

(3.2) 式より、$\gamma = 0$ ならば $d = 0$ 以外は選択できない。したがってこれ以降の分析では $\gamma \in (0, 1]$ とする。

いま、(3.1) 式で表される期待 ROE について以下の性質が成り立つ。

補題 1.

1. $\hat{d}(s)$ を以下のように定義する。

$$
\hat{d}(s) \equiv \frac{2(r_{\mathrm{D}} - s) - R(1-s)}{(R-1)s^2 - (R - r_{\mathrm{D}} + 1)s + r_{\mathrm{D}}} \tag{3.3}
$$

このとき、預金比率 d について

[5] 銀行の倒産確率は $F(\underline{r}) = \underline{r}/R$ なので、倒産確率が γ 以下という制約は $\underline{r}/R \leq \gamma$ となる。これより $\underline{r} \leq R\gamma$ であり、したがって $R\gamma < 1$ ならば $\underline{r} < 1$ となる。

- $d > \hat{d}(s)$ ならば期待 ROE は d の単調増加関数である。
- $d = \hat{d}(s)$ ならば期待 ROE は s のみに依存する。
- $d < \hat{d}(s)$ ならば期待 ROE は d の単調減少関数である。

2. 準備率 s について

- $d > 0$ ならば期待 ROE は s の単調減少関数である。
- $d = 0$ ならば期待 ROE は s に依存しない。

さらに、(3.3) 式に関して以下を得る。

$$\hat{d}(s) = 1 \;\Leftrightarrow\; (R-1)(1-s)\left(\frac{R-r_{\mathrm{D}}}{R-1} - s\right) = 0$$

これらの結果より、銀行の選択する s および d の関係は図 1 のように表される。なお、(3.1) 式の定義より $d \neq 1$ かつ $sd \neq 1$ である。また、$\underline{s}$ について以下のような仮定を追加する。

$$\underline{s} < \frac{R-r_{\mathrm{D}}}{R-1}$$

これは $\underline{s}$ が図 1 の曲線 $d = \hat{d}(s)$ と直線 $d = 1$ の交点よりも左側に位置することを意味している。

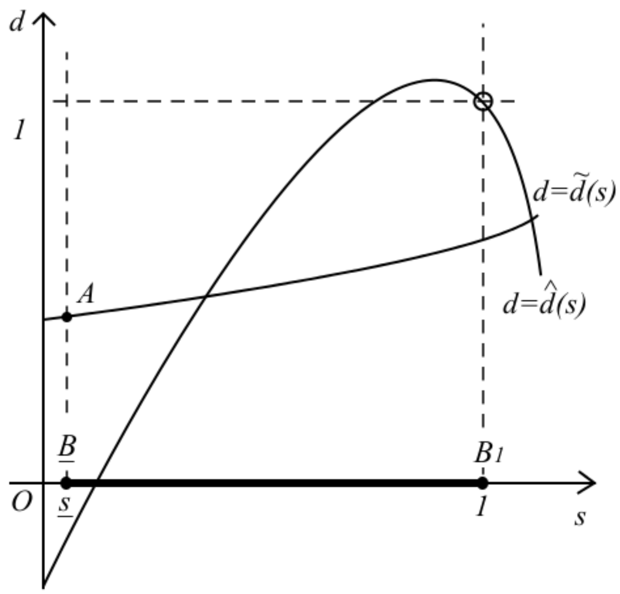

図 1: s と d の対応

(3.2) 式より明らかなように、$d = \tilde{d}(s)$ は単調増加関数であり、また $0 < \tilde{d}(0) < \tilde{d}(1) < 1$ が成り立つ。補題 1.2 より銀行は $d \neq 0$ であるかぎり常に s を減少させる誘引

を持ち、また $d=\hat{d}(s)$ の上側では d は大きいほど、そして下側では d は小さいほうが望ましくなる。

したがって、図 1 中においてこの最大化問題における均衡となりうるのは、点 A あるいは線分 $\underline{B}B_1$ 上の点である。

定義 1. 自己資本比率 τ_{B} および関数 $\tilde{\gamma}(s)$ を以下のように定義する。

$$\tau_{\mathrm{B}} \equiv \frac{pE_{\mathrm{B}}}{L_{\mathrm{B}}} = \frac{1-d}{1-sd} \tag{3.4}$$

$$\tilde{\gamma}(s) \equiv \frac{2(r_{\mathrm{D}}-s)-R(1-s)}{r_{\mathrm{D}}-s} \tag{3.5}$$

関数 $\tilde{\gamma}(s)$ は均衡を選択する際に用いられる閾値を定めるものである。$\gamma=\tilde{\gamma}(s)$ であれば、点 $(\tilde{d}(s),s)$ における期待 ROE は $d=0$ における期待 ROE と等しくなる。

このとき、最大化問題 (M_1) における均衡解は以下のようにまとめられる。

命題 1. 最大化問題 (M_1) における均衡解 (d^*,s^*)、および均衡での期待 ROE($E[ROE]^*$) と自己資本比率 τ_{B}^* は、(3.5) 式に $s=\underline{s}$ を代入して得られる閾値 $\tilde{\gamma}(\underline{s})$ と γ との関係によって以下のように定まる。

1. $\gamma > \tilde{\gamma}(\underline{s})$ のとき、図 1 中の点 A が均衡となり以下が成り立つ (以後この均衡を均衡 A と呼ぶ)。

$$d^* = \tilde{d}(\underline{s}) = \frac{R\gamma}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})+R\gamma\cdot\underline{s}}, \quad s^*=\underline{s}$$

$$E[ROE]^* = \frac{pR}{2}\cdot\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})(1-\gamma)^2}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})}$$

$$\tau_{\mathrm{B}}^* = \frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})}{r_{\mathrm{D}}-\underline{s}}$$

2. $\gamma \le \tilde{\gamma}(\underline{s})$ のとき、図 1 中の線分 $\underline{B}B_1$ 上の点が均衡となり、以下が成り立つ。

$$d^*=0, \quad \forall\, s^* \in [\underline{s},1]$$
$$E[ROE]^* = \frac{pR}{2}$$
$$\tau_{\mathrm{B}}^* = 1$$

3.3 規制の影響

以下では自己資本比率に対する規制の影響を分析する。いま、ある水準 $\underline{\tau} > 0$ を最小値として、自己資本比率規制 $\tau_{\mathrm{B}} \geq \underline{\tau}$ が実施されたとする。これは (3.4) 式を用いると以下のように変形できる。

$$d \leq \frac{1-\underline{\tau}}{1-s\underline{\tau}} \equiv d_{\tau}(s) \tag{3.6}$$

(3.6) 式の右辺は $\underline{\tau}$ の値に応じ、例えば図 2 の曲線 $d = d_{\tau}(s)$n のように表される。

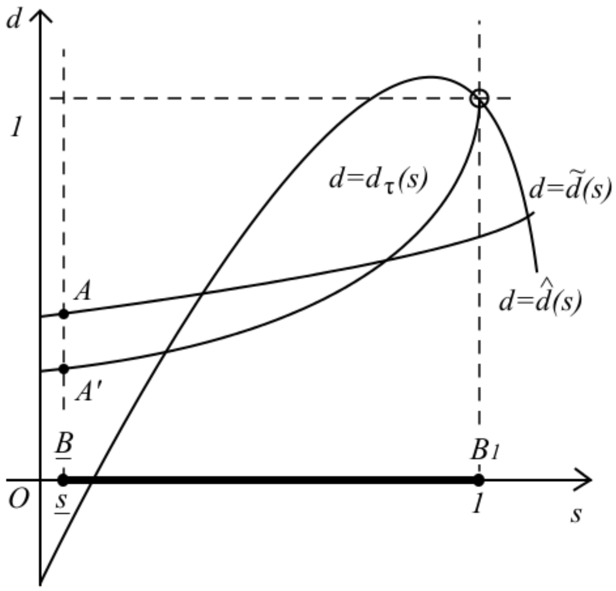

図 2: s と d の対応および自己資本比率規制

(3.6) 式から明らかなように $d = d_{\tau}(s)$ は単調増加関数であり、また $0 < d_{\tau}(0) < d_{\tau}(1) = 1$ が成り立つ。したがって曲線 $d = \tilde{d}(s)$ と曲線 $d = d_{\tau}(s)$ は、$\tilde{d}(0) > d_{\tau}(0)$ ならば $s < 1$ において交点を一つ持つ。$\tilde{d}(0) \leq d_{\tau}(0)$ ならば銀行は常に十分な自己資本比率を達成しており、結果として規制は銀行にいかなる影響も与えない。したがってこれ以降の分析では、図 2 のように曲線 $d = \tilde{d}(s)$ と曲線 $d = d_{\tau}(s)$ が $0 < s < 1$ で交点を持つ場合を考える。なお $d_{\tau}(0) = 1 - \underline{\tau}$ であり、したがって $\underline{\tau}$ が大きいほど曲線 $d = d_{\tau}(s)$ は下方に位置する。

規制前の均衡が線分 $\underline{B}B_1$ 上に存在する場合 $\tau_{\mathrm{B}}^{*} = 1$ であり、資本構成を調整することなく銀行はいかなる自己資本比率規制も満たすことが可能である。したがって規制から影響を受けるのは点 A、つまり均衡 A のみである。補題 1.2 より $d \neq 0$ である限り期待 ROE は s の減少関数であることから、自己資本比率規制 $\tau_{\mathrm{B}} \geq \underline{\tau}$ のもとで均衡 A が成立不可能な場合、均衡となりうるのは点 A' あるいは線分 $\underline{B}B_1$ 上の点である。

定義 2. 関数 $\tilde{\tau}(s)$ および $\hat{\tau}(s)$ を以下のように定義する。

$$\tilde{\tau}(s) \equiv \left(\frac{R(1-s) - (r_{\mathrm{D}} - s)}{r_{\mathrm{D}} - s} \right)^2 \tag{3.7}$$

$$\hat{\tau}(s) \equiv \frac{R(1-s) - (r_{\mathrm{D}} - s)}{(r_{\mathrm{D}} - s)} \tag{3.8}$$

関数 $\tilde{\tau}(s)$ は均衡を選択する際に用いられる閾値を定めるものである。$\underline{\tau} = \tilde{\tau}(s)$ のとき、点 $(d_\tau(s), s)$ における期待 ROE は $d = 0$ である点における期待 ROE と等しくなる。また $\hat{\tau}(s)$ は $\tilde{\tau}(s)$ の平方根の一つであり、したがって $0 < \tilde{\tau}(s) \leq 1$ ならば $\hat{\tau}(s) \geq \tilde{\tau}(s)$ である。

このとき、自己資本比率規制のもとで成立する均衡は以下のようにまとめられる。

命題 2. いま、自己資本比率規制 $\tau_{\mathrm{B}} \geq \underline{\tau}$ が存在し、かつ均衡 A で成立する τ_{B}^* は $\underline{\tau}$ より小さいとする。このとき、(3.7) 式に $s = \underline{s}$ を代入して得られる閾値 $\tilde{\tau}(\underline{s})$ と $\underline{\tau}$ の関係によって、均衡解 (d_τ^*, s_τ^*) および均衡での期待 ROE($E[ROE]_\tau^*$)、そして自己資本比率 $\tau_{\mathrm{B},\tau}^*$ は次のように定まる。

1. $\underline{\tau} < \tilde{\tau}(\underline{s})$ のとき、図 2 中の点 A' が均衡となり、以下が成り立つ。

$$d_\tau^* = d_\tau(\underline{s}) = \frac{1-\underline{\tau}}{1-\underline{s}\underline{\tau}}, \quad s_\tau^* = \underline{s}$$

$$E[ROE]_\tau^* = \frac{p}{2R\underline{\tau}} \left(R - (1-\underline{\tau}) \frac{r_{\mathrm{D}} - \underline{s}}{1-\underline{s}} \right)^2$$

$$\tau_{\mathrm{B},\tau}^* = \underline{\tau}$$

2. $\underline{\tau} \geq \tilde{\tau}(\underline{s})$ のとき、図 2 中の線分 $\underline{B}B_1$ 上の点が均衡となり、以下が成り立つ。

$$d_\tau^* = 0, \quad \forall\, s_\tau^* \in [\underline{s}, 1]$$

$$E[ROE]_\tau^* = \frac{pR}{2}$$

$$\tau_{\mathrm{B},\tau}^* = 1$$

なお、点 $(d_\tau(s), s)$ において成立する期待 ROE は以下のように表すことができる。

$$E[ROE]_\tau = \frac{p}{2R\underline{\tau}} \left(R - (1-\underline{\tau}) \frac{r_{\mathrm{D}} - s}{1-s} \right)^2 \tag{3.9}$$

このとき、(3.9) 式について以下を得る。

補題 2. (3.9) 式で表される期待 ROE において、$\underline{\tau}$ と (3.8) 式で定義される $\hat{\tau}(s)$ の関係によって以下が成り立つ。

1. $\underline{\tau} < \hat{\tau}(s)$ ならば、期待 ROE は $\underline{\tau}$ の単調減少関数である。

2. $\underline{\tau} = \hat{\tau}(s)$ ならば、期待 ROE は s のみに依存する。

3. $\hat{\tau}(s) < \underline{\tau} < 1$ ならば、期待 ROE は $\underline{\tau}$ の単調増加関数である。

命題 2 と補題 2 より、銀行に対する自己資本比率規制の影響について以下の結果を得る。

系 1. 規制 $\tau_{\mathrm{B}} \geq \underline{\tau}$ のもとで、この水準を満たすよう自己資本比率を上昇させた銀行について以下が成り立つ。

1. 規制水準 $\underline{\tau}$ が十分大きい場合、銀行は株式発行のみによって調達を行うことが最適となり、最適な自己資本比率は 1 となる。

2. 規制後も預金と株式発行の双方で資金調達を行う場合、銀行が選択する自己資本比率の水準は規制水準の最小値 $\underline{\tau}$ であり、銀行の期待 ROE は規制前に比べて低下する。

3. 調達資金の総額について規制後も規制前と同一の水準を維持する場合、銀行は常に自己資本比率を上昇させる手段として増資を選択し、投資量の削減は行われない。

以上より、自己資本比率規制が実施された場合、十分な自己資本比率を持っていなかった銀行においては期待 ROE の減少というコストが発生する。しかし規制によってバランスシートの規模が変化しないならば、経済全体では投資量の減少という事態は発生しないことがわかる。したがって本章のモデルの仮定のもとでは、自己資本比率規制は経済全体の活動を抑制するように働くことはないと言えるだろう。

4　モデル分析 (2)：家計から資金調達を行うモデル

以下では銀行の資金調達先として、家計を明示的に導入したモデルにおける銀行の資本構成、および自己資本比率規制の影響を分析する。

4.1 設定

経済には一つの銀行と多数の同一の性質を持つ家計が存在するとし、家計 i は区間 $[0,1]$ に稠密に存在すると仮定する。また銀行についての基本的な設定は前章と同様とするが、本章では銀行の資金調達先を家計に限定する。すなわち、銀行は預金および株式でもって家計からそれぞれ D_{B} および pE_{B} を調達し、そのうち sD_{B} を準備として手元に残した上で投資を行い、その収益から家計への預金の返済および配当の分配を行う。また前章と同様に銀行は期待 ROE の最大化を目的とすると仮定する。

さらに以下では預金量に関する交渉において交渉力はすべて預金者が持っており、銀行は預金量を直接選択することができないと仮定する。したがって、銀行の預金による調達量は家計の預金需要と同一になる。またこれに応じ、前章における銀行の倒産確率に対する制約は、本章では家計の行動を制限すると仮定する。つまり家計は預金について、銀行の倒産確率が自らの考慮する危険水準 γ を越えない範囲でその量を決定することになる。

4.2 家計

家計は 2 期間の世代重複モデルで記述される。すなわち全ての家計は 2 期間生存し、割引ファクター ρ のもと、若年期の消費 c_t および老年期の消費 c_{t+1} から得られる期待効用の総和の最大化を目的とすると仮定する。また家計は若年期のみ労働すると仮定し、かつその労働供給量を 1 に固定し賃金収入を w_t と表す。老年期の家計には収入が存在しないため若年期の家計はその収入の一部を老年期に持ち越す必要があり、そのために彼らは銀行の株式の購入あるいは預金を行うとする。

消費を行った後の若年期のある家計 i が保有する資金量を Q_i とする。またこの資金 Q_i を用いて構築された預金と株式からなるポートフォリオについて、リスクを考慮したその総収益率を μ と表す。これより家計の効用最大化問題は以下のように表される。

$$
\begin{aligned}
\max_{c_{i,t},\ c_{i,t+1}} \quad & \ln(c_{i,t}) + \rho\ln(c_{i,t+1}) \\
s.t. \quad & c_{i,t} = w_{i,t} - Q_i \\
& c_{i,t+1} = Q_i \mu_i
\end{aligned}
$$

一階条件より以下を得る。

$$
Q_i = \frac{w_{i,t}}{1+\rho}
$$

いま、この家計 i の Q_i における預金への支出 D_i の比率を d_i としよう。ただし家計は全て同一であり、ゆえに家計部門全体における保有資金量と預金量をそれぞれ Q_{H} と D_{H} としその比率を d_{H} とすると、$d_{\mathrm{H}} = d_i$ が全ての家計 i について成り立つ。したがって以下では家計部門全体を一つの家計とみなして分析する。

家計部門における預金への支出比率 d_{H} を分析するために、まず預金と株式それぞれの (実質) 期待収益率を考えよう。預金の期待収益率を π_{D} と表すと、銀行に存在する預金量 D_{B} は家計の保有する預金量 D_{H} と等しくなるために、以下のように定義できる。

$$\pi_{\mathrm{D}} \equiv \frac{1}{D_{\mathrm{H}}}\left\{\int_{\underline{r}}^{R}(r_{\mathrm{D}}D_{\mathrm{H}})f(r)dr + \int_{0}^{\underline{r}}(rL + sD_{\mathrm{H}})f(r)dr\right\}$$

ここで銀行の調達資金量の総額 B は家計の保有する資金量の総額 Q_{H} と等しくなることから、上記の $D_{\mathrm{B}} = D_{\mathrm{H}}$ と合わせると、銀行の資金調達量に占める預金による調達調達の割合 d は家計の預金への支出比率 d_{H} と等しくなる。この関係性を用いると、上式を次のように書き直すことができる。

$$\pi_{\mathrm{D}} \equiv r_{\mathrm{D}} - \frac{(r_{\mathrm{D}} - s)^2}{2R} \cdot \frac{d_{\mathrm{H}}}{1 - sd_{\mathrm{H}}} \tag{4.1}$$

次に株式の期待実質収益率を考えよう。この実質収益率を π_{E} とおくと $\pi_{\mathrm{E}} \equiv E[ROE]/p$ であり、再び $d = d_{\mathrm{H}}$ を用いると、(3.1) 式より以下を得る。

$$\pi_{\mathrm{E}} \equiv \frac{\big(R(1 - sd_{\mathrm{H}}) - (r_{\mathrm{D}} - s)d\big)^2}{2R(1 - d_{\mathrm{H}})(1 - sd_{\mathrm{H}})} \tag{4.2}$$

家計の預金への支出割合 d_{H} の決定問題を 2 種類の資産からなるポートフォリオの構築問題と捉え、ポートフォリオ最適化問題において一般的に用いられているアプローチとして、以下のように定義されるリスクを考慮したポートフォリオ収益率 μ の最大化問題を考える[6]。

$$\mu \equiv d_{\mathrm{H}}\pi_{\mathrm{D}} + (1 - d_{\mathrm{H}})\pi_{\mathrm{E}} - \frac{1}{2}\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2(1 - d_{\mathrm{H}})^2 \tag{4.3}$$

なお λ_{H} はリスク回避パラメータ、σ_E^2 は株式の分散である。

前述したように (3.2) 式も制約になると仮定すれば、家計の最大化問題は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \max_{d_{\mathrm{H}}} \quad & \mu \\ s.t. \quad & d_{\mathrm{H}} \leq \tilde{d}(s) \\ & 0 \leq d_{\mathrm{H}} \leq 1 \end{aligned}$$

なお、(4.3) 式にそれぞれ (4.1) と (4.2) を代入して計算すると、上記の最大化問題は次のように書き直すことができる。

$$\max_{d_{\mathrm{H}}} \quad \mu \equiv \frac{1}{2}\Big\{R - (R-2)sd_{\mathrm{H}} - \lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2(1 - d_{\mathrm{H}})^2\Big\} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & d_{\mathrm{H}} \leq \tilde{d}(s) \\ & 0 \leq d_{\mathrm{H}} \leq 1 \end{aligned}$$

[6] Aguiar and Drumond (2007) も、家計の預金および株式への出費額の決定問題においてこのようなアプローチを用いている。

(4.4) 式を d_{H} で偏微分すると以下を得る。

$$\frac{\partial\mu}{\partial d_{\mathrm{H}}} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad d_{\mathrm{H}} < 1 - \frac{(R-2)s}{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2} \equiv d_\mu(s) \tag{4.5}$$

ゆえに (3.2) 式および (4.5) 式より示唆される家計の選択における d_{H} と s の関係性は図 3 および図 4 のように図示される。なお 2 つの曲線 $d = \tilde{d}(s)$ と $d = d_\tau(s)$ の交点を点 H とし、この点における s 座標を s_{H} と置く。また直線 $d = d_\mu(s)$ と s 軸の交点を点 B とし、その s 座標を s_{B} で表す。

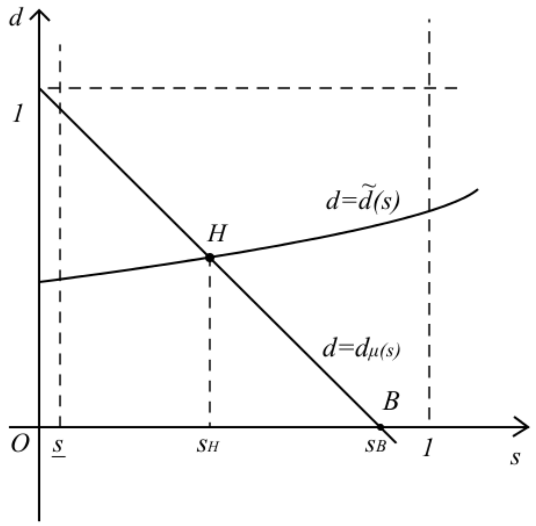

図 3: s と $d_H(s)$ の対応 $(s_H < 1)$

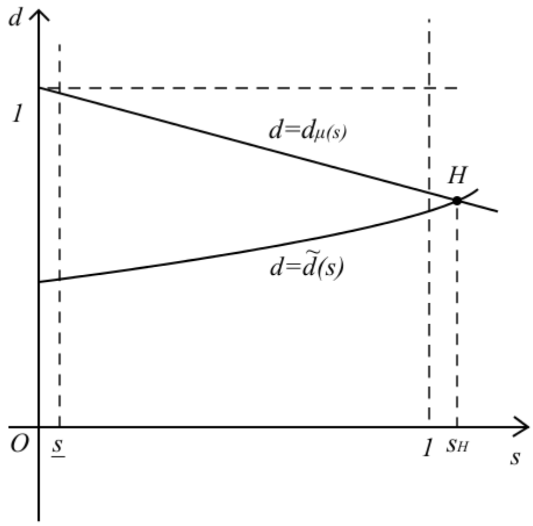

図 4: s と $d_H(s)$ の対応 $(1 \leq s_H)$

家計にとって、ある s において最適な預金への支出比率は $d_\mu(s)$ である。図 3 のように $s_{\mathrm{H}} < 1$ の場合には、$s < s_{\mathrm{H}}$ ならば $d_{\mathrm{H}} = \tilde{d}(s)$、$s_{\mathrm{H}} \leq s$ ならば $d_{\mathrm{H}} = d_\mu(s)$ となる。これに対し図 4 のように $1 \leq s_{\mathrm{H}}$ の場合、常に $d_{\mathrm{H}} = \tilde{d}(s)$ となる。

4.3　銀行

本章のはじめに述べたように、銀行の目的関数の構造それ自体は前章のものと同様である。しかし本章の銀行が前章の銀行と大きく異なる点として、本章では銀行はその資本構成を調整する際に必ず準備率 s の変更を行う必要がある、という点が挙げられる。家計の節で述べたように、本章のモデルの仮定のもとでは銀行は家計からのみ資金を調達し、かつ家計の預金需要を受け入れなければならない。したがって銀行の預金調達率 d は家計の預金への支出率 d_{H} と等しくなるように決定されることになる。

いま、均衡状態において銀行が s を維持したまま株式の発行量 E_{B} を変更し、銀行の調達需要 pE_{B} と家計部門の株式への支出需要 pE_{H} と間に過不足が生じたとしよう。このとき s は変化しておらず、したがって家計にとって pE_{H} を変更するということは d_{H}

を最適な水準から動かすことになり、家計にはそのような調整を行う誘引はない。そのため株式市場を清算させるために株式価格が変動することになり、発行量の変動が価格の変動によって相殺されることによって変化前と同一の d_{H} が維持される。銀行は新たな株式発行量を実現するものの価格を考慮した調達額は変化しておらず、結果として結果的に銀行の資本構成、すなわち株式による調達量の割合は変化しない。このような結果が得られるのは、家計の預金への支出率 d_{H} を決定する (3.2) 式および (4.5) 式に株式価格 p が影響しないためである[7]。

したがって、資本構成を調整するために銀行はもう一つの変数である準備率 s を変化させ、これによる (3.2) 式あるいは (4.5) 式の変化によって望ましい資本構成を実現させることになる。

以上のことをまとめると、$s_{\mathrm{H}} < 1$、つまり図 3 の場合の銀行の最大化問題は以下のようになる。

$$\max_{s} \ \mathrm{E}[ROE] = \frac{p\big(R(1-sd_{\mathrm{H}}) - (r_{\mathrm{D}}-s)d\big)^2}{2R(1-d_{\mathrm{H}})(1-sd_{\mathrm{H}})} \qquad \cdots (M_2) \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned} s.t. \qquad & d_{\mathrm{H}} = \frac{R\gamma}{(r_{\mathrm{D}}-s) + R\gamma\cdot s} \quad \equiv \tilde{d}(s) \quad (s \le s_{\mathrm{H}}\text{のとき}) \\ & d_{\mathrm{H}} = 1 - \frac{(R-2)s}{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2} \qquad \equiv d_{\mu}(s) \quad (s > s_{\mathrm{H}}\text{のとき}) \\ & \underline{s} \le s \le 1 \end{aligned}$$

(4.6) 式に示された期待 ROE の構造自体は変化していないので、$E[ROE]$ の d_{H} および s に関する性質は補題 1 の d と s に対する性質と同様である。したがってこの状況は図 5 および図 6 のように図示される。なお直線 $d = d_{\mu}(s)$ と直線 $s = 1$ の交点を点 C とする。

家計が d_{H} を選択する場合、銀行は曲線 $d = \tilde{d}(s)$ あるいは $d = d_{\mu}(s)$ 上以外の値は実現不可能であるために、均衡は図 5 中の点 A か点 B、あるいは図 6 中の点 C となる。なお図 5 および図 6 中における点 A は同一の点である。

なお図 4 のように $1 \le s_{\mathrm{H}}$ の場合は、常に $d_{\mathrm{H}} = \tilde{d}(s)$ が成り立つために期待 ROE は以下のように表される。

$$E[ROE] = \frac{pR}{2}\cdot\frac{(r_{\mathrm{D}}-s)(1-\gamma)^2}{(r_{\mathrm{D}}-s) - R\gamma(1-s)}$$

[7] p が家計の選択に影響しないのは以下のような理由によるものである。本章のモデルでは、p と E_{B} は株式支出 pE_{B} として $pE_{\mathrm{B}} + D_{\mathrm{H}} = Q_{\mathrm{H}}$ を満たすが、モデルにおいてはこれが実質的に唯一の定義式である。したがって p と E_{B} は他方が固定されない限りモデルに影響するということはない。(3.1) 式を変形すると p が現れるのは単に定義上 E_{B} のみを固定しているためであり、したがって配当による総収益を pE_{B} で実質化した場合は、E_{B} が固定されないために p の影響は消えてしまう。

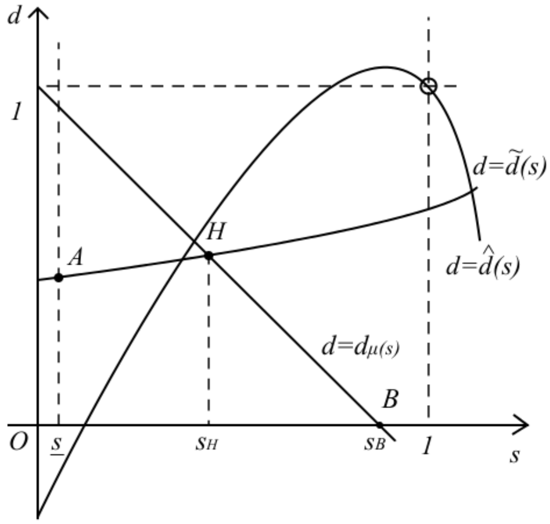

図 5: 最大化問題 (M_2) の均衡 $(s_B < 1)$

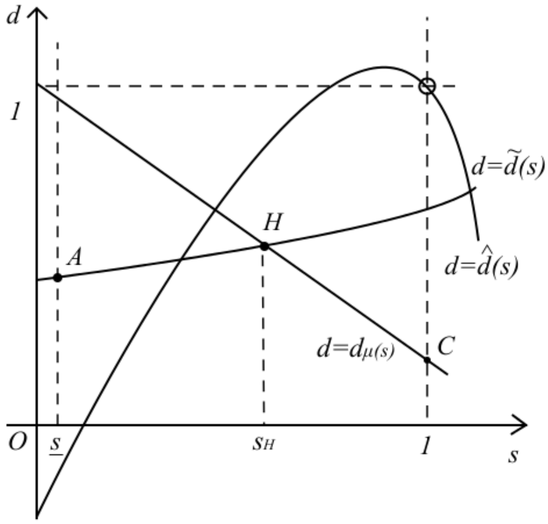

図 6: 最大化問題 (M_2) の均衡 $(s_B \geq 1)$

これは s の減少関数であり、ゆえに $1 < s_{\mathrm{H}}$ の場合の均衡は点 A のみである。したがって 1 図 $2s_{\mathrm{H}}$ の場合は均衡選択の問題は発生しないせず、そのため以下では $s_{\mathrm{H}} < 1$ である場合に焦点を当てる。

命題 3. いま、集合 $\underline{\gamma}(\lambda_{\mathrm{H}})$ および閾値 $\bar{\Lambda}$ を以下のように定義する。

$$\underline{\gamma}(\lambda_{\mathrm{H}}) \equiv \left\{ \gamma \;\middle|\; 0 < \gamma \leq 1,\ \frac{(r_{\mathrm{D}} - \underline{s})(1-\gamma)^2 R^2}{(r_{\mathrm{D}} - \underline{s}) - R\gamma(1-\underline{s})} = \left(R - (r_{\mathrm{D}} - 1)\frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2 - (R-2)}{R-2} \right)^2 \right\}$$

$$\bar{\Lambda} \equiv \frac{(R-2)(R + r_{\mathrm{D}} - 1)}{2\sigma_E^2 (r_{\mathrm{D}} - 1)} \;>\; \frac{R-2}{2\sigma_E^2} \tag{4.7}$$

このとき、最大化問題 (M_2) における均衡解 (d_{H}^*, s^*) および均衡での期待 ROE($E[ROE]^*$) と自己資本比率 τ_{B}^* は以下のように定まる。なお $\tilde{\gamma}(s)$ は (3.5) 式に $s = \underline{s}$ を代入して得られる閾値である。

1. $\gamma > \tilde{\gamma}(\underline{s})$ のとき、λ_{H} の大きさによらず図 5 中の点 A が均衡となり以下が成り立つ。この均衡は均衡 A と同一である。

$$d_{\mathrm{H}}^* = \tilde{d}(\underline{s}) = \frac{R\gamma}{(r_{\mathrm{D}} - \underline{s}) + R\gamma \cdot \underline{s}}, \quad s^* = \underline{s}$$

$$E[ROE]^* = \frac{pR}{2} \cdot \frac{(r_{\mathrm{D}} - \underline{s})(1-\gamma)^2}{(r_{\mathrm{D}} - \underline{s}) - R\gamma(1-\underline{s})}$$

$$\tau_{\mathrm{B}}^* = \frac{(r_{\mathrm{D}} - \underline{s}) - R\gamma(1-\underline{s})}{r_{\mathrm{D}} - \underline{s}}$$

2. $\gamma \leq \tilde{\gamma}(\underline{s})$ かつ $\lambda_{\mathrm{H}} < (R-2)/(2\sigma_E^2)$ のとき、図 5 中の点 B が均衡となり以下が成

り立つ。

$$d_{\mathrm{H}}^* = 0, \quad s^* = s_{\mathrm{B}} = \frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2}{R-2}$$

$$E[ROE]^* = \frac{pR}{2}$$

$$\tau_{\mathrm{B}}^* = 1$$

3. $\gamma \le \tilde{\gamma}(\underline{s})$ かつ $\lambda_{\mathrm{H}} > \bar{\Lambda}$ のとき、図 5 中の点 A が均衡となり、均衡解および均衡での期待 ROE と自己資本比率は本命題の 1 と同様である。

4. $\gamma \le \tilde{\gamma}(\underline{s})$ かつ $(R-2)/(2\sigma_E^2) \le \lambda_{\mathrm{H}} \le \bar{\Lambda}$ のとき、$\#\underline{\gamma}(\lambda_{\mathrm{H}}) = 2$ ならば、集合 $\underline{\gamma}(\lambda_{\mathrm{H}})$ の要素を $\underline{\gamma}_1, \underline{\gamma}_2$ $(\underline{\gamma}_1 < \underline{\gamma}_2)$ と置く。このとき、

   (a) $\gamma < \underline{\gamma}_1$ あるいは $\underline{\gamma}_2 < \gamma$ ならば、点 A が均衡となり、均衡解および均衡での期待 ROE と自己資本比率は本命題の 1 と同様である。

   (b) $\underline{\gamma}_1 \le \gamma \le \underline{\gamma}_2$ ならば、図 6 中の点 C が均衡となり以下が成り立つ。

$$d_{\mathrm{H}}^* = d_\mu(1) = 1 - \frac{R-2}{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2}, \quad s^* = 1$$

$$E[ROE]^* = \frac{p}{2R}\left(R - (r_{\mathrm{D}} - 1)\frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2 - (R-2)}{R-2}\right)^2$$

$$\tau_{\mathrm{B}}^* = 1$$

5. $\gamma \le \tilde{\gamma}(\underline{s})$ かつ $(R-2)/(2\sigma_E^2) \le \lambda_{\mathrm{H}} \le \bar{\Lambda}$ のとき、$\#\underline{\gamma}(\lambda_{\mathrm{H}}) = 1$ ならば、図 6 中の点 A あるいは点 C が均衡となる。均衡解および均衡での自己資本比率は、点 A が均衡の場合は本命題の 1 と同様であり、点 C が均衡の場合は本命題の 4.(b) と同様である。また均衡での期待 ROE は、どちらの点の場合でも同一である。

6. $\gamma \le \tilde{\gamma}(\underline{s})$ かつ $(R-2)/(2\sigma_E^2) \le \lambda_{\mathrm{H}} \le \bar{\Lambda}$ のとき、$\#\underline{\gamma}(\lambda_{\mathrm{H}}) = 0$ ならば、図 5 中の点 A が均衡となり、均衡解および均衡での期待 ROE と自己資本比率に関しては、本命題の 1 と同様である。

4.4 規制の影響

家計を調達先とするモデルにおける規制の影響を分析する。前章と同様に規制 $\tau_{\mathrm{B}} \ge \underline{\tau}$ が実施されたとすると、やはり (3.6) 式が制約として加わることになる。$s_{\mathrm{H}} < 1$ の場合、この状況は図 7 および図 8 のように図示できる。ただしどちらの図においても、$\underline{\tau}$ の値によっては点 A” は線分 AH 上にも存在しうる。

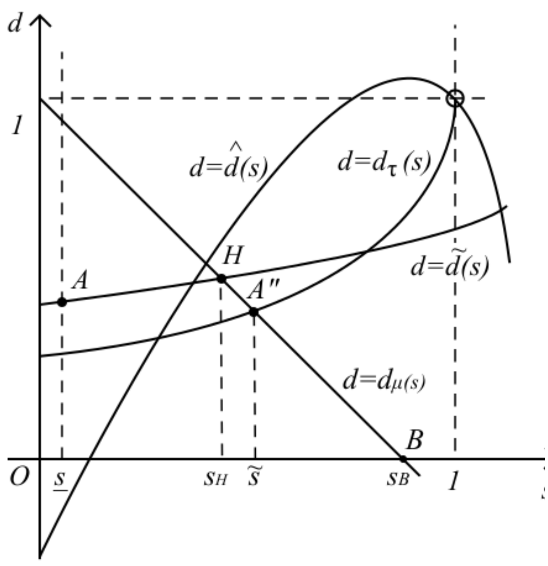

図 7: 規制のもとでの均衡 ($s_B < 1$)

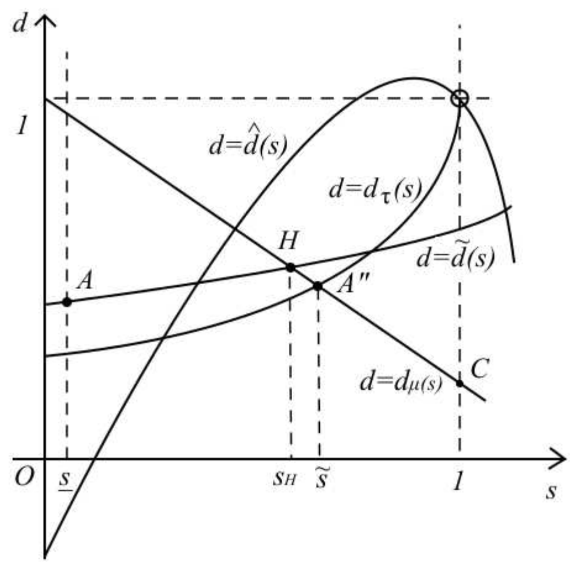

図 8: 規制のもとでの均衡 ($1 \leq s_B$)

前章と同様に、自己資本比率規制によって影響を受けるのは均衡 A を選択している銀行である。しかしこの節の最初に述べたように、家計が存在するモデルでは銀行の資本構成の調整は必ず準備率 s の変動を伴うことになる。

$1 \leq s_{\mathrm{H}}$ である場合、規制後に均衡となりうるのは曲線 $d = \tilde{d}(s)$ と曲線 $d = d_\tau(s)$ の交点のみである。したがって規制後の均衡を $(d^*_{\mathrm{H},\tau}, s^*_\tau)$ とすると、どちらの値も規制前の点 A に比べ増加することになる。また当然ながら自己資本比率は $\tau^*_{\mathrm{B},\tau} = \underline{\tau}$ であり、($\underline{\tau} \neq 1$ であれば) 内点解である。さらに曲線 $d_{\mathrm{H}} = \tilde{d}(s)$ 上の点における期待 ROE は s の単調減少関数なので、規制前に比べ期待 ROE は低下する。

$s_{\mathrm{H}} < 1$ であるとき、均衡となりうる点は 4 つある。まず第一は上述の線分 AH 上における 2 つの曲線 $d = \tilde{d}(s)$ と曲線 $d = d_\tau(s)$ の交点である。第二は図 7 中の線分 A"B あるいは図 8 中の線分 A"C 上の点であり、$d_{\mathrm{H}} = d_\mu(s)$ であり、さらに $d_{\mathrm{H}} \neq 0$ かつ $s \neq 1$ を満たす点である。第三は点 B であり、$d_{\mathrm{H}} = d_\mu(s) = 0$ かつ $\underline{s} < s \leq 1$ を満たす点である。第四は点 C であり、$s = 1$ かつ $d_{\mathrm{H}} = d_\mu(1)$ を満たす点である。

$s_{\mathrm{H}} < 1$ の場合において実現する均衡は、次のようにまとめられる。

命題 4. いま、自己資本比率規制 $\tau_{\mathrm{B}} \geq \underline{\tau}$ が存在し、かつ均衡 A で成立する τ^*_{B} は $\underline{\tau}$ より小さいとする。ここで、関数 $g(\tau, s, \lambda_{\mathrm{H}})$ を以下のように定義する。

$$g(\tau, s, \lambda_{\mathrm{H}}) \equiv \frac{1}{\tau}\left(R - (1-\tau)\frac{r_{\mathrm{D}} - s}{1-s}\right)^2 - \left(R - (r_{\mathrm{D}} - 1)\frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2 - (R-2)}{R-2}\right)^2$$

また、曲線 $d = d_\tau(s)$ と 2 つの曲線 $d = \tilde{d}(s)$ と $d = d_\mu(s)$ のそれぞれの交点の s 座標のうち、小さいものを $\tilde{s}$ と置き、(3.7) 式および (3.8) 式に $s = \tilde{s}$ を代入して得られる閾値を、それぞれ $\tilde{\tau}(\tilde{s})$、$\hat{\tau}(\tilde{s})$ とする。

さらに (3.8) 式の $\hat{\tau}(s)$ を用いて閾値 $\bar{\lambda}(s)$ を以下のように定義する。

$$\bar{\lambda}(s) \equiv \frac{(R-2)(1-s\hat{\tau}(s))}{2\sigma_E^2(1-s)\hat{\tau}(s)} \;\geq\; \frac{R-2}{2\sigma_E^2}$$

以上の仮定のもとで、規制下で実現する均衡解 $(d^*_{\mathrm{H},\tau}, s^*_\tau)$ および均衡での期待 ROE($E[ROE]^*_\tau$)、そして自己資本比率 $\tau^*_{\mathrm{B},\tau}$ は、$\underline{\tau}$ と λ_{H} の値に応じて次のように定まる。なお $\bar{\Lambda}$ は (4.7) 式で定義される閾値である。

1. $\underline{\tau} < \tilde{\tau}(\tilde{s})$ である場合、λ_{H} の値にかかわらず点 A" が均衡となり、均衡解および均衡での期待 ROE と自己資本比率は次のようになる。

   (a) $\tilde{s} < s_{\mathrm{H}}$ である場合、以下が成り立つ。

$$d^*_{\mathrm{H},\tau} = \frac{R\gamma-(1-\underline{\tau})}{R\gamma-(1-r_{\mathrm{D}}\underline{\tau})}, \quad s^*_\tau = \frac{R\gamma-(1-\underline{\tau})r_{\mathrm{D}}}{R\gamma-(1-\underline{\tau})}$$

$$E[ROE]^*_\tau = \frac{(1-\gamma)^2}{\underline{\tau}}$$

$$\tau^*_{\mathrm{B},\tau} = \underline{\tau}$$

   (b) $\tilde{s} \geq s_{\mathrm{H}}$ である場合、以下が成り立つ。

$$s^*_\tau = \tilde{s} = \frac{(R-2)+2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2\underline{\tau} - \sqrt{(R-2+2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2\underline{\tau})^2 - 8(R-2)\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2\underline{\tau}^2}}{2(R-2)\underline{\tau}}$$

$$d^*_{\mathrm{H},\tau} = d_\tau(s^*_\tau) = \frac{1-\underline{\tau}}{1-s^*_\tau\underline{\tau}}$$

$$E[ROE]^*_\tau = \frac{p}{2R\underline{\tau}}\left(R-(1-\underline{\tau})\frac{r_{\mathrm{D}}-s^*_\tau}{1-s^*_\tau}\right)^2$$

$$\tau^*_{\mathrm{B},\tau} = \underline{\tau}$$

2. $\tilde{\tau}(\tilde{s}) \leq \underline{\tau} \leq 1$、そして $\lambda_{\mathrm{H}} < (R-2)/(2\sigma_E^2)$ である場合、点 B が均衡となり以下が成り立つ。

$$d^*_{\mathrm{H},\tau} = 0, \quad s^*_\tau = \frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2}{R-2}$$

$$E[ROE]^*_\tau = \frac{pR}{2}$$

$$\tau^*_{\mathrm{B},\tau} = 1$$

3. $\tilde{\tau}(\tilde{s}) \leq \underline{\tau} \leq 1$、そして $(R-2)/(2\sigma_E^2) < \lambda_{\mathrm{H}}$ である場合、

   (a) $\bar{\Lambda} < \lambda_{\mathrm{H}}$ ならば、均衡は存在しない。

   (b) $\lambda_{\mathrm{H}} \leq \bar{\Lambda}$ が満たされるとき

i. $\lambda_{\mathrm{H}} \leq \bar{\lambda}(\tilde{s})$ かつ $g(\underline{\tau},\, \tilde{s},\, \lambda_{\mathrm{H}}) \geq 0$ が成り立つならば、点 A" が均衡となり、均衡解および均衡における期待 ROE と自己資本比率は本命題 1 と同一である。

ii. $\bar{\lambda}(\tilde{s}) < \lambda_{\mathrm{H}}$ あるいは $g(\underline{\tau},\, \tilde{s},\, \lambda_{\mathrm{H}}) < 0$ が成り立つならば、点 C が均衡となり以下が成り立つ。

$$d^*_{\mathrm{H},\tau} = d_\mu(1) = 1 - \frac{R-2}{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2}, \quad s^*_\tau = 1$$

$$E[ROE]^*_\tau = \frac{p}{2R}\left(R - (r_{\mathrm{D}} - 1)\frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2 - (R-2)}{R-2}\right)^2$$

$$\tau^*_{\mathrm{B},\tau} = 1$$

$\tau^*_{\mathrm{B},\tau} = \underline{\tau}$ である均衡、つまり命題 4.1、命題 4.3.(b).ii の均衡における期待 ROE は補題 2 より $\underline{\tau}$ の減少関数であり、したがって命題 4 と合わせて自己資本比率規制への銀行の対応について以下の結果を得る。

系 2. 規制 $\tau_{\mathrm{B}} \geq \underline{\tau}$ のもとで、この水準を満たすよ自己資本比率を上昇させた銀行について以下が成り立つ。

1. 規制水準 $\underline{\tau}$ が十分大きく、かつ家計のリスク回避パラメータ λ_{H} が十分大きくはない場合、銀行の最適な自己資本比率は 1 となりうる。ただし λ_{H} が十分小さい場合は銀行は株式発行のみで調達を行うが、そうではない場合、銀行は預金と株式発行の双方で資金調達を行った上で預金はすべて準備として保有する。

2. 規制後も預金と株式発行の双方で資金調達調達を行う場合、銀行の自己資本比率は規制水準の最小値 $\underline{\tau}$ あるいは 1 となる。しかしどちらの場合でも、銀行の期待 ROE は規制前に比べて低下する。

3. 銀行は自己資本比率を上昇させる際、準備率の増加と株式発行量の変更の双方を行うが、株式発行量については銀行は常に増資するとは限らない。特に以下の 2 点のどちらかが成り立つ場合、減資が行われる可能性がある。

   (a) 規制前の d^*_{H} が十分小さい。

   (b) λ_{H} が十分大きい。

4. 規制後も預金と株式発行の双方で資金調達を行うとき、以下の 2 点のどちらかが成り立つ場合、銀行の投資量は規制前に比べて減少する可能性がある。

   (a) 規制前の d^*_{H} が十分小さい。

   (b) λ_{H} が十分大きい。

上記の系 2.3 で述べられている減資は、図 9 のような場合に行われる。図 9 では λ_{H}

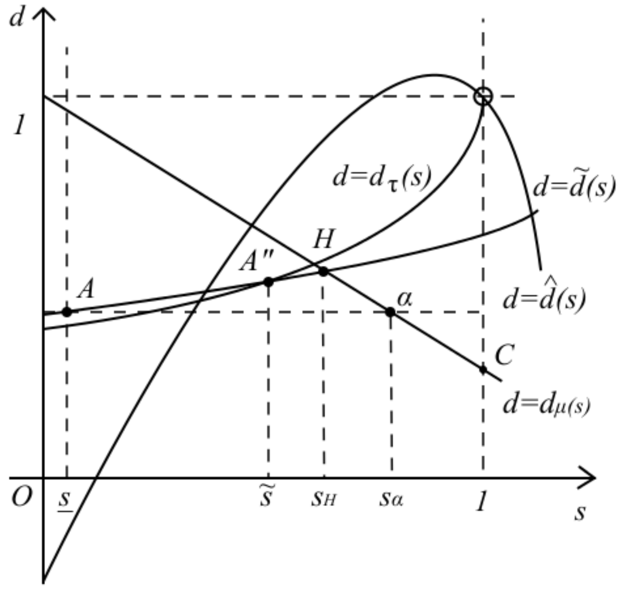

図 9: 自己資本比率規制による銀行の選択する s とそれに基づく d_H の上昇

が大きく $(R-2)/(2\sigma_E^2) < \lambda_{\mathrm{H}}$ が満たされており、点 C が存在している。さらに規制によって要求される自己資本比率の上昇幅が小さい。これによって規制前の点 A における d_{H}^* に対し、同じ水準を直線 $d = d_\mu(s)$ 上で実現する点 α の s 座標が非常に大きくなっている。減資が行われる条件は $\tilde{s} < s_\alpha$ であり、図 9 からわかるように s_α の大きさは直線 $d = d_\mu(s)$ の傾きが緩やかなほど大きくなり、d_{H}^* が小さいほど $\tilde{s}$ は小さくなる。したがって、系 2.3 のような結果を得る。

系 2.4 に関して、どのような均衡においても、銀行の投資量は $L_{\mathrm{B}} = B - sD_{\mathrm{H}} = (1 - sd_{\mathrm{H}})B$ と表される。系 2.3 が述べるように、自己資本比率の調整過程において s と d_{H} の双方が変化し、かつ s は常に増加する。したがって $(1 - sd_{\mathrm{H}})B$ が減少しないためには、s の増加割合以上に d_{H} が減少する必要がある。これはつまり、図 9 における s_α が十分に $\underline{s}$ に近い必要があるということであり、逆に投資量が減少する条件は s_α が十分大きいということになる。したがって投資量が減少する条件は減資が行われる条件と同様になる。ただし、減資が行われた場合は投資量も減少するが、逆は必ずしも成り立つわけではない。

以上より、家計に資金調達先を限定した状況で自己資本比率規制が実施された場合、自己資本比率を上昇させた銀行においてはやはり前章と同様に期待 ROE の減少というコストが発生することが示された。ただし本章の仮定のもとでは、以下の三つの新しい結果が得られた。

第一に、家計を資金調達先とする場合、銀行にとって最適な自己資本比率が内点解

で得られるかどうかはγに加え、λ_{H}にも依存することとなった。本章のモデルではγについての条件が満たされない場合でも、λ_{H}についての条件が満たされるならば最適な自己資本比率は依然として内点解となった。これにより、自己資本比率が内点解となる可能性が前章のモデルに比べて上昇した。また前章では、預金と株式発行の双方で調達を行う場合は準備率を最小の水準にした資本構成のみが最適であったが、本章のモデルでは準備率が1、つまり預金で調達した資金を全て準備として保有するという資本構成もまた、最適となりうることが示された。

第二に、規制水準を満たすように資本構成を調整する際に、投資量が減少する可能性があることが示された。減少する条件は要求される自己資本比率の上昇幅が小さいこと、および家計のリスク回避度が大きいことである。いま、規制前の自己資本比率が同一な複数の銀行を考えると、取引相手である家計がより非投資家的な性質である銀行ほど、規制によって投資量を減少させる可能性が高くなることが示唆される。

第三に、規制水準を満たすように資本構成を調整する際に、減資が行われる可能性があることが示された。準備率が小さい領域では家計の預金量は制約の上限で決定されており、資本構成の調整において準備率が増加するとこの上限の上昇に合わせ家計の預金量が増大し、同時に株式への支出が減少する。しかし準備率の増加幅が十分大きければ全体としては銀行の保有する準備額は増大し、結果として投資量の減少によって自己資本比率が上昇することになる。つまり、銀行が減資を行う場合は必ず投資量は減少する。

したがって家計に資金調達先を限定した本章のモデルの結果からは、自己資本比率規制は一部の銀行においてコストを発生させるのみならず、それらの銀行の投資量を減少させることで経済全体の活動を抑制するように働く可能性があると言えるだろう。

5　結論

本稿で得られた結果は以下のようにまとめられる。

銀行が預金による調達量と株式による調達量をそれぞれ独立なものとして選択した場合、最適な自己資本比率は内点解になり得たが、同時に銀行にとって株式のみで資金調達を行うことも最適となる可能性があった。また預金者の健全性への要求が強いほど銀行にとっての最適な自己資本比率が内点解となる可能性が高くなった。このとき同時に銀行の期待ROEは増大するが、一方で内点解の自己資本比率の水準自体は低下した。

いま、自己資本比率に対する規制が存在し、かつ銀行にとって最適な内点解の自己資本比率がこの規制を満たしていないと仮定すると、規制によって銀行は最適でない自己資本比率の選択を強制されるためにその期待ROEは減少することになる。しかしながら、規制への対応、つまり銀行が自己資本比率を上昇させるために選択する手段

は常に株式の追加発行 (増資) であり、投資量が削減されることはなかった。したがって、規制は脆弱な銀行に対しては負の影響をもつものの、経済全体にとってのコストは存在しないという結果が得られた。

これに対し、銀行の資金調達先として家計を明示的に導入した場合、二つの新しい結果が得られた。まず、家計が導入されたモデルでは、家計がない場合のモデルにおける自己資本比率が内点解となる条件が満たされない状況でも、家計のリスク回避度が十分に大きければ依然として銀行の最適な自己資本比率は内点解となり得た。言い換えれば、家計の預金需要が銀行の預金による調達を保証する一つの理由である、ということである。

さらに家計が導入されたモデルにおいて自己資本比率規制の影響を分析すると、やはり家計のないモデルと同様に、規制によって自己資本比率を上昇させた銀行の期待 ROE は減少することになった。さらに家計が導入されたモデルでは、自己資本比率を上昇させる際には銀行は常に準備率を増加させ、したがって投資量を減少させる可能性が存在するという結果が得られた。また銀行は自己資本比率を上昇させるために株式発行量も変化させるが、その際に発行量を減少させる可能性もあるという結果が得られた。

以上のような本稿の結果は、銀行の資本構成やその調整において銀行の用いる手段に対し、家計の預金および株式に対する需要が制限を与えていることを反映したものである。このことは自己資本比規制の分析において、株式や預金市場を通した家計の需要との調整がもたらす影響に対し注意を払う必要性を示唆していると考えられる。

なお、家計の需要が銀行の選択を制限するという本稿のモデルの性質は、経済には銀行の提供する資産しか存在せず、したがって家計の非消費支出の総額と銀行の調達資金の総額が常に一致するためである。しかし現実の経済では必ずしも家計の保有資金の全てが銀行へ直接提供されるわけではなく、国債や企業の株式などの銀行以外が提供する資産への支出も行われる。そのため実際の家計の預金への支出比率とは、銀行への支出比率とその支出の中での預金の比率の積として表すことができる。本稿の分析では前者の比率を 1 とした上で後者の比率の分析を行ったものであり、前者の比率の分析、つまり規制による銀行の資金提供先 (あるいは投資先) としての銀行の望ましさの変化は、どのように銀行の資本構成に影響するのか、という点についての分析は今後の課題である。

また本稿の分析では倒産確率の低下という点を株式発行による資金調達の長所にしているが、すでに述べたように、株式発行による調達の長所としては銀行の過度なリスクテイクを抑制するという点も主張され、4 章で述べたように近年ではこの点について研究が行われている。したがって本稿においても、これらの分析の知見を取り入れるためモデル内に貸付先の企業を導入し、より詳細に銀行の資本構成とそれに対する自己資本比率規制の影響を分析することが必要であると思われる。

6 付録

6.1 補題 1 の証明

補題 1.1 について、(3.1) 式を d で偏微分すると以下を得る。

$$\begin{aligned}\frac{\partial E[ROE]}{\partial d} &= \frac{2p\big(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\big)}{2R(1-d)(1-sd)}\big(-Rs-(r_{\mathrm{D}}-s)\big) \\ &\qquad - \frac{p\big(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\big)^2}{\{2R(1-d)(1-sd)\}^2}2R\big(2sd-(1+s)\big)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{2Rp\big(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\big)}{\{2R(1-d)(1-sd)\}^2}\Big\{-2(Rs+r_{\mathrm{D}}-s)(1-sd)(1-d) \\ &\qquad +\big(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\big)\big((1-sd)+s(1-d)\big)\Big\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{2Rp\big(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\big)}{\{2R(1-d)(1-sd)\}^2}\Big\{(1-sd)\big[-Rs-2(r_{\mathrm{D}}-s)+R \\ &\qquad +(r_{\mathrm{D}}-s)d\big]-(r_{\mathrm{D}}-s)sd(1-d)\Big\}\end{aligned}$$

$$= \frac{2Rp\big(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\big)}{\{2R(1-d)(1-sd)\}^2}\Big\{(1-sd)\big(R(1-s)-2(r_{\mathrm{D}}-s)\big)+(r_{\mathrm{D}}-s)d(1-s)\Big\}$$

$R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d = (RL_{\mathrm{B}}-(r_{\mathrm{D}}-s)D_{\mathrm{B}})/B$ であり、総調達量あたりの最大収益である。投資が行われる以上この値は正であり、したがって偏導関数 $\partial E[ROE]/\partial d$ の符号は中括弧内の符号と等しくなる。

いま、中括弧内が正であるとしよう。このとき、以下を得る。

$$\begin{aligned}&(1-sd)\big(R(1-s)-2(r_{\mathrm{D}}-s)\big)+(r_{\mathrm{D}}-s)d(1-s)>0 \\ \Leftrightarrow\ &\big(R(1-s)-2(r_{\mathrm{D}}-s)\big)+\big(-sR(1-s)+2(r_{\mathrm{D}}-s)s+(r_{\mathrm{D}}-s)(1-s)\big)d>0 \\ \Leftrightarrow\ & d>\frac{2(r_{\mathrm{D}}-s)-R(1-s)}{(R-1)s^2-(R-r_{\mathrm{D}}+1)s+r_{\mathrm{D}}} \qquad (6.1)\end{aligned}$$

したがって (6.1) 式の左辺を $\hat{d}(s)$ と置くと、$\partial E[ROE]/\partial d$ の符号は $d-\hat{d}(s)$ の符号と一致する。これより補題 1.1 を得る。 □

補題 1.2 について、(3.1) 式を s で偏微分すると以下を得る。

$$\frac{\partial E[ROE]}{\partial s} = \frac{p}{2R(1-d)}\left[\frac{2\bigl(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\bigr)}{1-sd}(-Rd+d)+\frac{\bigl(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\bigr)^2}{(1-sd)^2}d\right]$$

$$= \frac{pd\bigl(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\bigr)}{2R(1-d)(1-sd)^2}\biggl(-2(R-1)(1-sd)+R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)s\biggr)$$

$$= \frac{pd\bigl(R(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)d\bigr)}{2R(1-d)(1-sd)^2}\biggl(-(R-2)(1-sd)-(r_{\mathrm{D}}-s)s\biggr) < 0$$

なお $d=0$ のとき $E[ROE]=pR/2$ であり、$\partial E[ROE]/\partial s = 0$ である。これより補題 1.2 を得る。 □

6.2 命題 1 の証明

まず、$E[ROE]$ は d の増加関数である場合を考える。この場合、均衡での d は制約 (3.2) より $d=\tilde{d}(s)$ となる。また補題 1.2 より、$d \neq 0$ である限り $E[ROE]$ は s の減少関数である。したがって $s^* = \underline{s}$ となり、これより $d^* = \tilde{d}(\underline{s})$ となる。これらの値を (3.1) 式および (3.4) 式に代入することで、以下のような期待 ROE および自己資本比率を得る。

$$E[ROE]^* = \frac{pR}{2}\cdot\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})(1-\gamma)^2}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})}$$

$$\tau_{\mathrm{B}}^* = \frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})}{r_{\mathrm{D}}-\underline{s}}$$

次に $E[ROE]$ は d の減少関数であるとすると、この場合均衡では $d=0$ である。このとき、$d=0$ と任意の $s\in[\underline{s},1]$ において $E[ROE]^*=pR/2$ が得られ、したがって s の値は不決定となる。また $d=0$ を (3.4) 式に代入することで $\tau_{\mathrm{B}}^*=1$ を得る。

$d=\tilde{d}(\underline{s})$ が均衡解となるのは、$d=\tilde{d}(\underline{s})$ における期待 ROE が $d=0$ における期待 ROE よりも大きい場合である。この条件は以下のように表される。

$$\frac{pR}{2}\cdot\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})(1-\gamma)^2}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})} > \frac{pR}{2}$$

これは以下のように変形できる。

$$\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})(1-\gamma)^2}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})} > 1$$

$$\Leftrightarrow (r_{\mathrm{D}}-\underline{s})\gamma\left(\gamma-\frac{2(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R(1-\underline{s})}{r_{\mathrm{D}}-\underline{s}}\right) > 0$$

$(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})>0$ であり、したがって $d=\tilde{d}(\underline{s})$ が均衡解となる条件は次のようになる。

$$\gamma > \frac{2(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R(1-\underline{s})}{r_{\mathrm{D}}-\underline{s}} \tag{6.2}$$

以上より、命題 1 を得る。 □

6.3 命題 2 の証明

以下では均衡 A における自己資本比率 τ_{B} と規制水準 $\underline{\tau}$ において、$\tau_{\mathrm{B}}<\underline{\tau}$ が成立としているとする。

まず、$E[ROE]$ が d の増加関数である場合を考える。この場合均衡では $d=d_\tau(s)$ が成立する。また補題 1.2 より、$d\neq 0$ である限り $E[ROE]$ は s の減少関数である。したがって $s^*=\underline{s}$ となり、これより $d^*=d_\tau(\underline{s})$ となる。これらの値を (3.1) 式を代入することで以下を得る。

$$E[ROE]^*_\tau=\frac{p}{2R\underline{\tau}}\left(R-(1-\underline{\tau})\frac{r_{\mathrm{D}}-\underline{s}}{1-\underline{s}}\right)^2$$

次に $E[ROE]$ が d の減少関数である場合を考えよう。この場合均衡では $d=0$ であり、命題 1.2 より $E[ROE]=pR/2$ である。

$d=d_\tau(\underline{s})$ が均衡解となる条件は以下のように表される。

$$\frac{p}{2R\underline{\tau}}\left(R-(1-\underline{\tau})\frac{r_{\mathrm{D}}-\underline{s}}{1-\underline{s}}\right)^2>\frac{pR}{2}$$

これは以下のように変形できる。

$$\left(R-(1-\underline{\tau})\frac{r_{\mathrm{D}}-\underline{s}}{1-\underline{s}}\right)^2>R^2\underline{\tau}$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow\quad & \big(R(1-\underline{s})-(1-\underline{\tau})(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})\big)^2>R^2(1-\underline{s})^2\underline{\tau}\\
\Leftrightarrow\quad & (1-\underline{\tau})\Big(R^2(1-\underline{s})^2-2R(1-\underline{s})(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})+(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})^2(1-\underline{\tau})\Big)>0\\
\Leftrightarrow\quad & (1-\underline{\tau})\Big(\big(R(1-\underline{s})-(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})\big)^2-(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})^2\underline{\tau}\Big)>0
\end{aligned}$$

したがって $d=d_\tau(\underline{s})$ が均衡解となる条件は次のようになる。

$$\left(\frac{R(1-\underline{s})-(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})}{r_{\mathrm{D}}-\underline{s}}\right)^2>\underline{\tau} \tag{6.3}$$

以上より命題 2 を得る。 □

6.4 補題 2 の証明

(3.9) 式を τ で偏微分すると、以下を得る。

$$\frac{\partial E[ROE]^*_\tau}{\partial \quad \underline{\tau}} = \frac{p}{2R\underline{\tau}^2}\left(R-(1-\underline{\tau})\frac{r_\mathrm{D}-s}{1-s}\right)\left(-R+(1+\underline{\tau})\frac{r_\mathrm{D}-s}{1-s}\right) \tag{6.4}$$

ここで $d=d_\tau(s)$ である場合、(3.6) 式より以下が成り立つ。

$$1-\tau = \frac{d(1-s)}{1-sd}$$

したがって (6.4) 式の 1 番目の括弧内は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} R-(1-\underline{\tau})\frac{r_\mathrm{D}-s}{1-s} &= \frac{R(1-sd)-(r_\mathrm{D}-s)d}{1-sd} \\ &= \frac{R(B-sD_\mathrm{B})-(r_\mathrm{D}-s)D_\mathrm{B}}{B-sD_\mathrm{B}} \end{aligned}$$

これは投資量あたりの最大収益であり、投資が行われる以上その値は正である。したがって以下を得る。

$$\frac{\partial E[ROE]^*_\tau}{\partial \quad \underline{\tau}} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\tau} \geq \frac{R(1-s)-(r_\mathrm{D}-s)}{(r_\mathrm{D}-s)}$$

以上より補題 2 を得る。 □

6.5 系 1 の証明

系 1.1 は命題 2.2 より明らかである。 □

系 1.2 について、補題 2 より (3.9) 式が $\underline{\tau}$ の減少関数となる条件は $\underline{\tau} < \hat{\tau}(s)$ である。さらに、均衡における期待 ROE が (3.9) 式となる条件は $\underline{\tau} < \tilde{\tau}(\underline{s})$ であり、$\tilde{\tau}(\underline{s}) < 1$ ならば $\tilde{\tau}(\underline{s}) < \hat{\tau}(\underline{s})$ である。したがって均衡において $d^* = d_\tau(\underline{s})$ が成り立つ限り、期待 ROE は $\underline{\tau}$ の減少関数である。したがって銀行は規制による制約のもとで選択可能な最小の値 $\underline{\tau}$ を実現し、その新たな均衡では期待 ROE は低下する。

以上より系 1.2 を得る。 □

系 1.3 について、ある点 (d,s) における投資量は以下のように表すことができる。

$$L_\mathrm{B} = B - sD_\mathrm{B} = B(1-sd)$$

命題 2.1 より均衡において $d^* \neq 0$ ならば $s=\underline{s}$ である。したがって規制を満たす必要のある銀行は、$\underline{s}$ を維持したまま d を低下させる。

以上より、規制前の均衡と調達総額をそれぞれ $(d,\underline{s})$ および B、規制後の均衡と調達総額を $(d_\tau,\underline{s})$ および B_τ とすると、規制後の投資量が規制前よりも減少する条件は以下のように表される。

$$B(1-\underline{s}d) > B_\tau(1-\underline{s}d_\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{B}{B_\tau} > \frac{1-\underline{s}d_\tau}{1-\underline{s}d} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{B}{B_\tau} > 1+\frac{s(d-d_\tau)}{1-\underline{s}d}$$

したがって規制によって投資量が減少するためには、すくなくとも規制後の調達総額 B_τ が規制前のものよりも小さくなる必要がある。言い換えれば、銀行の調達資金の総額が規制前後で変化しない場合には投資量が減少する条件は満たされない。

以上より、系 1.3 を得る □

6.6 命題 3 の証明

まず、(4.6) 式が d_{H} の単調増加関数である場合を考える。このとき、$d_{\mathrm{H}} = \tilde{d}(s)$ あるいは $d_{\mathrm{H}} = d_\mu(s)$ が成り立つ。しかし、補題 1.2 より (4.6) 式は s の減少関数であることから均衡解では $s^* = \underline{s}$ であり、したがって点 A が均衡となり、$d^*_{\mathrm{H}} = \tilde{d}(\underline{s})$ となる。これは命題 1.1 と同じ均衡であり、したがって均衡における期待 ROE および自己資本比率も同一となる。

逆に、(4.6) 式が d_{H} の単調減少関数である場合を考える。まず曲線 $d = \tilde{d}(s)$ 上の点について検討すると、補題 1.2 より期待 ROE は $d \neq 0$ ならば s の減少関数であり、したがって $d < \hat{d}(s)$ を満たすいかなる曲線 $d = \tilde{d}(s)$ 上の点も点 A よりも大きい期待 ROE を実現できない。したがって (4.6) 式が d_{H} の単調減少関数となる範囲でも、曲線 $d = \tilde{d}(s)$ 上には点 A を優越する均衡は存在しない。

次に直線 $d = d_\mu(s)$ 上に存在する点を検討する。以下では簡略化のために $W \equiv (R-2)/(2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2)$ と置く。したがって $d = d_\mu(s) = 1 - Ws$ である。このとき、この点 $(d_\mu(s), s)$ において実現される自己資本比率 $\tau(s)$ は、(3.4) 式より以下のようになる。

$$\tau(s) = \frac{Ws}{(1-s)+Ws^2} \tag{6.5}$$

(6.5) 式を s で偏微分すると以下を得る。

$$\frac{\partial \tau(s)}{\partial s} = \frac{W(1-Ws^2)}{\left((1-s)+Ws^2\right)^2}$$

したがって、(6.5) 式が s の単調減少関数となる条件は、$s > 1/\sqrt{W}$ である。

いま $W < 1$ であるとすると $1 < 1/\sqrt{W}$ であり、したがって (6.5) 式は常に s の単調増加関数である。また $W < 1$ である場合 $d_\mu(1) = 1 - W > 0$ であり、したがって $W < 1$ は図 6 のように点 C が存在する条件でもある。

逆に $1<W$ である場合 $d_\mu(1)=1-W<0$ となり、図5のように点Bが存在する。また $1<W$ である場合 $s>1/\sqrt{W}$ において (6.5) 式が s の単調減少関数となる。ここで (6.5) 式より、$\tau(1/\sqrt{W})$ について以下を得る。

$$\tau(1/\sqrt{W})-1=\frac{W/\sqrt{W}}{2-1/\sqrt{W}}-1=\frac{W}{2\sqrt{W}-1}-1=\frac{(\sqrt{W}-1)^2}{2\sqrt{W}-1}>0$$

したがって $\tau(1/\sqrt{W})>1$ であり、$W>1$ の場合において (6.5) 式が s の単調減少関数となるのは (点Bにおいて) 一度 $\tau(s_{\mathrm{B}})=1$ となった後である。そのため実際に選択される $s\in[\underline{s},s_{\mathrm{B}}]$ では、やはり $W>1$ においても (6.5) 式は s の単調増加関数となる。

またこの点 $(d_\mu(s),s)$ は、直線 $d=d_\mu(s)$ と (6.5) 式から求まる $\tau(s)$ に基づく曲線 $d=(1-\tau(s))/(1-s\tau(s))$ の交点であるとみなすことができ、したがってこの点における期待ROEは (3.9) 式を考慮すると以下のように表される。

$$E[ROE]=\frac{p}{2R\tau(s)}\left(R-(1-\tau(s))\frac{r_{\mathrm{D}}-s}{1-s}\right)^2 \tag{6.6}$$

(6.6) を s で偏微分すると以下のようになる。

$$\frac{\partial E[ROE]}{\partial s}=\frac{p}{2R\tau(s)^2}\left(R-(1-\tau(s))\frac{r_{\mathrm{D}}-s}{1-s}\right)\left[-2\tau(s)(1-\tau(s))\frac{r_{\mathrm{D}}-1}{(1-s)^2}-\left(R-(1+\tau(s))\frac{r_{\mathrm{D}}-s}{1-s}\right)\frac{\partial\tau(s)}{\partial s}\right] \tag{6.7}$$

補題2の証明で述べたように (6.7) 式の1番目の括弧内は投資量あたりの最大収益であるため、投資が行われる以上は正の値である。しかしこの章のモデルでは銀行は s から独立して d_{H} を選択できないので、パラメータの値によっては括弧内の値は負になりうる。したがって均衡では以下のような制約が満たされていると仮定する。

$$R-(1-\tau(s))\frac{r_{\mathrm{D}}-s}{1-s}>0$$

これは以下のように変形できる。

$$W=\frac{(R-2)}{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2}>\frac{(1-s)\hat{\tau}(s)}{1-s\hat{\tau}(s)}\quad\Leftrightarrow\quad\lambda_{\mathrm{H}}<\frac{(R-2)(1-s\hat{\tau}(s))}{2\sigma_E^2(1-s)\hat{\tau}(s)} \tag{6.8}$$

なお、$\hat{\tau}(s)$ は (3.8) 式で定義される関数である。

(6.7) 式の2番目の括弧内の第1項は明らかに負であり、第2項についても上記の議論より選択され得る s の範囲では $\partial\tau(s)/\partial s$ は正である。

(6.7) 式の2番目の括弧内の第2項において $\partial\tau(s)/\partial s$ の係数である括弧内の値を $T(s)$ と置くと、$T(s)$ が正である条件は以下のように表される。

$$T(s)\equiv R-(1+\tau(s))\frac{r_{\mathrm{D}}-s}{1-s}>0$$

$$\Leftrightarrow\quad\tau(s)=\frac{Ws}{(1-s)+Ws^2}<\frac{R(1-s)-(r_{\mathrm{D}}-s)}{r_{\mathrm{D}}-s} \tag{6.9}$$

すでに述べたように、選択されうる s の範囲では $\tau(s)$ は単調増加関数である。これに対し、(6.9) 式の左辺は s について単調減少関数であり、さらに $s=0$ のときは 1 より大きい値を取り、また $s=1$ のときは -1 を取る。したがって (6.9) 式の両辺を等号で結ぶ $s \in (0,1)$ が一つ存在する。この値を $\hat{s}$ とおくと、$0 \leq s < \hat{s}$ において $T(s)$ は正であり、$\hat{s} < s \leq 1$ において $T(s)$ は負となる。

以上の議論より、少なくとも $s < \hat{s}$ では期待 ROE は s の単調減少関数であることがわかる。もし $s \leq 1$ において $T(s)$ の絶対値が十分に大きく期待 ROE が s の単調増加関数となるならば、選択できる s の最大値が均衡となる可能性もある。これに対し、$s \leq 1$ において常に期待 ROE が s の単調減少関数であるならば、選択される s の最小値が均衡となる。なお、点 $(d_\mu(s), s)$ が均衡となる場合、$1 < W$ ならば $s \in [\tilde{s}, s_{\mathrm{B}}]$ であり、$W \leq 1$ ならば $s \in [\tilde{s}, 1]$ である。すでに述べたように曲線 $d = \tilde{d}(s)$ 上の点は点 A よりも大きい期待 ROE を実現することはなく、したがって直線 $d = d_\mu(s)$ において均衡となり得る点は図 5 における点 B、つまり点 $(0, s_{\mathrm{B}})$ か、あるいは図 6 における点 C、つまり点 $(d_\mu(1), 1)$ である。

上述したように図 5 における点 B が存在する条件は $W > 1$ であり、これは以下のように書き直すことができる。

$$\lambda_{\mathrm{H}} < \frac{R-2}{2\sigma_E^2}$$

点 B において、$d_{\mathrm{H}}^* = d_\mu(s_{\mathrm{B}}) = 1 - W s_{\mathrm{B}} = 0$ を解くことで以下を得る。

$$s_{\mathrm{B}} = \frac{1}{W} = \frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2}{R-2}$$

ただし $d_{\mathrm{H}}^* = 0$ であることから、均衡解での期待 ROE および自己資本比率は s_{B} には依存せず、それぞれ $E[ROE]^* = pR/2$、$\tau_{\mathrm{B}}^* = 1$ である。なお、$d_{\mathrm{H}}^* = 0$ ではなく $d_{\mathrm{H}}^* = \tilde{d}(\underline{s})$ が均衡解として選ばれる条件は命題 1 における (6.2) 式と同一である。

図 6 における点 C が存在する条件は $W \leq 1$ である。この均衡では $s^* = 1$ であり、したがって $d_{\mathrm{H}}^* = d_\mu(1) = 1 - W$ である。$s^* = 1$ であるために銀行の投資量は株式調達量と等しくなり、したがって $\tau_{\mathrm{B}}^* = 1$ が成り立つ。均衡での期待 ROE については、$s^* = 1$ および $d_{\mathrm{H}} = 1 - W$ を (4.6) 式に代入して計算すると以下を得る。

$$\begin{aligned} E[ROE] &= \frac{p}{2R} \cdot \frac{\left(RW - (r_{\mathrm{D}} - 1)(1-W)\right)^2}{2RW^2} \\ &= \frac{p}{2R}\left(R - (r_{\mathrm{D}} - 1)\frac{1-W}{W}\right)^2 \\ &= \frac{p}{2R}\left(R - (r_{\mathrm{D}} - 1)\frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2 - (R-2)}{R-2}\right)^2 \end{aligned} \tag{6.10}$$

点Cが存在する条件は $W \leq 1$ であるが、これは $R-2 \leq 2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2$ を意味しており、したがって点Cが存在する限り点Cにおける期待ROE(6.10)式は $pR/2$ よりも小さくなる。したがって(6.2)式が成り立っているとき、点 $(d_\mu(1),1)$ は均衡にはなり得ない。

さらに、点 $(d_\mu(1),1)$ が経済学的に意味ある均衡となるためには、上述したようにこの点における最大収益が正である必要がある。この条件は以下のように表される。

$$\begin{aligned} R(1-d_\mu(1))-(r_{\mathrm{D}}-1)d_\mu(1)>0 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{R}{R+r_{\mathrm{D}}-1}>d_\mu(1)=1-W \\ &\Leftrightarrow \quad W>\frac{r_{\mathrm{D}}-1}{R+r_{\mathrm{D}}-1} \end{aligned}$$

点Cが存在する条件は $W \leq 1$ であることを考慮すると、点Cが均衡となるには以下の条件も満たされる必要がある。

$$\frac{R-2}{2\sigma_E^2} \leq \lambda_{\mathrm{H}} < \frac{(R-2)(R+r_{\mathrm{D}}-1)}{2\sigma_E^2(r_{\mathrm{D}}-1)}$$

上記の λ_{H} についての条件を満たしているとき、点 $(d_\mu(1),1)$ が均衡となるのは(6.2)式が成立せず、かつ $d_\mu(1)$ における期待ROEが $\tilde{d}(\underline{s})$ における期待ROEよりも大きい場合である。これは以下のように表される。

$$\frac{pR}{2}\cdot\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})(1-\gamma)^2}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})}<\frac{p}{2R}\left(R-(r_{\mathrm{D}}-1)\frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2-(R-2)}{R-2}\right)^2$$

変形すると以下を得る。

$$\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})(1-\gamma)^2R^2}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})}<\left(R-(r_{\mathrm{D}}-1)\frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2-(R-2)}{R-2}\right)^2 \tag{6.11}$$

(6.11)式の左辺を γ で偏微分すると以下のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial\gamma}\left\{\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})(1-\gamma)^2R^2}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})}\right\}=\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})R^2(1-\gamma)}{\big((r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})\big)^2}\big(-2(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})+R(1-\underline{s})+R\gamma(1-\underline{s})\big)$$

したがって、次の結果を得る。

$$\frac{\partial}{\partial\gamma}\left\{\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})(1-\gamma)^2R^2}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})}\right\}>0 \quad \Leftrightarrow \quad \gamma>\frac{2(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R(1-\underline{s})}{R(1-\underline{s})}$$

上式の γ についての閾値を $\hat{\gamma}$ とする。$\tilde{\tau}(\underline{s})<1$ となる条件は $r_{\mathrm{D}}-\underline{s}<R(1-\underline{s})$ であり、このとき $\tilde{\tau}(\underline{s})$ が正ならば $\hat{\gamma}<\tilde{\tau}(\underline{s})<1$ も成り立つ。

また $\gamma=0$ のとき必ず $d=0$ であり期待ROEは $pR/2$ となることを考慮すると、(6.11)式の両辺を等式で結んだ方程式の実数解である γ は、0と $\tilde{\tau}(\underline{s})$ に存在することになる。したがって(6.11)式が満たされるためには、この実数解が正の領域に2つ存在し、かつそれら実数解を $\underline{\gamma}_1,\underline{\gamma}_2$ $(\underline{\gamma}_1<\underline{\gamma}_2)$ と置いた場合、$\underline{\gamma}_1<\gamma<\underline{\gamma}_2$ が成立することが必要となる。

以上より、命題3を得る。 $\square$

6.7 命題 4 の証明

自己資本比率規制 $\tau_{\mathrm{B}} \geq \underline{\tau}$ のもとで均衡となりうる点は四つある。第一の点は 2 つの曲線 $d = \tilde{d}(s)$ と $d = d_\tau(s)$ の交点であり、第二の点は曲線 $d = d_\mu(s)$ 上に存在し $s_{\mathrm{H}} \leq s < 1$ かつ $d_\mu(s) \neq 0$ を満たす点である。第三は曲線 $d = d_\mu(s)$ と s 軸の $s \leq 1$ の部分における交点であり、そして第四は曲線 $d = d_\mu(s)$ と直線 $s = 1$ の交点である。

第一の交点が均衡となるとき、$d^*_{\mathrm{H},\tau} = d_\tau(s) = \tilde{d}(s)$ であり、$\tau = \underline{\tau}$ のもとでこれを解くと均衡における s^*_τ が得られ、これを $d^*_{\mathrm{H}} = d_\tau(s)$ に代入することで、以下のように均衡解 $(d^*_{\mathrm{H},\tau}, s^*_\tau)$ が得られる。

$$d^*_{\mathrm{H},\tau} = \frac{R\gamma - (1-\underline{\tau})}{R\gamma - (1 - r_{\mathrm{D}}\underline{\tau})}, \ s^*_\tau = \frac{R\gamma - (1-\underline{\tau})r_{\mathrm{D}}}{R\gamma - (1-\underline{\tau})}$$

均衡点は $d = d_\tau(s)$ 上に存在しているために $\tau^*_{\mathrm{B},\tau} = \underline{\tau}$ である。また、上記の $(d^*_{\mathrm{H},\tau}, s^*_\tau)$ を代入することで、$E[ROE]^*_\tau = (1-\gamma)^2/\underline{\tau}$ を得る。

命題 3 の証明ですでに述べたように、$d = d_\mu(s)$ 上において s の均衡となりうるのは選択可能な s の最大値あるいは最小値である。したがって、図 7 および図 8 における $d = d_\mu(s)$ 上において均衡となりうるのは、2 つの曲線 $d = d_\mu(s)$ と $d = d_\tau(s)$ の交点 (点 A")、点 $(0,\ s_{\mathrm{B}})$(点 B)、そして点 $(d_\tau(1), 1)$(点 C) である。

ただし命題 3 の証明で述べたように $d = d_\mu(s)$ 上の均衡が経済学的に意味あるものであるためには、(6.8) 式の条件が点 A" ならば $s = \tilde{s}$ において、点 C がならば $s = 1$ において満たされなければならない。つまり、(6.8) 式の右辺を $\bar{\lambda}(s)$ と置くと、点 A" では $\lambda_{\mathrm{H}} \leq \bar{\lambda}(\tilde{s})$、点 C では (4.7) 式の $\bar{\Lambda}$ について $\lambda_{\mathrm{H}} \leq \bar{\Lambda}$ が成り立つことが求められる。ただし点 B については、$d_{\mathrm{H}} = 0$ であることから最大収益は常に正である。

ここで、$\bar{\lambda}(s)$ を s で偏微分すると以下のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{\lambda}(s)}{\partial s} &= \frac{R-2}{2\sigma_E^2\big((1-s)\hat{\tau}(s)\big)^2}\left[-\left(\hat{\tau}(s) + s\frac{\partial \hat{\tau}(s)}{\partial s}\right)(1-s)\hat{\tau}(s)\right. \\ &\qquad\qquad \left. -(1-s\hat{\tau}(s))\left(\frac{\partial \hat{\tau}(s)}{\partial s} - \hat{\tau}(s) - s\frac{\partial \hat{\tau}(s)}{\partial s}\right)\right] \\ &= \frac{R-2}{2\sigma_E^2\big((1-s)\hat{\tau}(s)\big)^2}\left((1-\hat{\tau}(s)) - (1-s)\frac{\partial \hat{\tau}(s)}{\partial s}\right)\end{aligned}$$

さらに $\hat{\tau}(s)$ について以下が成り立つ。

$$\frac{\partial \hat{\tau}(s)}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}\left\{\frac{R(1-s) - (r_{\mathrm{D}} - s)}{(r_{\mathrm{D}} - s)}\right\} = \frac{-R(r_{\mathrm{D}} - 1)}{(r_{\mathrm{D}} - s)^2} \ < 0$$

したがって $\bar{\lambda}(s)$ は s の単調増加関数であり、$\tilde{s} \neq 1$ ならば $\bar{\lambda}(\tilde{s}) < \bar{\Lambda}$ となる。

以下では $\lambda_{\mathrm{H}} \leq \bar{\lambda}(s)$ が成立しているとする。

2 つの曲線 $d = d_\mu(s)$ と $d = d_\tau(s)$ の交点 A" が均衡であるとき、$d_\tau(s) = d_\mu(s)$ より以下が成り立つ。

$$W\underline{\tau}s^2 - (W + \underline{\tau})s + \underline{\tau} = 0 \tag{6.12}$$

(6.12) 式の左辺を関数 $h(s)$ として定義すると、$h(s) = 0$ は $\underline{\tau} \in (0, 1)$ において異なる 2 つの実数解を持つ。いま、これらの実数解を $s_1, s_2\,(s_1 < s_2)$ と置く。このとき、$h(0) = \underline{\tau} > 0$ かつ $h(0) = W(\underline{\tau} - 1) < 0$ であるため、中間値の定理より $0 < s_1 < 1 < s_2$ である。

以上より、この均衡での s^*_τ は次のようになる。

$$s^*_\tau = \frac{W + \underline{\tau} - \sqrt{(W + \underline{\tau})^2 - 4W\underline{\tau}^2}}{2W\underline{\tau}} \tag{6.13}$$

なお、$\underline{\tau} = 1$ の場合以下が成り立つ。

$$s = \frac{W + 1 \pm \sqrt{(W + 1)^2 - 4W}}{2W} = \frac{W + 1 \pm (W - 1)}{2W}$$

したがって $s = 1$ あるいは $s = 1/W$ であるが、$d_\mu(1)$ が均衡になりうる場合は少なくとも $W \leq 1$ であり、ゆえに $1/W \geq 1$ となる。したがって $\underline{\tau} = 1$ の場合、$s^*_\tau = 1$ である。

均衡解 $(d_\tau(s^*_\tau), s^*_\tau)$ における期待 ROE は (3.9) 式より以下のように表される。

$$E[ROE]^*_\tau = \frac{p}{2R\underline{\tau}}\left(R - (1 - \underline{\tau})\frac{r_{\mathrm{D}} - s^*_\tau}{1 - s^*_\tau}\right)^2$$

自己資本比率については、$\tau^*_{\mathrm{B},\tau} = \underline{\tau}$ である。

点 $(0, s_{\mathrm{B}})$ が存在する条件は、すでに述べたように $W > 1$ である。この交点が均衡となる場合、$d^*_{\mathrm{H}} = d_\mu(s) = 0$ である。この均衡における (d^*_{H}, s^*) は命題 4.1 のものと同一であり、したがって s^*、期待 ROE および自己資本比率も命題 4.1 で示されているものとなる。

点 $(d_\tau(1), 1)$ が存在するためには $W \leq 1$ が成り立つ必要がある。この交点が均衡となる場合、$s^* = 1$ であり $d^*_{\mathrm{H}} = d_\mu(1)$ である。この均衡における (d^*_{H}, s^*) は命題 3.5.(b) と同じ性質を持ち、したがって d^*_{H}、期待 ROE および自己資本比率も命題 3.4.(b) で示されているものとなる。

ここで、点 $(d_\mu(s^*_\tau), s_\tau)$(ただし $s^*_\tau \neq 0$) が均衡となる条件は、命題 2 の証明における (3.9) 式を考慮すると以下のようになる。

$$\left(\frac{R(1 - s^*_\tau) - (r_{\mathrm{D}} - s^*_\tau)}{r_{\mathrm{D}} - s^*_\tau}\right)^2 > \underline{\tau} \tag{6.14}$$

$d_{\mathrm{H}}^* = 0$ の均衡における期待 ROE は $pR/2$ であり、$d_{\mathrm{H}}^* = d_\mu(1)$ における期待 ROE は (6.10) 式となる。命題 4 の証明で述べたように、$s^* = 1$ かつ $d_{\mathrm{H}}^* = d_\mu(1) > 0$ が成り立つとき (6.10) 式の値は $pR/2$ より小さくなる。

したがってこの条件件が成立している場合は常に $d_{\mathrm{H}}^* = \tilde{d}(s_\tau^*) = \tilde{d}(\tilde{s})$ が均衡となる。逆にこの条件が不成立で、かつ $W > 1$、つまり $(R-2)/(2\sigma_E^2) > \lambda_{\mathrm{H}}$ である場合、$d_{\mathrm{H}}^* = 0$ が均衡となる。

$d_{\mathrm{H}} = d_\mu(1)$ がである点が均衡となる条件は、この点における期待 ROE が点 $(\tilde{d}(\tilde{s}), \tilde{s})$ における期待 ROE よりも大きいことである。この条件は以下のように表される。

$$\frac{p}{2R\underline{\tau}}\left(R-(1-\underline{\tau})\frac{r_{\mathrm{D}}-\tilde{s}}{1-\tilde{s}}\right)^2 < \frac{p}{2R}\left(R-(r_{\mathrm{D}}-1)\frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2-(R-2)}{R-2}\right)^2$$

さらにこの式は、以下のように変形できる。

$$\frac{1}{\underline{\tau}}\left(R-(1-\underline{\tau})\frac{r_{\mathrm{D}}-\tilde{s}}{1-\tilde{s}}\right)^2 - \left(R-(r_{\mathrm{D}}-1)\frac{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2-(R-2)}{R-2}\right)^2 < 0 \tag{6.15}$$

したがっていま (6.15) 式の左辺を関数 $g(\underline{\tau}, s_\tau, \lambda_{\mathrm{H}})$ と置くと、点 $(d_\mu(1), 1)$ が均衡となる条件は、$\underline{\tau}$ が (6.14) 式を満たさず、かつ $\underline{\tau}$ と λ_{H}、そしてそれらをもとに (6.13) 式から得られる $\tilde{s}$ において、$g(\underline{\tau}, \tilde{s}, \lambda_{\mathrm{H}}) < 0$ が成り立つこととなる。

以上より命題 4 を得る。 □

6.8　系 2 の証明

系 2.1 は命題 4 より明らかである。 □

系 2.2 について、規制前に均衡 A を実現しているということは命題 3.1 の条件を満たしているということであり、したがって規制前の期待 ROE において以下が成り立つ。

$$E[ROE]^* = \frac{pR}{2}\cdot\frac{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})(1-\gamma)^2}{(r_{\mathrm{D}}-\underline{s})-R\gamma(1-\underline{s})} > \frac{pR}{2}$$

命題 4 より、規制後の均衡において $d_{\mathrm{H}} \neq 0$ が成立するのは命題 4.1、命題 4.3.(b).ii の場合である。命題 4 の証明で述べたように、点 C が均衡となる場合、つまり $s_\tau^* = 1$ の均衡における期待 ROE は必ず $pR/2$ 以下である。命題 4.1 の均衡では期待 ROE は $pR/2$ より大きいがどちらも曲線 $d = d_\tau(s)$ 上の点であり、補題 2 より期待 ROE は s の減少関数である。ゆえに $\tilde{s}$ における期待 ROE は $\underline{s}$ における期待 ROE よりも小さくなり、結果としてどの均衡でも期待 ROE は均衡 A におけるものよりも減少することになる。

以上より系 2.2 を得る。 □

系 2.3 について、図 9 中の点 A を $(d^*_{\mathrm{H}}, \underline{s})$ とすると、直線 $d = d_\mu(s)$ 上において $d^*_{\mathrm{H}} = d_\mu(s_\alpha)$ を成立させる s_α は以下のように表される。

$$s_\alpha = \frac{2(1-d^*_{\mathrm{H}})\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2}{(R-2)}$$

したがってこの点における自己資本比率を τ_α とすると、以下のように表される。

$$\tau_\alpha = \frac{(R-2)(1-d^*_{\mathrm{H}})}{(R-2) - 2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2(1-d^*_{\mathrm{H}})d^*_{\mathrm{H}}}$$

τ_α は λ_{H} の単調増加関数であり、また d^*_{H} の単調減少関数である。減資が発生する条件は $\tilde{s} < s_\alpha$ であり、これは $\underline{\tau} < \tau_\alpha$ を意味している。したがって、d^*_{H} が小さいほど、そして λ_{H} が大きいほどこの条件は満たされやすくなる。

以上より系 2.3 を得る。 □

系 2.4 について、ある点 (d_{H}, s) における投資量は以下のように表すことができる。

$$L_{\mathrm{B}} = B - sD_{\mathrm{H}} = B(1 - sd_{\mathrm{H}})$$

したがって、規制前の均衡を $(d_{\mathrm{H}}, \underline{s})$、規制後の均衡を $(d_{\mathrm{H},\tau}, s_\tau)$ とすると、規制後の投資量が規制前よりも減少する条件は以下のように表される。

$$B(1-\underline{s}d_{\mathrm{H}}) > B(1 - s_\tau d_{\mathrm{H},\tau}) \quad\Leftrightarrow\quad s_\tau d_{\mathrm{H},\tau} > \underline{s}d_{\mathrm{H}} \quad\Leftrightarrow\quad \frac{s_\tau}{\underline{s}} > \frac{d_{\mathrm{H}}}{d_{\mathrm{H},\tau}}$$

したがって、規制による預金調達比率の減少幅が準備率の増加幅よりも小さい場合、規制によって投資が減少することになる。預金調達比率が減少する以上新たな均衡点は直線 $d = d_\mu(s)$ 上にあり、したがってこの均衡は $(d_\mu(s_\tau), s_\tau)$ である。

いま、簡略化のために $(R-2)/(2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2)$ を W と置く。なお W について $\partial W/\partial\lambda_{\mathrm{H}} < 0$ が成り立つ。

$s_\tau = 1$ の場合、命題 4.3 より $d_{\mathrm{H},\tau} = 1 - (R-2)/(2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2)$ であり、したがって上述の投資が減少するための条件は以下のように書き直すことができる。

$$1 - \frac{R-2}{2\lambda_{\mathrm{H}}\sigma_E^2} > \underline{s}d_{\mathrm{H}}$$

この場合、d^*_{H} が小さいほど、そして λ_{H} が大きいほど投資が減少するための条件がは満たされやすくなる。

$s_\tau < 1$ の場合、均衡は 2 つの曲線 $d = d_\mu(s)$ と $d = d_\tau(s)$ の交点であり、したがって $d_{\mathrm{H},\tau} = d_\tau(s_\tau)$ より、上述の投資が減少するための条件は以下のように書き直すことができる。

$$\frac{s_\tau(1-\underline{\tau})}{1 - s_\tau\underline{\tau}} > \underline{s}d_{\mathrm{H}} \tag{6.16}$$

この場合もやはり d_{H}^* が小さいほど、投資が減少するための条件は満たされやすくなる。

いま (6.16) 式の左辺を λ_{H} で偏微分すると以下を得る。

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \lambda_{\mathrm{H}}}\left\{\frac{s_\tau(1-\underline{\tau})}{1-s_\tau\underline{\tau}}\right\} &= \frac{\partial}{\partial s_\tau}\left\{\frac{s_\tau(1-\underline{\tau})}{1-s_\tau\underline{\tau}}\right\}\cdot\frac{\partial s_\tau}{\partial \lambda_{\mathrm{H}}} \\
&= \frac{1-\underline{\tau}}{(1-s_\tau\underline{\tau})^2}\cdot\frac{\partial s_\tau}{\partial W}\cdot\frac{\partial W}{\partial \lambda_{\mathrm{H}}}
\end{aligned}
$$

さらに、命題 4.2 より s_τ を W で偏微分すると以下を得る。

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial s_\tau}{\partial W} &= \frac{\partial}{\partial W}\left\{\frac{W+\underline{\tau}-\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}}{2W\underline{\tau}}\right\} \\
&= \frac{1}{2\underline{\tau}}\left[\frac{1-\frac{\partial}{\partial W}\{\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}\}}{W}-\frac{W+\underline{\tau}-\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}}{W^2}\right] \\
&= \frac{1}{2\underline{\tau}W^2}\left[W-\frac{2(W+\underline{\tau})-4\underline{\tau}^2}{2\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}}W-W-\underline{\tau}+\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}\right] \\
&= \frac{1}{2\underline{\tau}W^2}\left[-\underline{\tau}+\frac{2\underline{\tau}^2+2W\underline{\tau}-4W\underline{\tau}^2}{2\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}}\right] \\
&= \frac{1}{2W^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}}\left(-\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}+(W+\underline{\tau})-2W\underline{\tau}\right)
\end{aligned}
$$

ここで、$s_\tau < 1$ より以下を得る。

$$
\frac{W+\underline{\tau}-\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}}{2W\underline{\tau}} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad -\sqrt{(W+\underline{\tau})^2-4W\underline{\tau}^2}+(W+\underline{\tau})-2W\underline{\tau} < 0
$$

したがって $\partial s_\tau/\partial W < 0$ であり、また $\partial W/\partial \lambda_{\mathrm{H}} < 0$ であることから、(6.16) 式の左辺は λ_{H} の単調増加関数となる。したがって、やはり $s_\tau < 1$ の場合も d_{H}^* が小さいほど、そして λ_{H} が大きいほど投資量が減少する可能性が高くなる。

以上より系 2.4 を得る。 $\square$

参考文献

Acharya, Viral and Anjan Thakor (2016) "The dark side of liquidity creation: Leverage and systemic risk," *Journal of Financial Intermediation*, **28**, pp. 4–21.

Acharya, Viral, Hamid Mehran, and Anjan Thakor (2016) "Caught between scylla and charybdis? Regulating bank leverage when there is rent seeking and risk shifting," *Review of Corporate Finance Studies*, **5** (1), pp. 36–75.

Admati, Anat, Peter DeMarzo, Martin Hellwig, and Paul Pfleiderer (2013) "Fallacies, irrelevant facts, and myths in the discussion of capital regulation : Why bank equity is not expensive," *Stanford University Graduate School of Business Research Paper*, **13** (7), URL: `https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract{\_}id=2349739`.

Aguiar, A and I Drumond (2007) "Business cycle and bank capital: Monetary policy transmission under the Basel accords," *FEP Wirking Papers* (242), URL: `http://www.fep.up.pt/investigacao/workingpapers/07.06.01{\_}WP242{\_}AguiarDrumond.pdf`.

Aiyar, Shekhar, Charles Calomiris, and Tomasz Wieladek (2015) "Bank capital regulation: Theory, empirics, and policy," *IMF Economic Review*, **63** (4), pp. 955–983, URL: `https://link.springer.com/content/pdf/10.1057{\%}2Fimfer.2015.18.pdf`.

Allen, Franklin, Elena Carletti, and Robert Marquez (2011) "Credit market competition and capital regulation," *Review of Financial Studies*, **24** (4), pp. 983–1018.

Berger, Allen, Robert DeYoung, Mark Flannery, David Lee, and Özde Öztekin (2008) "How do large banking organizations manage their capital ratios?," *Journal of Financial Services Research*, **34** (2-3), pp. :123–49.

Bhattacharyya, Sugato and Amiyatosh Purnanandam (2011) "Risk-taking by banks: What did we know and when did we know it?," *AFA 2012 Chicago Meetings Paper*, URL: `http://ssrn.com/abstract=1619472`.

Calomiris, Charles and Charles Kahn (1991) "The role of demandable debt in structuring optimal banking arrangements," *American Economic Review*, **81** (3), pp. 497–513.

Chen, Yehning (2016) “Bank capital and credit market competition: Will competitive pressure lead to higher capital levels?,” *Journal of International Money and Finance*, **69**, pp. 247–263.

Coval, Joshua and Anjan Thakor (2005) “Financial intermediation as a beliefs-bridge between optimists and pessimists,” *Journal of Financial Economics*, **75**, pp. 535–569.

DeAngelo, Harry and René Stulz (2015) “Liquid-claim production, risk management, and bank capital structure: Why high leverage is optimal for banks,” *Journal of Financial Economics*, **116** (2), pp. 219–236.

Diamond, Douglas and Philip Dybvig (1983) “Bank runs, deposit insurance, and liquidity,” *Journal of Political Economy*, **91** (3), pp. 401–419.

Diamond, Douglas and Raghuram Rajan (2001) “Liquidity risk, liquidity creation, and financial fragility: A theory of banking,” *Journal of Political Economy*, **109** (2), pp. 287–327.

Holmstrom, Bengt and Jean Tirole (1997) “Financial intermediation, loanable funds, and the real sector,” *Quarterly Journal of Economics*, **112** (3), pp. 663–691.

Jensen, Michael and William Meckling (1976) “Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs and ownership structure,” *Journal of Financial Economics*, **3** (4), pp. 305–360.

Kanngiesser, Derrick, Reiner Martin, Laurent Maurin, and Diego Moccero (2017) “Estimating the impact of shocks to bank capital in the euro area,” *ECB Working Paper* (2077), URL: `https://ssrn.com/abstract=2989605`.

Keeley, Michael (1990) “Deposit insurance, risk, and market power in banking,” *American Economic Review*, **80** (5), pp. 1183–1200.

Krishnamurthy, Arvind and Annette Vissing-Jorgensen (2012) “The aggregate demand for treasury debt,” *Journal of Political Economy*, **120** (2), pp. 233–267.

Lindquist, Kjersti-Gro (2004) “Banks’ buffer capital: How important is risk,” *Journal of International Money and Finance*, **23** (3), pp. 493–513.

Repullo, Rafael (2004) “Capital requirements, market power, and risk-taking in banking,” *Journal of Financial Intermediation*, **13** (2), pp. 156–182.

Thakor, Anjan (2014) "Bank capital and financial stability: An economic trade-off or a faustian bargain?," *Annual Review of Financial Economics*, **6**, pp. 185–223.

Van den Heuvel, Skander (2008) "The welfare cost of bank capital requirements," *Journal of Monetary Economics*, **55** (2), pp. 298–320.