



Munich Personal RePEc Archive

## **Experience life tables incorporating a projection scale : adaptation to the case of retirees in Algeria**

FLICI, Farid and SENOUCI, Khadidja and HANNANI, Yasmine

Centre for Research in Applied Economics for Development, CREAD, Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée, ENSSEA, Caisse Nationale des Retraites, CNR

September 2017

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/91918/>

MPRA Paper No. 91918, posted 05 Feb 2019 14:17 UTC

# **TABLES DE MORTALITE D'EXPERIENCE INCORPORANT UNE ECHELLE DE PROJECTION : ADAPTATION AUX CAS DES RETRAITES EN ALGERIE**

Farid FLICI<sup>1</sup>

*Centre de Recherche en Economie Appliquée pour le Développement*

Khadidja SENOUCI<sup>2</sup>

*Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée*

Yasmine HANNANI<sup>3</sup>

*Caisse Nationale des Retraites*

## **Résumé :**

Les données de mortalité des retraités algériens ne sont pas disponibles pour des périodes suffisamment longues pour pouvoir y appliquer des modèles prospectifs de mortalité. Le positionnement de la mortalité d'expérience sur une référence externe est l'une des solutions techniques permettant de contourner le problème de données. Néanmoins cette méthode demeure compliquée à appliquer du fait qu'elle nécessite de trouver une référence externe adéquate et d'en faire des projections avant de pouvoir projeter la mortalité d'expérience. Dans ce travail, nous proposons une méthode plus simple et aussi performante que la première méthode. Partant d'une table d'expérience périodique de retraités à laquelle on applique une échelle de projection, nous parviendrons à projeter la mortalité d'expérience. Les résultats montrent que les hommes-retraités ne présentent aucun avantage significatif comparativement au reste de la population. Par contre, à 50 ans, les femmes retraitées peuvent espérer vivre 3 ans plus longtemps que les femmes du reste de la population.

**Mots-clés :** mortalité, retraite, expérience, échelle d'amélioration, Algérie.

---

<sup>1</sup> Centre de Recherche en Economie Appliquée pour le Développement CREAD, Bouzareah, Alger, Algérie. Email : [farid.flicj@cread.dz](mailto:farid.flicj@cread.dz)

<sup>2</sup> Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée ENSSEA, Kolea, Tipaza, Algérie.

<sup>3</sup> Caisse Nationale des Retraites CNR, Alger, Algérie

## 1. INTRODUCTION

Vieillir implique une réduction des capacités physiques et intellectuelles des individus et donc une perte en terme de compétitivité sur le marché de travail (Ilmarinen and Tuomi, 1992 ; Wong, 2015). Dans une telle situation, la pension de retraite est considérée comme un revenu de remplacement, qui permet aux personnes âgées de satisfaire leurs besoins vitaux.

En Algérie, le système de retraite fonctionne par « *répartition* ». Le pilotage d'un tel régime englobe deux principes de financement: le principe de la protection sociale et celui d'assurance (OCDE, 2005) ; la protection sociale est caractérisée par l'intervention de l'Etat, elle vise à subventionner les pensions les plus faibles et lutter contre la pauvreté et les inégalités sociales (Bovenberg and Van Ewijk, 2011; Merton *et al.*, 1987). La composante assurancielle quant à elle tente d'ajuster la pension de retraite à l'effort de contribution.

L'estimation de la composante actuarielle dans l'équilibre cotisations-pensions de retraite se fait via les tables de mortalité. Ces dernières doivent tenir compte de l'amélioration future de la longévité et être adaptées à l'expérience de mortalité des retraités. La nécessité d'utiliser des tables d'expérience, pour l'évaluation actuarielle des régimes de retraite, s'explique par le fait que la mortalité des retraités pourrait être différente de celle de la population globale. Dans cette optique, Flici and Planchet (2016) ont tenté de construire des tables d'expérience prospectives pour les retraités de la Caisse Nationale des Retraites (CNR), en utilisant les données de la période [2004 – 2013]. Les séries des données d'expérience n'étant pas suffisamment longues pour pouvoir utiliser les modèles stochastiques de mortalité, les auteurs ont procédé à un positionnement des taux de mortalité d'expérience sur une référence externe suivant la méthodologie de Planchet (2005). Cela a permis de déduire les taux de mortalité des retraités à partir des taux de mortalité projetés de la population globale. Comme résultat, les auteurs ont constaté que les retraités-hommes ne présentent aucun avantage significatif comparativement aux hommes du reste de la population. Par contre, à l'âge de 50 ans, les femmes retraitées peuvent espérer vivre 3 ans plus longtemps que les femmes de la population globale.

La problématique de construction de tables de mortalité prospectives, comme outil d'évaluation actuarielle, reste encore peu traitée par les travaux académiques en Algérie. La promotion de l'utilisation des méthodes actuarielles pour le pilotage des régimes de retraites et de rentes viagères passe essentiellement par la proposition d'outils pratiques,

adaptés et simples à implémenter. Dans ce sens, les projections proposées par Flici and Planchet (2016) demeurent relativement compliquées à établir. La méthode qu'ils proposent consiste à définir une régression des taux de mortalité des retraités en fonction de ceux de la population globale. En se basant sur la projection de ces derniers, la fonction de régression permettra de déduire les taux d'expérience futurs.

Dans le présent travail, nous proposons une méthode plus simple et aussi performante que la méthode précédente. Il s'agit de la méthodologie proposée par « *the Continuous Mortality Investigation CMI* » en 1978 (CMI, 1978), qui a été reproduite par « *the Society of Actuaries* » en 1994 (SOA, 1994). Toutefois, certaines adaptations vont être introduites à la formulation initiale de la méthode, afin de convenir au contexte algérien notamment en termes de disponibilité des données.

## 2. OBJECTIF ET METHODOLOGIE

Les modèles stochastiques de projection des taux de mortalité (Lee and Carter, 1992 ; Cairns *et al.*, 2006) nécessitent la disposition d'un historique des taux de mortalités sous forme d'une matrice, ayant les âges en lignes et les années en colonnes. Dans une première étape, cette matrice doit être décomposée en plusieurs composantes liées à l'âge, au temps, et dans certain cas à la génération de provenance (Renshaw and Haberman, 2006 ; Currie *et al.*, 2006 ; Cairns *et al.*, 2009). Quant à la seconde étape elle consiste à la projection des surfaces des taux de mortalité dans le futur, en s'appuyant sur la projection des composantes temporelles ou de celles liées à la génération. Toutefois, la qualité et la robustesse des résultats obtenus restent tributaires de la longueur et de la stabilité des données historiques utilisées pour la calibration des modèles. Contrairement aux données des populations globales, les données des populations assurées ne sont pas souvent disponibles pour de longues périodes, ce qui réduit l'utilité des modèles stochastiques de mortalité.

La méthode CMI est l'une des méthodes proposées dans la littérature afin de réaliser des projections des taux de mortalité d'expérience à partir de données limitées dans le temps. Cette méthode consiste, en premier lieu, à construire une table de mortalité d'expérience périodique à partir de l'observation récente de la mortalité au sein de la population des assurés. Ensuite, une échelle d'amélioration des taux de mortalité par âge sera calculée, en comparant ces derniers entre deux points de temps; qui correspondent généralement aux extrémités de la période d'observation. Ainsi, les taux de mortalité future

sont dérivés, en appliquant l'échelle d'amélioration à la table d'expérience de référence. Notre hypothèse de départ est que l'amélioration future des taux de mortalité sera similaire à celle déjà observée.

Dans une première étape, nous construisons une table de mortalité à partir des données [2014-2016]. Cela nécessite, en premier lieu, l'estimation des taux bruts de mortalité à partir de la distribution des décès et de la population des retraités par âges. Les séries de taux bruts de mortalité comportent souvent quelques irrégularités ; d'où la nécessité de procéder à des ajustements. De ce fait, plusieurs modèles seront évalués et comparés (Gompertz, Makahem, Weibull, Heligman and Pollard et Kannisto), dans le but de repérer le modèle qui optimise la fidélité de l'ajustement aux données brutes.

De plus, la faiblesse de l'exposition au risque de décès aux âges élevés amoindrit la régularité des courbes des taux de mortalité calculés. Pour améliorer la qualité de l'ajustement, la plage d'âge initiale doit être réduite à la plage d'âge qui permet d'avoir une tendance régulière des taux de mortalité. Ensuite, une extrapolation de la mortalité aux grands âges doit être effectuée, afin de compléter la mortalité aux âges ayant des données moins fiables. Pour ce faire, nous utiliserons le modèle proposé par Denuit and Goderniaux (2005).

La construction de l'échelle de projection de la mortalité repose sur l'observation de l'évolution des taux de mortalité de la population-cible entre deux points de temps. Ces derniers sont choisis de sorte à déceler une tendance régulière, pour un intervalle de temps le plus distant possible. D'autant plus que les données d'expérience ne sont pas disponibles sur de longues périodes, la tendance affichée n'est pas de grande régularité. C'est pourquoi nous préférons estimer cette échelle d'amélioration à partir des données de la population globale. Cela suppose implicitement que les taux d'amélioration des taux de mortalité par âge des retraités dans le futur vont être similaires à ceux de la population globale. Les données de mortalité de la population globale sont disponibles à partir de l'année 1977. La série historique d'évolution affiche une stabilité relative à partir de 1998 (Flici and Hammouda, 2014) comme elle est présentée par la figure 1.

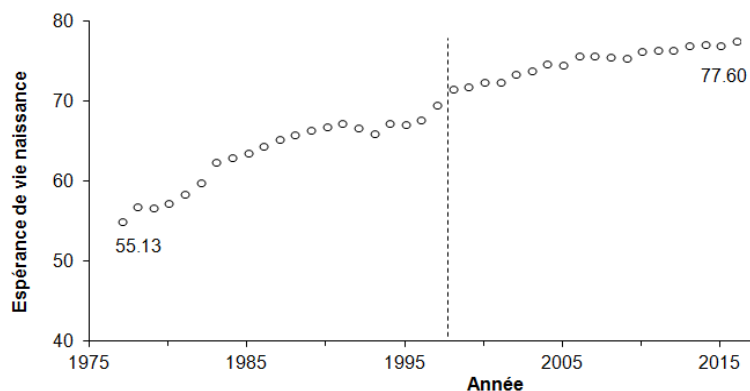


Figure 1 : série d'évolution de l'espérance de vie à la naissance en Algérie  
Source : Statistiques démographiques de l'Algérie, publications annuelles de l'ONS : [www.ons.dz](http://www.ons.dz)

La figure 1 montre l'évidence de la stabilité relative de la série de l'espérance de vie à la naissance à partir de 1998. Cette stabilité permet de baser le calcul de l'échelle d'amélioration de la mortalité sur la période allant de 1998 à 2015.

L'application de l'échelle d'amélioration de la mortalité ainsi estimée à la table d'expérience de référence permettra d'obtenir des tables de mortalité prospectives adaptées à la population des retraités. A la fin, nous allons comparer les résultats obtenus avec ceux obtenus par Flici and Planchet (2016) pour savoir si cette procédure de projection allégée ne donne pas lieu à des résultats moins performants.

### 3. DONNEES

La construction d'une table de mortalité requiert la répartition par âge de la population soumise au risque de décès ainsi que le nombre de décès correspondant. Il serait intéressant que la période d'observation soit étalée sur plusieurs années, afin d'augmenter l'exposition au risque de décès et réduire les fluctuations conjecturelles de la mortalité.

Pour notre travail, les données sont issues du portefeuille de la Retraite Directe de la CNR. A titre de rappel, en addition aux pensions de retraite directe, la CNR assure des Pensions de survie pour les veuves, les orphelins et les parents des retraités (ou assurés) décédés. Faute de disponibilité de données, ce type de retraites n'est pas inclus dans la présente étude. Il est aussi opportun de préciser que la CNR se charge uniquement de la gestion de la retraite des employés ; celle des indépendants en revanche, est assurée par la Caisse d'Assurance Sociale des Non-Salariés (CASNOS). Les données de mortalité de la

CNR ne sont disponibles qu'à partir de 2004 par sexe et par groupes d'âges quinquennaux. Dans le cadre de la présente étude, il était rendu possible de collecter les données des 3 dernières années (2014, 2015 et 2016) par âges unitaires.

Dans ce qui suit, nous présentons la distribution de la population des survivants et celles des décès selon le sexe et l'âge pour la période [2014-2016].

### 3.1 Population de retraités en fin d'année

L'information, dont nous disposons, concerne la répartition par sexe et par âges de l'ensemble des retraités recensés vivants au 31/12/T. L'analyse de la répartition du portefeuille âge durant la période [2014-2016] est représentée dans la figure 2.

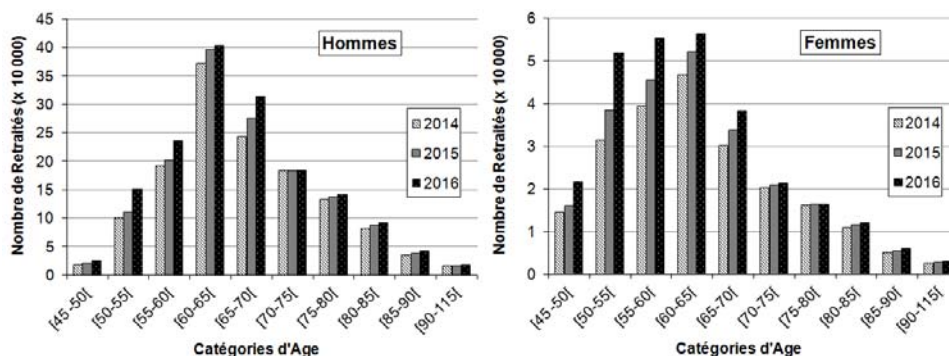


Figure 2 : Evolution du nombre des retraités par âge et par année<sup>1</sup>  
Source: construite à partir des données de la CNR.

Pour la population masculine, la distribution des retraités se trouve concentrée dans la plage d'âge [60 – 65]. Concernant les femmes, les tranches d'âge [50- 65[ sont marquées par une forte concentration de la population des retraités. Nous observons également une différence significative entre les tailles des portefeuilles masculin et féminin, qui est dû à la différence en terme d'activité entre les deux sexes. Le taux d'activité des hommes en 2015 était de 66.8% tandis que celui des femmes n'était que de 16.4%. (ONS, 2015).

### 3.2 Répartition des décès

L'âge moyen du décès durant la période d'observation est de 74,75 ans. Aussi, pour les deux sexes et pour les 3 années d'observations, la classe modale des décès est [80- 85[ comme le montre la figure 3.

<sup>1</sup> Les données sont à l'origine disponibles par âges détaillés, la formulation par âges quinquennaux a été faite uniquement pour faciliter la lecture des graphiques.

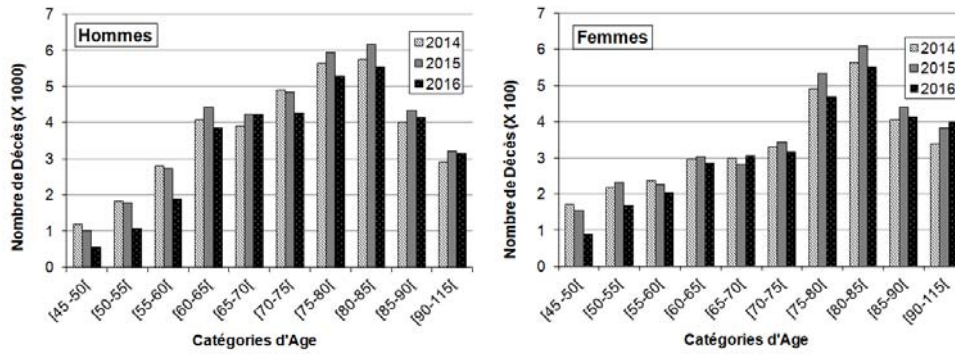


Figure 3: Evolution du nombre de décès par tranche d'âge et par année<sup>1</sup>  
Source: construite à partir des données de la CNR.

#### 4. CONSTRUCTION DE LA TABLE DE MORTALITE DES RETRAITES

La construction d'une table de mortalité passe par plusieurs étapes : l'estimation des taux bruts de mortalité, l'ajustement des courbes brutes de mortalité, l'extrapolation de mortalité aux grands âges, ainsi que la validation de la table construite. Dans ce qui suit, nous allons aborder toutes ces étapes avec davantage de détails.

##### 4.1 Estimation des taux bruts de mortalité

Les taux bruts de mortalité sont estimés en rapportant la somme de décès des trois années à la l'exposition totale au risque de décès (nombre d'année-personnes vécues au cours de la période d'observation). Pour chaque année de la période d'observation, l'exposition au risque de décès peut être rapprochée par la moyenne entre la population de début et de fin d'année, sous l'hypothèse d'une répartition uniforme de décès entre l'âge  $x$  et  $x+l$  :

$$m_x = \frac{D_x}{L_x} = \frac{\sum_{t=2014}^{2016} D_{(x,t)}}{\frac{1}{2} \times (l_{x,2013} + l_{x,2014}) + \frac{1}{2} \times (l_{x,2014} + l_{x,2015}) + \frac{1}{2} \times (l_{x,2015} + l_{x,2016})}$$

$D_{(x,t)}$  : Nombre de décès à l'âge  $x$  durant l'année  $t$  ;

$L_x$  : population soumise au risque de décès au cours de la période [2014-2016] ;

$l_{(x,t)}$  : Nombre de survivants à l'âge  $x$  à la fin d'année  $t$ .

<sup>1</sup> Les données sont à l'origine disponibles par âges détaillés, la formulation par âges quinquennaux a été faite uniquement pour faciliter la lecture des graphiques.



Les taux de mortalité obtenus sont convertis en quotients de mortalité, en utilisant l'approximation de Kimball (1960) :

$$q_x = \frac{2.m_x}{2 + m_x}$$

Les courbes brutes des quotients de mortalité obtenus sont montrées en figure 4.

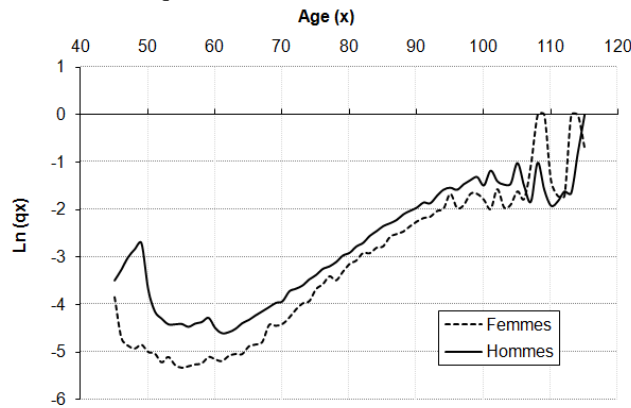


Figure 4: Courbe des quotients bruts de mortalité par âge de la population des retraités  
Source de données: calculés à partir des données de la CNR.

Comme le montre la figure 4, l'évolution des quotients bruts de mortalité en fonction de l'âge est marquée par certaines irrégularités. Il est donc nécessaire d'ajuster les courbes brutes, afin d'obtenir une forme plus régulière.

#### 4.2 Ajustement des taux bruts de mortalité

Dans la littérature, plusieurs modèles ont été proposés pour l'ajustement des courbes de mortalité par âge. Dans notre cas, la comparaison va concerner les modèles : Gompertz, Makeham, Weibull, Heligman-Pollard et Kannisto.

##### 4.2.1 Le choix de l'intervalle d'âge pour l'ajustement

Le choix du meilleur modèle d'ajustement se fait de sorte à minimiser les écarts entre les taux bruts et ceux ajustés. Cependant, ce choix peut être affecté par la plage d'âge utilisée pour calibrer les différents modèles. Comme il est illustré dans la figure 4, les âges inférieurs à 60 ans et ceux supérieurs à 90 ans sont marqués par des perturbations relativement importantes par rapport aux âges compris entre 60 et 90 ans. Inclure les tranches d'âges en question dans la procédure d'ajustement va certainement nuire à la qualité de ce dernier. La figure 5 donne davantage d'éclaircissement sur ce point.

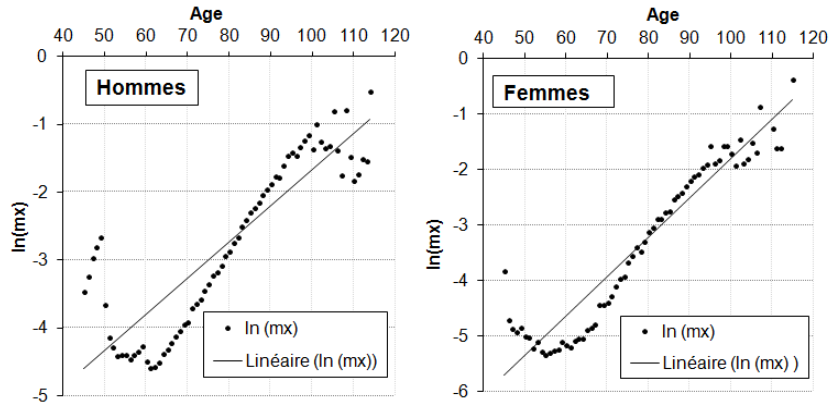


Figure 5 : Tendence régulière des taux de mortalité en fonction d'âge.  
Source: calculés à partir des données de la CNR.

L'évolution des taux de mortalité entre 45 et 60 ans n'est pas conforme aux schémas standards d'évolution de la mortalité. Cela est probablement dû à la faiblesse de l'exposition au risque de décès avant l'âge de 60 ans. Afin d'améliorer la qualité de l'ajustement, nous préférons nous limiter à l'utilisation des taux appartenant à la plage d'âge [60-90] et d'utiliser les paramètres du modèle d'ajustement, pour déduire les taux de mortalité aux âges inférieurs par rétropolation. L'irrégularité que l'on observe au-delà de 90 ans est un problème assez fréquent dans la modélisation des taux de mortalité. Pour traiter une telle imperfection, les taux de mortalité aux grands âges seront éliminés et réestimés, en s'appuyant sur des modèles appropriés.

#### 4.2.2 Les modèles d'ajustement des taux de mortalité par âge

Les modèles de mortalité tentent généralement à formuler le quotient de mortalité  $q_x$  ou le taux instantané de mortalité  $\mu_x$  en fonction de l'âge. Lorsque l'hypothèse de constance du taux instantané dans l'intervalle d'âge  $[x, x+1[$  est adoptée, le taux instantané de mortalité peut être approché par le taux de mortalité :  $\mu_x = m_x$ .

##### - Le modèle de Gompertz

Ce modèle est basé sur deux paramètres pour modéliser le taux instantané de mortalité (Gompertz, 1825):

$$\mu_x = B.C^x + \varepsilon_x, \quad B > 0 \text{ et } C > 1$$

Où  $\varepsilon_x$  est un terme d'erreur indépendant et distribué suivant une loi normale de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma$ . La transformation linéaire de ce modèle est donnée par :

$$\ln(\mu_x) = \ln(B) + x \ln(c) + \varepsilon_x$$

- **Le modèle de Makeham**

Le modèle de Makeham est basé sur la formule de Gompertz auquel une constante représentant la mortalité accidentelle est introduite (Makeham, 1860). Le taux instantané de mortalité en fonction d'âge peut être exprimé par la formule :

$$\mu_x = A + B.C^x + \varepsilon_x$$

La transformation linéaire de ce modèle est donnée par :

$$\ln(\mu_x - A) = \ln(B) + x \ln(c) + \varepsilon_x$$

- **Le modèle de Weibull**

Pour la modélisation des taux instantanés de mortalité, Weibull (1951) a proposé la formule suivante :

$$\mu_x = ax^b + \varepsilon_x$$

La transformation linéaire du modèle donne :

$$\ln(\mu_x) = \ln(a) + b \ln(x) + \varepsilon_x$$

- **Le modèle de Heligman and Pollard (HP)**

Le modèle à 8 paramètres de Heligman-Pollard a l'avantage de modéliser la mortalité à tous les âges (Heligman and Pollard, 1980) :

$$\frac{q_x}{1-q_x} = A^{(x+B)^c} + D \cdot e^{(-E \ln(\frac{x}{F}))^2} + GH^x + \varepsilon_x$$

Chacun des trois termes du modèle modélise la mortalité d'une catégorie d'âge particulière. Le troisième terme  $GH^x$  modélise la croissance des taux de mortalité aux grands âges (Heligman and Pollard, 1980). Du moment que l'on essaie de modéliser la mortalité des âges supérieurs à 60 ans, seul ce troisième terme est retenu. La transformation linéaire du troisième terme du modèle est comme suit :

$$\text{logit}(q_x) = \ln\left(\frac{q_x}{1-q_x}\right) = \ln(G) + x \ln(H) + \varepsilon_x$$

- **Le modèle de Kannisto**

Le modèle de Kannisto (Kannisto, 1992) est un modèle logistique adapté. La formulation retenue du taux instantané de mortalité est la suivante :

$$\mu_x = \frac{\alpha e^{\beta x}}{1 + \alpha e^{\beta x}} + \varepsilon_x$$

La transformation linéaire du modèle est donnée par :

$$\text{logit}(\mu_x) = \ln(\alpha) + \beta x + \varepsilon_x$$

### 4.2.3 Sélection du meilleur modèle d'ajustement

La fidélité d'un ajustement aux données brutes peut être mesurée de différentes manières. Lorsqu'on compare des modèles ayant le même nombre de paramètres, l'utilisation de la Somme des Erreurs Carrées ou de l'Erreur Relative Absolue Moyenne est suffisante pour évaluer la qualité d'ajustement et comparer les différents modèles. En se basant sur les critères d'évaluation classiques, l'ajout d'un paramètre supplémentaire à un modèle va conduire à l'amélioration de sa qualité d'ajustement, tout comme la réduction du nombre d'observations. L'utilisation du Critère d'Information d'Akaike CIA (Akaike, 1973) est recommandée lorsqu'on compare des modèles basés sur différents nombres de paramètres. Le Critère de l'Information Bayésienne CIB (Schwartz, 1978) a l'avantage de tenir compte, en plus de la différence en termes de nombre de paramètres, de la différence en termes de nombre d'observations. Cela explique leur vaste utilisation pour des fins de comparaison des modèles de mortalité (Lebarbier et Mary-huard, 2004).

Les Critères CIA et CIB ont été initialement développés pour convenir le cas des modèles estimés par la méthode de Vraisemblance. Pour le cas des modèles estimés par la méthode des Moindres Carrées Ordinaire ; qui est notre cas, les formules de calcul ont été adaptées. Le CIA peut être calculé par la formule suivante (Burnham and Anderson, 2002):

$$CIA = 2.k + n.\ln(\sigma_n^2) = 2.k + n.\ln\left(\frac{SSE}{n}\right)$$

$k$  : nombre de paramètres estimés ;

$n$  : nombre d'observations ;

$\sigma_n^2$  : Variance du modèle ;

$SSE$  : somme des carrées des erreurs,  $SSE = [\ln(q_x) - \ln(\hat{q}_x)]^2$

De son côté, le critère CIB se calcule par (Hansen, 2007) :

$$CIB = n.\ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + k.\ln(n)$$

Le meilleur modèle est celui possédant les CIA et CIB les plus faibles (Lebarbier et Mary-huard, 2004).

Dans notre cas, et du moment que tous les modèles sont évalués sur la base du même nombre d'observations, l'utilisation du critère CIA est suffisant pour dire quel est le modèle ayant la meilleure qualité d'ajustement. Les résultats sont montrés dans le Tableau 1.

Modèles Critères	Gompertz	Makeham	Weibull	HP	Kannisto
<b>Hommes</b>					
CIA (ordre)	-166,64 (1)	-164,64 (2)	-137,27 (5)	-163,27 (3)	-159,16 (4)
<b>Femmes</b>					
CIA (ordre)	-149,45 (3)	-147,45 (4)	-137,63 (5)	-149,81 (2)	-149,87 (1)

Tableau 1 : Comparaison des modèles d'ajustement

En addition aux valeurs CIA obtenues avec les différents modèles, le tableau 1 donne le classement des 5 modèles, compte tenu de ce dernier critère. En se basant sur les résultats obtenus, le modèle de Gompertz est le modèle qui ajuste le mieux les taux de mortalités masculins, tandis que ceux des femmes se trouvent mieux représentés par le modèle de Kannisto. L'ajustement ainsi effectué est montré en figure 6.

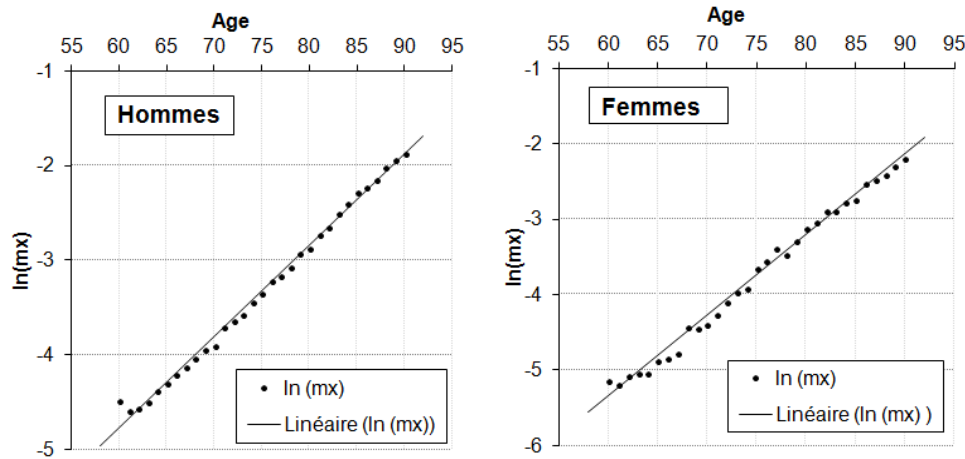


Figure 6: Ajustement des taux de mortalité sur la plage d'âge [60-90]

#### 4.3 Extrapolation de mortalité aux grands âges

Parmi les différentes méthodes d'extrapolation de la mortalité aux grands âges, la méthode de Denuit and Goderniaux (2005) est retenue dans notre cas. Cette méthode est basée sur la formulation des quotients de mortalité par une fonction quadratique:

$$\ln q_x = a + bx + cx^2 + \varepsilon_x$$

$\varepsilon_x$  : Termes d'erreur, supposés indépendants et distribués suivant une loi normale de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma$ .

L'utilisation de ce modèle va nous permettre de compléter les quotients de mortalité à partir de 91 ans jusqu'à l'âge de fermeture. Pour cela, les paramètres du modèle ( $a, b, c$ ) seront estimés sur la plage d'âge [70-90] en minimisant la somme des carrées des erreurs (SSE) entre les quotients initiaux et ceux prédits par le modèle:

$$Min SSE = \sum_{x=70}^{90} (\ln(q_x) - \ln(\hat{q}_x))^2$$

Par la suite, les paramètres du modèle vont servir directement à l'extrapolation des quotients de mortalité jusqu'à l'âge ultime de survie, qui correspond le cas échéant à un quotient de mortalité égale à 1. Même si ce type de modèles (quadratiques) affiche une qualité d'ajustement souvent meilleure que celle qui pourrait être obtenue par les modèles de type linéaire, les résultats de l'extrapolation peuvent être de grande variabilité si on retient l'âge ultime de survie prédit comme critère d'évaluation. Pour cela, il est nécessaire de rajouter une contrainte de fermeture, pour améliorer la cohérence de l'extrapolation. Denuit and Goderniaux (2005) ont choisi pour les pays développés, l'âge de 130 comme âge limite de survie en imposant  $q_{130} = 1$ . Dans notre cas, l'âge maximal de survie a été fixé à 120 ans. Ce choix est raisonnable, étant donné que les résultats de l'enquête MICS IV<sup>1</sup> s relèvent des cas de survie à l'âge de 112,5 ans pour les femmes et à 110,5 ans pour les hommes (Flici et Hammouda, 2016). Sur la base de ces observations, Flici (2016-b) a suggéré de retenir 120 ans comme étant un âge de fermeture des tables algériennes de mortalité.

#### 4.4 Rétropolation de la mortalité aux bas âges

L'observation des données de mortalité des retraités âgés de moins de 60 ans ne permet pas de faire ressortir une tendance régulière. Dans ce cas, la réropolation permet d'avoir une idée sur ce que devrait être la mortalité avant 60 ans en supposant que la mortalité sur la plage d'âge [45-60] n'est qu'une continuation de la mortalité sur la plage d'âge [60-90]. Les résultats obtenus sont représentés en figure 7.

<sup>1</sup> L'enquête MICS IV a été effectuée durant la période de début d'octobre 2012 jusqu'à la fin de janvier 2013 sur un échantillon de 28000 ménages répartis sur le territoire national. Le questionnaire a porté sur les 5 années précédant la date de l'entretien et il a comporté un volet dédié à la mortalité de la population algérienne.

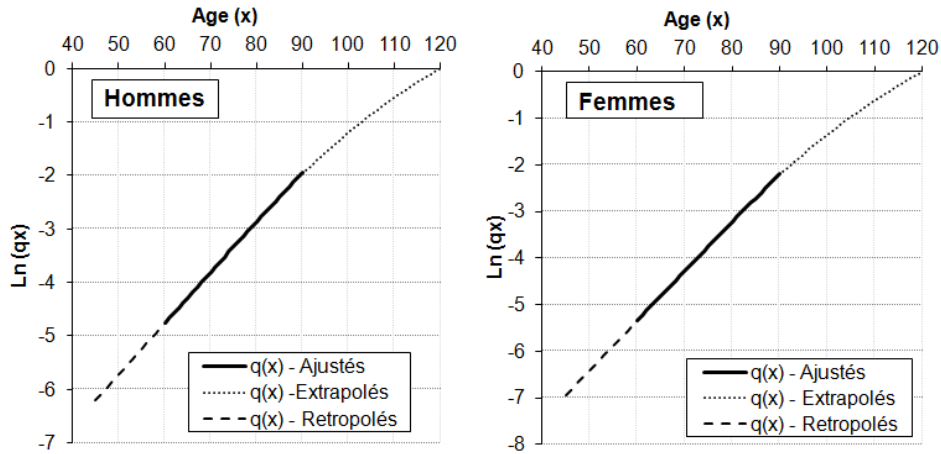


Figure 7 : Rétropolation de la mortalité aux bas âges avec le modèle de Gompertz

Nous avons préféré arrêter la rétropolation à l'âge de 45 ans du fait que la mortalité aux âges les plus jeunes est souvent marquée par une forme particulière, qui ne peut pas être saisie par un modèle de type Gompertz ou Makeham. Ces derniers sont basés sur la régularité des taux de mortalité à partir de 40 ou 45 ans. La rétropolation a été faite en utilisant les paramètres des modèles estimés en sous-section 4.2.

#### 4.5 Validation de la table de mortalité construite

La validation d'une table de mortalité peut se faire en se basant sur un ensemble de critères. Ici, nous en avons retenu trois : l'intervalle de confiance pour les décès, l'analyse du rapport de surmortalité masculine, ainsi qu'une comparaison avec les tables de mortalité de la population globale.

##### 4.5.1 Intervalle de confiance des décès

Le nombre de décès suit une loi binomiale. D'après l'approximation normale et les propriétés de la loi binomiale, le taux de mortalité estimé suit une loi normale de moyenne  $m_x$  et de variance  $\frac{m_x \times (1 - m_x)}{L_x}$  (Planchet et Kamega, 2013).

Pour un niveau de confiance de  $(1 - \alpha)$ , les intervalles de confiance des taux de mortalité estimé sont donnés par la formule suivante:

$$P \left( m_x \in \left[ \hat{m}_x \pm \mu_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\hat{m}_x \times (1 - \hat{m}_x)}{L_x}} \right] \right) = 1 - \alpha$$

- $\hat{m}_x$  : Taux de mortalité ajusté ;
- $m_x$  : Taux de mortalité observé ;
- $L_x$  : La population moyenne soumise au risque de décès ;
- $\mu_{\alpha/2}$  : Le quantile de la loi normale ;

Les figures 8 et 9 montrent les intervalles de confiance de la distribution des décès par âges pour les hommes et pour les femmes respectivement.

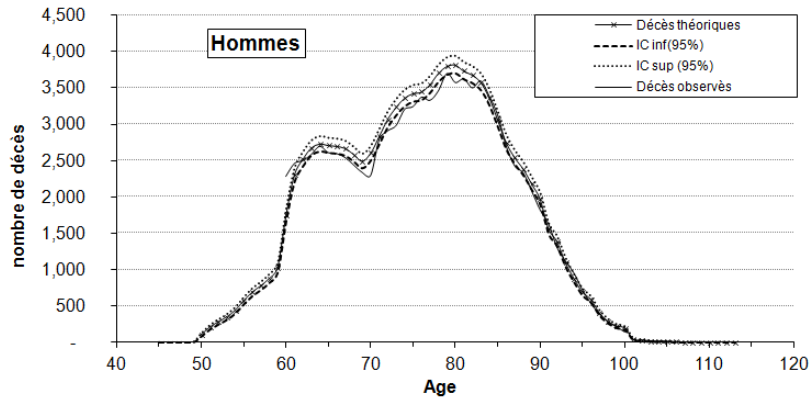


Figure 8: intervalle de confiance du nombre de décès hommes à 95%

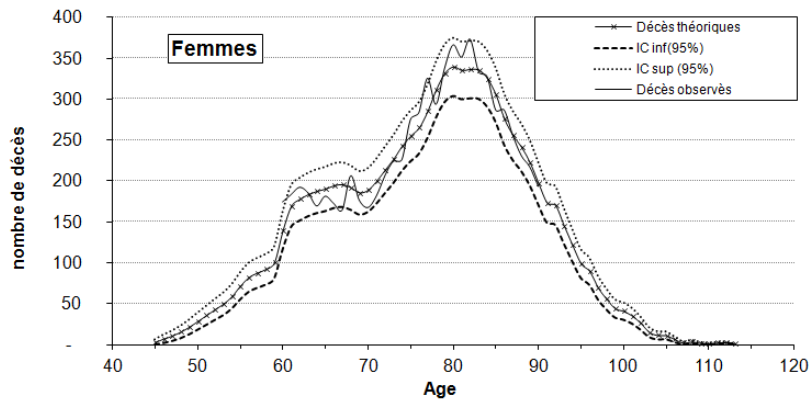


Figure 9: intervalle de confiance du nombre de décès femmes à 95%

D'après les deux figures 8 et 9 et sur la plage d'âge choisie pour l'ajustement [60-90], les décès observés sont comparables aux décès théoriques issus de la table d'expérience, signe d'une représentation correcte et fidèle de la réalité par la table d'expérience (Kamega, 2011).



#### 4.5.2 Rapport de surmortalité masculine

La régularité du rapport de surmortalité masculine (RSM) peut être utilisée pour évaluer la qualité et la cohérence des estimations des taux de mortalité par sexe. Ce rapport peut être obtenu, en divisant les quotients de mortalité des hommes sur ceux des femmes :

$$\text{RSM} = \frac{q_x^{\text{hommes}}}{q_x^{\text{femmes}}}$$

L'évolution du RSM en fonction de l'âge est représentée par la figure 10.

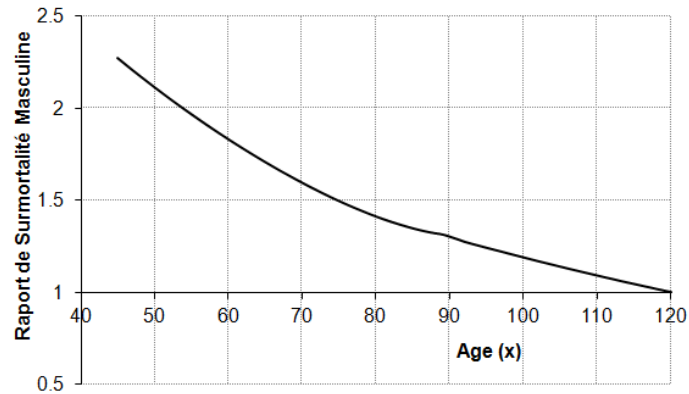


Figure 10: le rapport de surmortalité masculine par âge.  
Source: la table de mortalité d'expérience CNR (14- 16).

Le rapport de surmortalité masculine varie selon l'âge. Il est de 2.27 à l'âge de 45 ans, ce qui signifie que la mortalité masculine est deux fois plus importante que celle des femmes. Les différences en termes des taux de mortalité des hommes et des femmes découlent de causes génétiques et aussi d'un ensemble de facteurs comportementaux (Kruger and Polanski, 2011). Le rapport de masculinité diminue pour atteindre 1.83 à l'âge de 60 ans ; 1.41 à 80 ans et 1.30 à 100 ans. Il continue à décroître jusqu'à 1 à l'âge de 120 ans, cela est dû à la fermeture imposée des tables.

#### 4.5.3 Comparaison avec la table de mortalité globale (ONS, 2015)

Nous allons comparer la table de mortalité de la population globale de l'année 2015 (le centre de la période d'observation) construite par l'ONS (ONS, 2016) et la table CNR 14-16. La comparaison sera effectuée en se basant sur le quotient de mortalité et l'espérance de vie résiduelle. Etant donné que les tables ONS sont publiées suivant une structure par âges quinquennaux, il serait nécessaire de passer à une description par âges

unitaires, en s'appuyant sur la méthode d'interpolation de Karup-King (Shyrock *et al.*, 1993). La comparaison des courbes de mortalité des deux populations est représentée dans la figure 11.

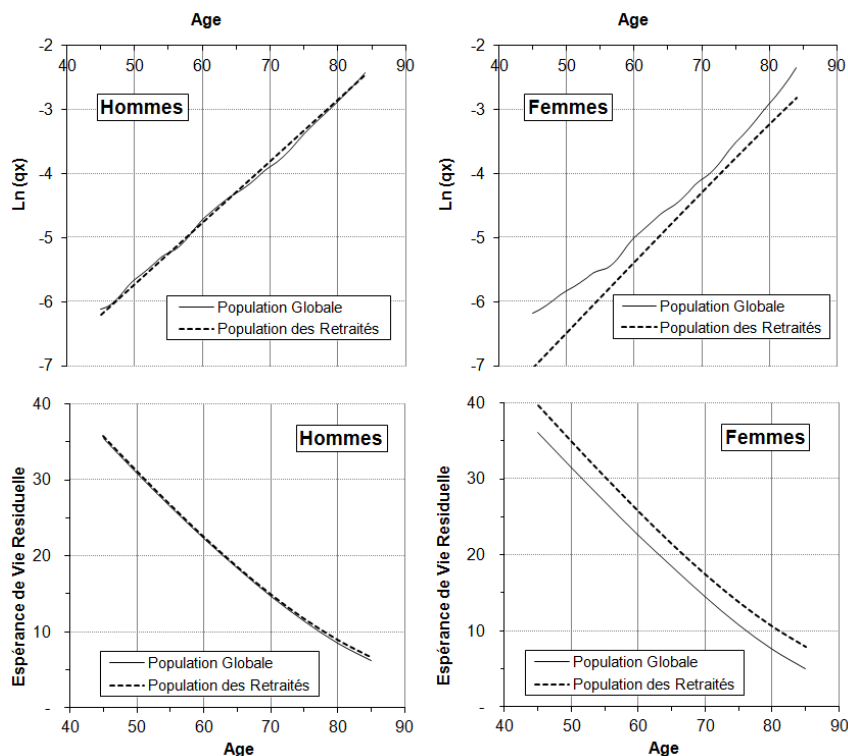


Figure 11: évolution de la mortalité des retraités et de la population globale  
Source : table de mortalité globale (ONS, 2016) et d'expérience CNR 14-16.

Pour les hommes, nous constatons que sur la plage d'âge considérée, les courbes de mortalité des deux tables se superposent, en indiquant un écart non significatif entre la mortalité des deux populations.

Concernant les femmes, la mortalité de la population globale est supérieure à celle des retraitées. En conséquence, l'utilisation de la table de l'ONS, pour l'évaluation actuarielle des régimes de retraites, est censée conduire à une surestimation de la mortalité féminine. Cela se traduit par des écarts des espérances de vie résiduelles des femmes retraitées et les femmes du reste de la population. L'espérance de vie des retraitées est supérieure à celle de la population globale de 3.60 ans à l'âge de 45 ans ; 3.14 à 60 ans et 2.81 à l'âge de 85 ans.

## 5. CONSTRUCTION D'UNE ECHELLE DE PROJECTION

Notre objectif est de construire une échelle de projection, afin d'estimer la mortalité future des retraités. Nous suivons la procédure de *SOA*, qui est inspirée de la méthodologie de la *CMI*. L'échelle de projection doit être construite sur la base d'un historique assez long et stable, sauf que les données des retraités en Algérie ne sont disponibles qu'à partir de 2004 (Flici and Planchet, 2016). Pour cela, l'échelle de projection sera basée sur les données de la population globale disponibles pour une période relativement plus longue (publiées par l'ONS depuis 1977) et suffisamment stables depuis 1998 (Flici and Hammouda, 2014). Cela suppose que la tendance future de la mortalité des retraités sera similaire à celle de la population globale et nous utilisons ainsi une période de 15 ans (2000-2015), pour construire une telle échelle.

### 5.1 Calcul des rapports de réduction des taux de mortalité

Le modèle *CMI* part de l'hypothèse de régression géométrique des quotients de mortalité par âge d'une année à l'autre (*CMI*, 1978) :

$$\begin{aligned} q_{x,t} &= (r_x)^n \cdot q_{x,t-n} \\ \Rightarrow (r_x)^n &= \frac{q_{x,t}}{q_{x,t-n}} \\ \Rightarrow r_x &= \sqrt[n]{\frac{q_{x,t}}{q_{x,t-n}}} \end{aligned}$$

$r_x$  : Rapport annuel de réduction des taux de mortalité à l'âge  $x$  ;

$q_{x,t-n}$  : Quotient de mortalité à l'âge  $x$  et à l'année de base ( $t-n$ ) ;

$q_{x,t}$  : Quotient de mortalité à l'âge  $x$  et à l'année  $t$ .

Le modèle *SOA* (*SOA*, 1994) part du même principe en posant :

$$q_{x,t} = (1 - TAM_x)^n \cdot q_{x,t-n}$$

Sachant que  $TAM_x$  qui est le taux d'amélioration de la mortalité à l'âge  $x$  est égale à  $1 - r_x$ .

Dans notre étude, le rapport de réduction des taux de mortalité est calculé en divisant les quotients de mortalité de l'année 2015 par ceux de l'année 2000, qui a été choisie comme année de base :

$$r_x = \sqrt[15]{\frac{q_{x,2015}}{q_{x,2000}}}$$

Notons qu'à partir de la table de mortalité abrégée de l'ONS (ONS, 2001), une table de mortalité complète a été déduite en utilisant la méthode de Karup-King.

## 5.2 Ajustement des rapports de réduction des taux de mortalité

Dans une première étape, les taux d'amélioration de la mortalité ont été calculés par âges détaillés de 45 à 79 ans. La série brute ainsi obtenue comporte des perturbations ; qui conduisent à des surfaces de mortalité projetées de manière irrégulière. De ce fait, et avant d'utiliser l'échelle obtenue pour la projection des taux de mortalité, il est nécessaire de procéder à un ajustement. Cet ajustement paramétrique aidera à extrapoler les taux d'amélioration de la mortalité au-delà de l'âge de 80 ans. Au lieu de projeter la surface de mortalité entre 45 et 79 ans et procéder par la suite à une extrapolation des taux de mortalité aux grands âges pour les années futures, il serait opportun d'extrapoler l'échelle de projection jusqu'à 120 ans et de l'appliquer à la table CNR 14-16, qui est déjà fermée à cet âge pour obtenir des surface de mortalité complètes. Dans ce sens, la méthode retenue consiste en un modèle quadratique ayant la forme :

$$\ln(r_x) = ax^2 + bx + c + \varepsilon_x$$

$\varepsilon_x$  : Termes d'erreurs, supposés indépendants et distribués suivant une loi normale de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma$ .

L'ajustement sera effectué de sorte à Minimiser la somme des erreurs carrées entre les taux observés et ceux ajustés dans la plage d'âge [45-79] :

$$Min SSE = Min \sum_{x=45}^{79} (\ln(r_x) - \ln(\hat{r}_x))^2$$

Et en respectant la contrainte  $\ln(r_{120}) = 0$  qui permet d'avoir un âge ultime de survie de 120 ans commun pour toute la surface de mortalité projetée:

$$\forall T \in [1 - 35]; q_{120, 2015+t} = 1$$

Les résultats obtenus sont montrés dans la figure 12.

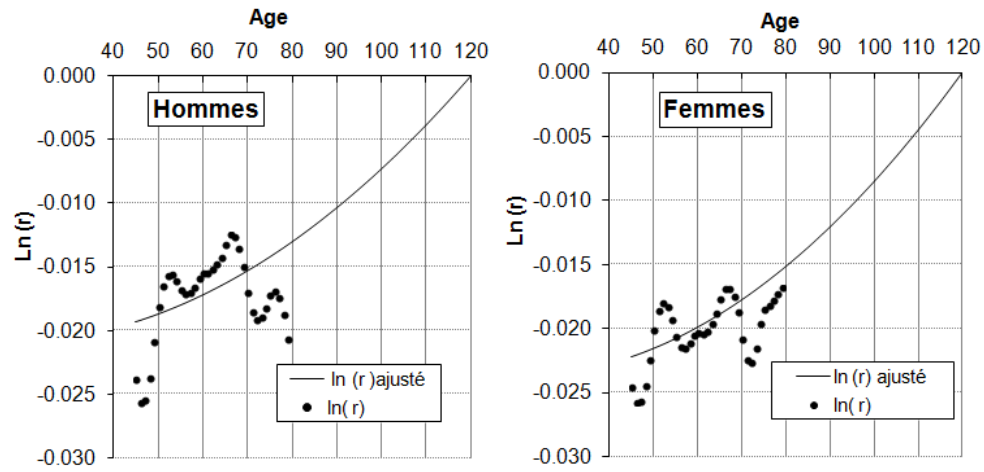


Figure 12: ajustement des rapports de réduction des taux de mortalité  
Source de données : calculés à partir des données ONS (ONS, 2001 ; 2016).

### 5.3 Calcul des taux d'amélioration de la mortalité

Les taux d'amélioration de la mortalité sont calculés sur la base des rapports de réduction des taux de mortalité ajustés :

$$TAM_x = 1 - \hat{r}_x$$

A partir de ces taux, l'échelle de projection de la mortalité est construite. Cette échelle est représentée en figure 13.

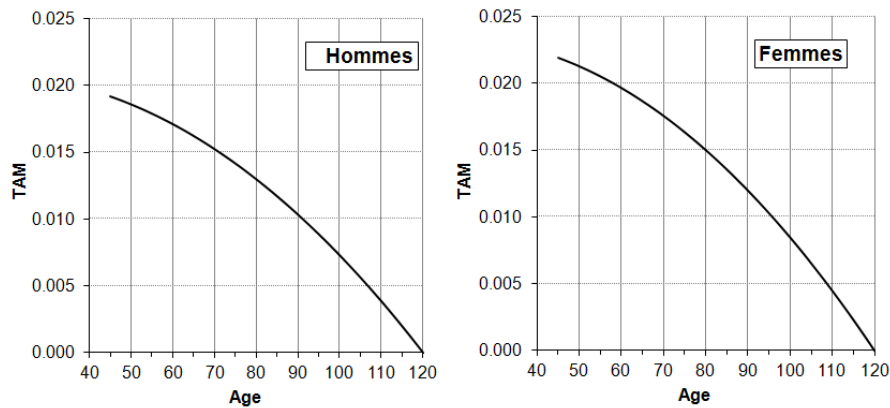


Figure 13: échelle de projection de la mortalité  
Source de données : calculés à partir des données ONS (ONS, 2001, 2016).

Globalement, la réduction des taux de mortalité est légèrement plus intense chez les femmes que chez les hommes, notamment aux âges les plus jeunes. Cet écart se réduit plus on avance dans l'âge. En d'autres termes, les femmes gagnent plus en espérance de vie comparativement aux hommes notamment aux jeunes âges.

#### 5.4 Projection de la mortalité des retraités

Les taux de mortalité projetés sont obtenus à partir de la table de mortalité de référence (année T) . On applique un facteur de projection, qui est en fonction des taux d'amélioration de la mortalité et de l'horizon de projection (année T+s). On aura la formule suivante (SOA, 1995):

$$q_{x, S+T} = (1 - TAM_x)^S \cdot q_{x,T}$$

$q_{x,T}$  : Quotient de mortalité à l'âge x et à l'année de base.

S : Période de projection.

$q_{x,T+S}$  : Quotient de mortalité projeté.

Pour la projection de la mortalité des retraités, on applique les taux d'amélioration de la mortalité obtenus sur la table construite (CNR 14-16) :

$$q_{x,2015+S} = (1 - TAM_x)^S \cdot q_{x,2015}$$

Ainsi, la projection des quotients de mortalité futurs est effectuée jusqu'à l'année 2050 et les surfaces de mortalité obtenues sont montrées dans la figure 14.



Figure 14: Surfaces de mortalité d'expérience projetées

#### 5.5 Amélioration de l'espérance de vie à 60 ans

Les taux de mortalité projetés permettent de déduire l'évolution future de l'espérance de vie à 60 ans de la population des retraités (figure 15).

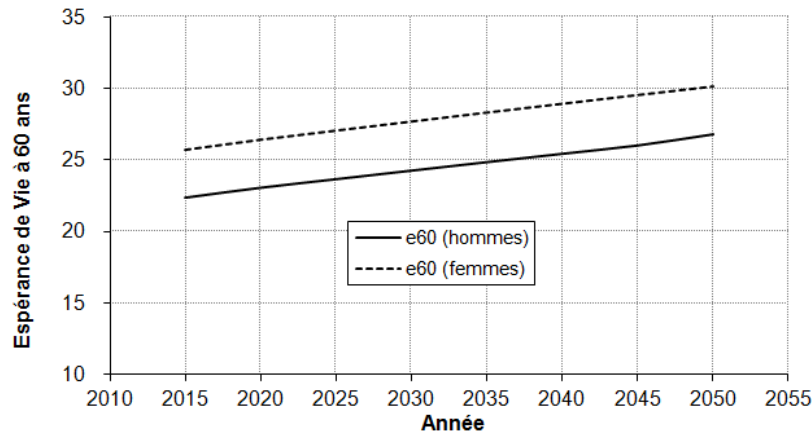


Figure 15: Evolution de l'espérance de vie à 60 ans des retraités

L'amélioration de la mortalité influe davantage sur la progression de l'espérance de vie. En 2020, l'amélioration de la mortalité se traduira par un gain de 0.7 ans en termes d'espérance de vie à 60 ans des femmes et des hommes par rapport à 2015. En 2030, une augmentation de 1.88 ans pour hommes et 1.97 ans pour femmes, sera enregistrée. En 2040, le gain en espérance de vie sera de 3.21 ans pour femmes et 3.05 ans pour hommes. L'espérance de vie atteindra 26.80 ans pour hommes et 30.15 ans pour femmes en 2050.

### 5.6 Comparaison aux résultats de la méthode de positionnement

Nous rappelons que l'objectif principal de ce travail est de proposer une méthode de projection des taux de mortalité de la population des retraités en Algérie, en tenant compte des contraintes liées à l'indisponibilité des données. Certains auteurs (Planchet, 2005) ont proposé de s'appuyer sur une référence externe, pour laquelle les données historiques sont disponibles sur une période relativement plus longue, afin de réaliser une projection robuste. L'idée était de calculer une régression entre les *Logit* des taux de mortalité d'expérience en fonction des *Logit* des taux de mortalité d'expérience. Nous obtenons comme résultat, des projections de la mortalité d'expérience, qui sont dérivées à partir de celles de la mortalité de référence.

Flici and Planchet (2016) ont appliqué cette idée, afin de projeter les taux de mortalités des retraités algériens. Ils se sont appuyés sur les projections faites à partir des données de la population globale. Bien que la méthode de CMI permette d'alléger significativement la procédure de projection, nous voudrions nous assurer que cette simplification n'est pas associée à une perte significative d'information. Pour cela, nous

avons comparé les courbes de mortalité obtenues à l'aide des deux méthodes aux horizons 2020 et 2050 (Figure 16).

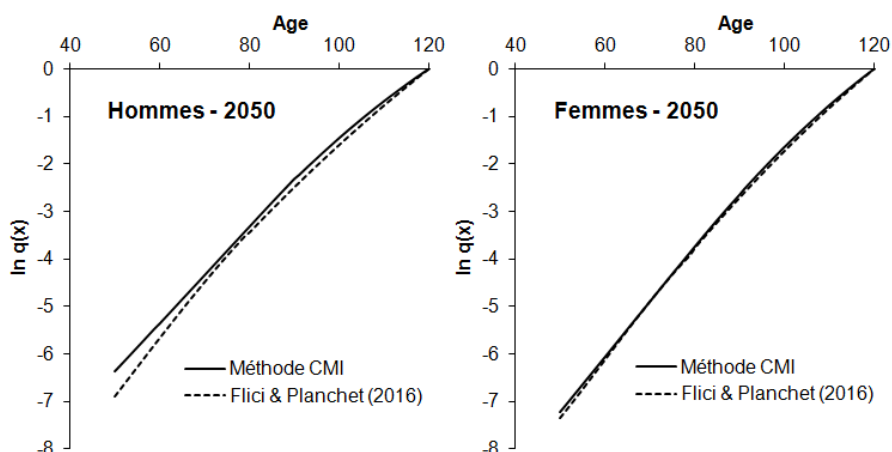


Figure 16: Courbes de mortalité projetées – Comparaison des résultats de la méthode CMI et les résultats de Flici and Planchet (2016)

La figure 16 montre qu'à l'horizon 2050, la méthode CMI conduira à des taux de mortalité masculine légèrement supérieurs à ceux obtenus par Flici and Planchet (2016). Quant aux taux féminins, les résultats obtenus avec les deux méthodes affichent une forte similarité. Ces écarts ne peuvent pas être uniquement imputés à la différence des méthodes de projection, mais aussi à la différence en termes de tables de mortalité utilisées comme référence. Nous rappelons que Flici and Planchet (2016) ont utilisé les données d'expérience de la période [2004- 2013], qu'ils ont ajusté en fonction des taux de mortalité de la population globale durant la même période. Dans le présent travail, nous avons construit une table de mortalité pour la période [2014-2016] à laquelle nous avons appliqué une échelle de projection construite sur la base d'évolution de la mortalité globale.

## 6. CONCLUSION

L'utilisation des tables de mortalité ,pour le pilotage des régimes de retraites et de rentes viagères, est d'une importance primordiale du fait qu'elles permettent de tenir compte du risque lié à la durée de survie des assurés. Ces tables doivent tenir compte de l'amélioration future en termes de longévité et des spécificités que présente la population des assurés comparativement à la population globale.



Pour le cas de l'Algérie, les données de mortalité de la population globale sont disponibles à partir de 1977. Elles sont publiées annuellement par l'office national des statistiques (l'ONS). Par contre, les données concernant la population des retraités sont disponibles pour des périodes relativement trop courtes. Compte tenu de la longueur de la série de données historiques, la projection des taux de mortalité de la population globale à l'aide des modèles stochastiques de mortalité peut devenir un exercice très basique.

L'utilisation des modèles stochastiques pour la projection de la mortalité d'expérience n'est pas censée aboutir à des résultats robustes. Flici and Planchet (2016) se sont penchés sur cette question et ont proposé des projections de la mortalité des retraités algériens en suivant la méthodologie de Planchet (2005). Cette méthode consiste à réaliser des projections de la mortalité de la population globale ; définir une régression entre les taux de mortalité d'expérience et ceux de la population globale, à fin de déduire les taux d'expérience projetés à partir des taux de référence.

Notre objectif dans le présent travail était de simplifier cette méthodologie de projection, en proposant une méthodologie inspirée de celle de la CMI (CMI, 1978). Cette dernière consiste en la construction d'une table d'expérience périodique et de calculer une échelle d'amélioration des taux de mortalité à partir de l'historique d'observation. Premièrement, une table de mortalité a été construite à partir des données des retraités de la CNR pour la période [2014-2016] (CNR 14-16). Faute de longueur et de stabilité des séries des données d'expérience, l'échelle de projection a été construite à partir des données de la population globale pour la période 2000-2015. L'échelle de projection ainsi obtenue a été appliquée à la table de référence CNR 14-16, pour déduire les taux de mortalité futurs. Cette procédure de projection suppose que l'amélioration future de la mortalité des retraités sera d'un rythme similaire à l'amélioration de la mortalité de la population globale.

La comparaison des tables de mortalité d'expérience construites suivant la méthodologie CMI aux tables de population globale (ONS, 2016) a fait ressortir que la mortalité des retraités de sexe féminin est sur-estimée par les tables de la population globale. De ce fait, l'utilisation de la table de l'ONS pour l'évaluation actuarielle des régimes de retraite devrait conduire à une sous-estimation des engagements de la CNR envers les retraités de sexe féminin. En revanche, aucune différence significative n'est observée pour les hommes en comparant les tables d'expériences à celle de la population globale.

De l'autre coté, les résultats de projections (2016-2050) des espérances de vie à 50 ans ont montré qu'il existe une différence non significative par rapport aux résultats obtenus par Flici and Planchet (2016). A titre d'exemple; l'écart entre l'espérance de vie à 50 ans entre les deux tables est de 1.6 ans pour les hommes et de 0.6 ans pour les femmes en 2050. Au vu de la similarité de ces résultats, l'utilisation de la méthodologie CMI réduit la procédure de projection au simple fait de construire une table de mortalité périodique et lui appliquer une échelle de projection construite sur la base de l'amélioration récente.

## 7. BIBLIOGRAPHIE

AKAIKE, H. (1973) « *Information Theory And An Extension Of The Maximum Likelihood Principle* », Second International Symposium On Information Theory, Ed. By B. Petroc And F. Csake. Budapest: Akademiai Kiado, 267281.

BOVENBERG, A. I., And VAN EWIK, C. (2011) « Designing the pension system: Conceptual framework ». *Netspar Discussion Paper*, Tilburg, Netherlands :Netspar.

BURNHAM, K. P. and ANDERSON, D. R. (2002) « *Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach* », Springer-Verlag Editions, 2<sup>nd</sup> Eds.

CAIRNS, A.J.G., BLAKE, D.P., and DOWD, K. (2006) « A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty: theory and calibration ». *Journal Of Risk And Insurance*, Vol. 73: 687-718.

CAIRNS, A. J. G., BLAKE, D., DOWD, K., COUGHLAN, G. and EPSTEIN, D. (2009) « A Quantitative Comparison Of Stochastic Mortality Models Using Data From England & Wales and The United States ». *North American Actuarial Journal*, Vol. 13 (1): 1-35.

CONTINUONS MORTALITY INVESTIGATION CMI. (1978) « Proposed Standard Tables For Life Office ». *Rapport N° 3, Institute Of Actuaries And Faculty Of Actuaries*.

CONTINUONS MORTALITY INVESTIGATION CMI. (2004). « Projecting future : A discussion paper ». *Continuons Mortality Investigation, Mortality Sub-Comitee*. Working Papers, N° 3.

CONSEIL NATIONAL DES ASSURANCES CNA. (2004) « Assurance Vie : elaboration d'une table de mortalité Algérienne ». <http://www.cna.dz/documentation/travaux-du-cna/etudes/table-de-mortalite>

CURRIE, I.D. (2006) « Smoothing and forecasting mortality rates with P-splines ». Talk given at The Institute of Actuaries (2006).

<http://www.macs.hw.ac.uk/~iain/research/talks/Mortality.pdf>

DENUIT, M. and GODERNIAUX, A. (2005) « Closing and projecting life tables using log-linear models ». *Bulletin de l'Association Suisse Des Actuaires*, Vol. 1: 29-49.

FLICI, F. (2016-A) « Provisionnement des rentes viagères en algérie entre approche statique et approche prospective ». *Bulletin Français D'actuariat*, Vol. 16 (31): 5-40.

FLICI, F. (2016-B) « Closing-Out the Algerian life tables: for more accuracy and adequacy at old-ages », *presented in the International Association Of Actuaries/ Astin Colloquium*, Lisbon, Portugal.

FLICI, F. and HAMMOUDA, N.E. (2014) « Review of half century mortality changes in Algeria: 1962-2012 ». *Middle East Economic Association Conference*, Tlemcen, Algeria.

FLICI, F. et HAMMOUDA, N. E. (2016) « Analyse de la mortalité en Algérie a travers les résultats de l'enquête MICS IV ». *Rapport technique, Centre de Recherche en Economie Appliquée pour le Développement Cread*.

FLICI, F. and PLANCHET, F. (2016) « Construction of dynamic life table based on the Algeria retired population mortality experience », *Statistical and mathematical tools for actuarial sciences and finance Conference*, Université Paris-Dauphine, Paris.

GOMPERTZ, B. (1825) « On The Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode Of Determining the Value Of Life Contingencies ». *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Vol.115: 513–583.

HANSEN, E. (2007) « Least Squares Model Averaging By Bruce », *Econometrica*, Vol. 75: 1175–1189.

HELIGMAN, L. and POLLARD, J. (1980) « The Age Pattern Of Mortality ». *Journal of the Institute Of Actuaries*. Vol. 107: 49-80.

HYNDMAN, R. BOOTH, H. and YASMEEN, F. (2013) « Coherent mortality forecasting: the product-ratio method with functional time series models ». *Demography*, Vol. 50(1): 261-283.

CANADIAN INSTITUTE OF ACTUARIES (2014) « Canadian Pensioners' Mortality ». *Canadian Institute Of Actuaries, Pension Experience Subcommittee – Research Committee Final Report*. Document 214013. (February).

ILMARINEN, J. and TOUMI, K. (1992) « Work ability of aging workers ». *Scandinavian Journal of Work, Environment & Health*, Vol. 18 (2): 8-10.

KAMEGA, A. (2011) « Outils théoriques et opérationnels adaptés au contexte de l'assurance vie en Afrique subsaharienne francophone : analyse et mesure des risques liés à la mortalité ». *Thèse Doctorale. Université Claude Bernard - Lyon I, France.*

KANNISTO, V. (1992) « Presentation at a workshop on old-age mortality », *held at Odense University, Odense, (June).*

KIMBALL, A.W. (1960) « Estimation of mortality intensities in animal experiments ». *Biometrics*. Vol. 16(4): 505- 521.

KRUGER D. J., and POLANSKI.S. P. (2011) « Sex Difference In Mortality Rate Increased In China Following The Single Child Law ». *Letters in Evolutionary Behavioral Science*. Vol. 2: 1-4

LEBARBIER, E. Et MARY-HUARD, T. (2004) « Le critère BIC : fondements théoriques et interprétation », *Rapport De Recherche Rr-5315, Inria, Paris.*

LEE, R. and Carter, L. (1992) « Modeling and Forecasting U.S. Mortality ». *Journal Of The American Statistical Association*, Vol. 87 (419) : 659-671.

MAKEHAM, W.M. (1860) « On The Law Of Mortality And The Construction Of Annuity Tables ». *Journal of the Institute Of Actuaries*. Vol. 13: 301-310.

MERTON, R.C., BODIE, Z. and MARCUS, A.J. (1987) « Pension plan integration as insurance against social security risk ». *In Issues in pension economics, Bodie,Z.; Shoven, J.B. And Wise, D.A. eds.:* 147-172. University of Chicago Press. Usa.

ORGANISATION FOR ECONOMIC COOPERATION AND DEVELOPMENT OECD. (2005) « Pensions at a Glance: Public policies across OECD countries », *Oecd Publishing, 2005.*

OFFICE NATIONAL DES STATISTIQUES ONS. (2001) « Démographie Algérienne 2000 », N° 326, La Direction Technique chargée des statistiques de Population et de l'Emploi. Alger, Algérie.

OFFICE NATIONAL DES STATISTIQUES ONS. (2015) « Activité, Emploi & Chômage En Septembre 2015 », Série Statistique N° 726, La Direction Technique chargée des statistiques de Population et de l'Emploi. Alger, Algérie.

OFFICE NATIONAL DES STATISTIQUES ONS. (2016) « Démographie Algérienne 2015 », N° 740, La Direction Technique chargée des statistiques de Population et de l'Emploi. Alger, Algérie.

PLANCHET, F. (2005) « Tables de mortalité d'expérience pour des portefeuilles de rentiers ». *Note Méthodologique de l'Institut des Actuaire*s. France

PLANCHET, F. et KAMEGA, A. (2013) « Construction de tables de mortalité prospectives sur un groupe restreint : mesure du risque d'estimation ». *Bulletin Français d'Actuariat*, Vol. 13: 5 – 33.

RENSHAW, A.E. and HABERMAN, S. (2006). « A cohort-based extension of the Lee-Carter model for mortality reduction factors ». *Insurance: Mathematics And Economics*, Vol. 38 (3): 556-570.

SCHWARZ, G. (1978) « Estimating the dimension of a model » *The annals of statistics*, Vol. 6(2): 461-464.

SHROCK, H.S., SIEGEL, J.S. and Associates. (1993) « Interpolation: Selected General Methods. Readings In Population Research Methodology ». Vol. 1: Basic Tools. Social Development Center / UN Population Fund, Chicago, Pp. 548-572.

SOCIETY OF ACTUARIES SOA. (1995) «1994 Group annuity mortality table and 1994 Group annuity reserving table ». *Transactions of Society Of Actuaries*. Vol. 47.

WEIBULL, W. A. (1951) «A statistical distribution function of wide applicability », *Journal of Applied Mechanics*. Vol. 18:293-297.

WONG, M. K. (2015) « Problems Of PAYG Pension Scheme and Pension Reform, A note on overseas experience and international guidelines ». *Working Paper. Hong Kong Economy, Economic Analysis and Business Facilitation Unit*.