Microfundaments of a Monetary Policy Rule, Poole's Rule

Valdivia Coria, Joab Dan and Valdivia Coria, Daney David

31 April 2019

Microfundaments of a Monetary Policy Rule, Poole's Rule

Joab D. Valdivia Coria   Daney D. Valdivia Coria[1]

ABSTRACT

The monetary policy framework of many countries has been developed under an Inflation Targeting Framework, which is a fixed central bank interest rate. The well-known Taylor's Rule is the rule of monetary policy applied in empirical evidence for the mode of transmission mechanisms of the Central Bank. Microfoundations in Log-linear terms are consistent in line with Kranz (2015), however countries such as: China, Nigeria, Bolivia, Yemen, Suriname, among others, are in a different framework, control of the money supply (the IMF defines as Monetary Objective Aggregate). The MacCallum's Rule proposed in the 1980s would be more appropriate to describe the transmission mechanisms of monetary policy in this type of policy. But in the present investigation it is based on a monetary policy rule different from the conventional ones. Thanks to the contribution of William Poole in 1970, our Policy Rule explains that the money supply reacts to the behavior of five (5) variables: product gap, interest rate gap, observed interest rate, product expectations and inflation; for what we call this instrument the Poole's Rule. Through a Dynamic Stochastic General Equilibrium Model (DSGE) we check if said rule is appropriate for economies under a different Inflation Targeting Framework.

JEL Classification: E51, E60, E61
Palabras Clave: Poole's Rule, Taylor's Rule, MacCallum's Rule, Dynamic Stochastic General Equilibrium Model (DSGE), Bayesian Estimation.

---

[1] This document expresses the exclusive point of view of the authors and not of the institutions to which they belong. E-mail address; joab_dan@hotmail.com ; ddvcecon@gmail.com

Microfundamentos de una Regla de Política Monetaria, Regla de Poole

Joab D. Valdivia Coria   Daney D. Valdivia Coria[2]

RESUMEN

El marco de la política monetaria de muchos países se desarrolla bajo un esquema de metas de inflación (*Inflation Targeting Framework*), lo cual plantea que un banco central fija la tasa de interés. La conocida Regla de Taylor, es la regla de política monetaria aplicado en la evidencia empírica para la modelación de mecanismos de transmisión de un Banco Central. Los microfundamentos en términos Log-lineales son consistentes en línea con Kranz (2015), sin embargo países como: China, Nigeria, Bolivia, Yemen, Suriname, entre otros, se encuentran bajo un marco distinto, control de la oferta monetaria (el FMI lo define como *Monetary Aggregate Target*). La Regla de MacCallum propuesta en los 80´s sería la más apropiada para describir los mecanismos de transmisión de la política monetaria en este tipo de economías. Pero en la presente investigación se optó por fundamentar una regla de política monetaria distinta a las convencionales. Gracias al aporte de William Poole en 1970, nuestra Regla de Política explica que la oferta monetaria reacciona al comportamiento de cinco (5) variables: brecha del producto, brecha de la tasa de interés, tasa de interés observada, expectativas del producto y de la inflación; por lo cual denominamos a este instrumento la Regla de Poole. A través de un Modelo de Equilibrio General Dinámico Estocástico (*DSGE*) comprobamos si dicha regla es apropiada para economías bajo un esquema diferente de *Inflation Targeting Framework*.

Clasificación JEL: E51, E60, E61
Palabras Clave: Regla de Poole, Regla de Taylor, Regla de MacCallum, Modelo de Equilibrio General Dinámico Estocástico (*DSGE*), Estimación Bayesiana.

[2] Este documento expresa el punto de vista exclusivo de los autores y no así de las instituciones a las que pertenecen. Correos electrónicos: joab_dan@hotmail.com; ddvcecon@gmail.com

Introducción

La aplicación de la famosa Regla de Taylor para la modelación de la política monetaria es un consenso actual en muchos Bancos Centrales. La autoridad monetaria que adopta este esquema fija la tasa de interés (*Inflation Targeting Framework*, se denomina tasa de política monetaria) para generar estabilidad en el nivel de precios y controlar las fluctuaciones de la brecha del producto. Sin embargo, existen países que se clasificaban de distinta manera, *Monetary Aggregate Target*, según el Fondo Monetario Internacional, la modelación de este esquema en muchas investigaciones la realizan a través de la Regla de MacCallum, pero dicho instrumento no resulta en la factibilidad de caracterizar hechos estilizados en los mecanismos de transmisión.

En la presente investigación se desarrolla los fundamentos de una regla de política monetaria no convencional para el contexto actual, Regla de Poole. Esta propuesta fue diseñada por William Poole en 1970, posterior a ese año muchas investigaciones hasta finales de los 80´s comprobaron la postura del autor, Turnovsky (1975), Woglom (1979), Yoshikawa (1981), Cazoneri et al. (1983), Daniel (1986) y Fair (1987) comprueban la efectividad de dicha regla, en aquella época la denominan "Una combinación, entre control de la *stock* de dinero y fijación de tasas". El rol predominante de la estimación de los parámetros de esa regla determina la efectividad de la misma. La ecuación encontrada postula que la autoridad monetaria debe fijar el *stock* de dinero (oferta monetaria) en función a cinco variables clave: brecha del producto, brecha de la tasa de interés, tasa de interés observada, expectativas del producto y de la inflación. Para validar su efectividad se construyó un Modelo de Equilibrio General Dinámico Estocástico (*DSGE*[3]) para una economía pequeña y cerrada. Los resultados son prometedores, porque el ejercicio realizado si captura hechos estilizados de una economía bajo un esquema de control de oferta monetaria y la estimación de los parámetros fue relevante para confirmar la efectividad de la Regla de Poole; una política monetaria expansiva (*shocks* de oferta monetaria) bajo esta regla tiene efectos positivos en el sector real además que controla las presiones inflacionarias, canalizado por un efecto indirecto (tasa de interés).

En contraste, la ponderación de la función de pérdida de un Banco Central prevalece en la construcción del modelo y cuanto mayor sea el valor de dicho parámetro la autoridad monetaria puede incentivar más el crecimiento económico, controlar las presiones inflacionarias provenientes de *shocks* idiosincráticos de la Nueva Curva de Phillips Keynesiana y estabilizar las expectativas de los hogares.

El documento está organizado del siguiente modo: I) Revisión de literatura, II) Microfundamentos de una Regla de Política Monetaria, Control de la Oferta Monetaria, III) Un simple ejercicio y IV) Conclusiones.

[3] Se empleará las siglas en ingles que se refiere a *Dynamic Stochastic General Equilibrium*.

I) Revisión de Literatura

Entre los años 60´s y finales de los 80´s, en la academia existía un debate sobre el uso del instrumento óptimo de la autoridad monetaria, la fijación de la tasa de interés o el control de la oferta monetaria. La investigación *mainstream* en aquella época fue de William Poole (1970), el cual desarrolló un modelo desde la óptica del conocido modelo IS-LM en un contexto estocástico. La investigación abarca el *"target problem*[4]*"*, si la autoridad monetaria puede operar a través de cambios en la tasa de interés o cambios de la oferta monetaria (el autor lo define como *stock* de dinero), por tanto la autoridad monetaria debe escoger un solo instrumento de política. Dependiendo del valor de los parámetros del modelo, Poole indica que un instrumento es superior a otro o viceversa, en el acápite IV de su investigación surge la propuesta de una combinación de ambos instrumentos (fijación de tasa de interés y control del *stock* de dinero), en este contexto, no valdría la pena la evaluación de los parámetros.

La función objetivo que asume para la perdida mínima del nivel deseado del producto es cuadrática, esto es, la variación del producto con respecto al natural[5]. La evidencia empírica de la posición de Poole lo realiza Stephen Turnovsky (1975), confirmando la postura en relación a los parámetros, el valor de los mismos ayuda a la autoridad monetaria a escoger un instrumento sobre el otro, afirmando que bajo incertidumbre, la oferta monetaria óptima es procíclica al *stock* de dinero. Cuando la oferta de dinero afecta a los gastos reales de manera indirecta a través de la tasa de interés, la dominancia del instrumento en tasas es la apropiada.

En 1981, Hiroshi Yoshikawa de igual manera estudia la decisión de la autoridad monetaria de escoger un instrumento óptimo, control de la oferta monetaria, un resultado primordial se refiere al valor que puede asumir la elasticidad de la Demanda por Dinero respecto a la tasa de interés, la estabilidad del equilibrio de su modelo dinámico estocástico dependerá del valor que asume dicha elasticidad. Yoshikawa señala que bajo incertidumbre el objetivo de la política monetaria es adaptarse a *shocks,* cambiando la tasa de crecimiento del dinero y hacer que la variación de la tasa de interés sea independiente de la elasticidad de la demanda por dinero. Bajo esta premisa, la inestabilidad instrumental de la variación de la oferta de dinero es posible, mientras que su media debe converger a una tasa constante.

Por su parte, Ray Fair (1987) realiza la siguiente pregunta en relación al modelo de Poole, … "¿Son las varianzas, covarianzas y parámetros en el modelo lo que favorece el uso de un instrumento sobre el otro, en específico la tasa de interés sobre la oferta monetaria? La respuesta (resultados), develan que ambos instrumentos son óptimos en términos de disminuir la varianza del Producto Nacional Bruto, a pesar que la Reserva Federal prefiere el uso de la tasa de interés como instrumento.

Por otro lado, Bennett MacCallum en 1984 propone una regla de política monetaria bajo la primicia que si existe un crecimiento constante del *stock* de dinero se prevé

---

[4] El autor realiza una discusión sobre los términos *"target"* o *"goal"*. Dicho de otro modo, la política económica debe realizar ajustes a los instrumentos para influir en las variables *"target"* o *"goal"*. También considera los instrumentos intermedios o próximos como ser la tasa de descuento, las operaciones de mercado abierto, el encaje, entre otros. En el documento señala que el *stock* de dinero puede establecerse exactamente en el nivel deseado, entonces el stock de dinero también puede llamarse un instrumento de política monetaria en lugar de un objetivo próximo.

[5] En el mismo documento indica que esta función se plantea en el libro "*Optimal Decisión Rules for Government and Industry*" de Henry Theil.

un buen desempeño macroeconómico, pudiendo mejorar los resultados con la ampliación de una regla que ajusta los intervalos del *stock* monetario en función de las fluctuaciones del PIB para alcanzar una senda deseada de dicha variable (este *target* es no inflacionario), este instrumento (regla) es actividad y no discrecional. MacCallum en esta investigación y posteriores a ella en 1987, 1988, 1993, 1999, entre otras, emplea como variable *proxi* al *stock* de dinero los agregados monetarios M1 o M2. En específico en 1993, la aplicación de esta regla la realiza para la economía japonesa, a través de un modelo de Vectores Autoregresivos (VAR) con características Keynesianas, demostró que empleando este instrumento no discrecional el PIB puede mantenerse cerca de su *target*.

Betty Daniel (1986) rememorando a Poole (1970), analiza si la autoridad monetaria debe emplear un instrumento en específico, tasa de interés u oferta de dinero; en otras palabras argumenta si el Banco Central al hacer uso de algún instrumento; la tasa de interés, algún agregado monetario o una combinación de ambos es apropiado para estabilizar el producto con relación al natural, ella propone que las reglas de política monetaria deben permitir desviaciones temporales de la senda de provisión de dinero a largo plazo para compensar los errores de pronósticos de la tasa interés. Independientemente de la combinación de la oferta monetaria y el objetivo de la tasa de interés en "t", se espera que la oferta monetaria vuelva a su trayectoria de crecimiento preestablecida para el próximo período "$t + 1$". Confirmando la teoría de Poole en presencia de *shocks* por parte de la curva LM, la estabilización de la tasa de interés real es el mejor instrumento para el pronóstico de inflación, sin embargo si los *shocks* provienen de la oferta agregada, fijar una tasa de interés para estabilizar el producto entorno al *target* no es óptimo. Finalmente, concluye demostrando que si la autoridad monetaria no tiene conocimiento de la procedencia de los *shocks*, una regla en tasas no será un instrumento estabilizador del producto.

Gracias a John Taylor (1993) y su artículo *mainstream* en relación a la discrecionalidad o el uso de una regla de política monetaria, el mecanismo de transmisión que hoy en día muchas investigaciones emplean es la tasa de interés como una variable que estabiliza el producto respecto a su *target* y reacciona a las presiones inflacionarias del mercado.

II) Microfundamentos de una Regla de Política Monetaria, Control de la Oferta Monetaria

En el acápite anterior, evidenciamos la dualidad sobre el uso de un instrumento de política monetaria, la fijación de la tasa de interés (Regla de Taylor) o el control de la oferta monetaria (Regla de MacCallum). Bajo el precepto actual de los *DSGE*, pretendemos proporcionar a la literatura microfundamentos de una regla de política monetaria ligeramente diferente a las conocidas, en línea con Kranz (2015) las variables serán expresadas en términos Log-lineales.

La forma típica para hallar una Regla de Taylor óptima es la minimización de una función de pérdida cuadrática, esta función fue planteada por Henri Theil en 1964. Poole (1970) adopta esta función como $L = E\left(Y - Y_f\right)^2$ donde "$Y - Y_f$", son las desviaciones del producto respecto al deseado (natural). Esto formula que no necesariamente este tipo de función, es exclusiva para determinar una regla de política monetaria óptima en tasas.

Desde la óptica Nueva Keynesiana con rigideces de precios à la Calvo, la regla de un Banco Central se derivará de minimizar la función de pérdida descontada en todos los periodos.

$$\underset{\tilde{\pi},\ \tilde{x}}{\operatorname{Min}} E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \Omega^t [(\tilde{\pi}_t - \tilde{\pi}^*)^2 + \Theta \tilde{x}_t^2] \right\} \tag{1}$$

Donde, $\tilde{x}_t$ es la brecha del producto, $\tilde{\pi}_t$ es la inflación observada y $\tilde{\pi}^*$es la inflación objetivo. Se asumirá que $\tilde{\pi}^* = 0$, porque no cambia la esencia de la obtención de la regla de política monetaria. Por su parte, el parámetro Θ es *weighting factor*[6] y Ω^tes la tasa subjetiva de descuento de la autoridad monetaria. Las restricciones a este problema de minimización serán la Curva de Phillips Nueva Keynesiana (*NKPC*[7]), la ecuación IS y la Demanda por Dinero microfundadas, todas expresadas entorno a su estado estacionario (Log-lineales).

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \kappa \widetilde{mc}_t \tag{2}$$

$$\tilde{Y}_t = E_t \tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(\tilde{\imath}_t - E_t \tilde{\pi}_{t+1}) \tag{3}$$

$$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M} \tilde{C}_t - \frac{\beta}{\sigma^M} \tilde{\imath}_t \tag{4}$$

Cabe señalar que el costo marginal "$\widetilde{mc}_t$" es una aproximación de la brecha del producto, en un modelo con dos (2) factores de producción capital (K_t) y trabajo (N_t), esta variable esta determina por:

---

[6] No existe una traducción exacta de este término, sin embargo Jose De Gregorio lo expresa como la aversión a las desviaciones del producto respecto de las desviaciones de la inflación.
[7] New Keynesian Phillips Curve.

$$\widetilde{mc}_t = \frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta\alpha}\left[\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f\right] + \frac{\alpha(1+\eta)}{1+\eta\alpha}\left[\tilde{Z}_t - \tilde{Z}_t^f\right] \tag{5}$$

Donde "$\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f$" es la brecha del producto ($\tilde{x}_t$), en línea con Poole (1970) esto expresa las desviaciones del producto respecto al deseado (natural). El término "$\tilde{Z}_t - \tilde{Z}_t^f$", es la brecha de la productividad marginal del capital con relación al natural, si esto es así, cabe duda sobre la relación de la tasa de interés con dicha variable. Metzler (1950) indica que no necesariamente la productividad marginal del capital "Z_t" será igual a la tasa de interés debido a:

$$PMgK \equiv Z_t = \frac{Valor\ del\ incremento\ de\ la\ producción}{Incremento\ del\ Capital}$$

$$i_t = \frac{Valor\ del\ incremento\ de\ la\ producción}{Capital\ utilizado\ en\ la\ ampliación\ del\ periodo\ de\ producción}$$

Esto quiere decir, que el precio del capital será mayor a la tasa de interés $Z_t > i_t$[8], en los modelos de Ciclos Reales (*RBC*[9]) los cuales suponen flexibilidad de precios en estado estacionario el precio del capital es: $Z_{ss} = \frac{1}{\beta} - (1-\delta)$, análogamente la tasa interés en estado estacionario bajo la óptica de un *DSGE* con características nuevas Keynesianas es: $i_{ss} = \frac{1}{\beta} - 1$, por lo cual podemos expresar que "$Z_{ss} = i_{ss} + \delta$".

De manera que, obtenemos $Z_t = i_t - (1-\delta)$, Log-linelizando el término:

$$Z_{ss}\left(1+\tilde{Z}_t\right) = i_{ss}(1+\tilde{\imath}_t) - (1-\delta)$$

$$Z_{ss} + Z_{ss}\tilde{Z}_t = i_{ss} + i_{ss}\tilde{\imath}_t - (1-\delta)$$

$$Z_{ss}\tilde{Z}_t = i_{ss}\tilde{\imath}_t - 1$$

$$\left[\frac{1}{\beta} - (1-\delta)\right]\tilde{Z}_t = \left[\frac{1}{\beta} - 1\right]\tilde{\imath}_t - 1$$

$$\tilde{Z}_t = \frac{\left[\frac{1}{\beta} - 1\right]\tilde{\imath}_t}{\left[\frac{1}{\beta} - (1-\delta)\right]} - \frac{1}{\frac{1-\beta+\beta\delta}{\beta}} = \frac{\left[\frac{1-\beta}{\beta}\right]\tilde{\imath}_t}{\left[\frac{1-\beta+\beta\delta}{\beta}\right]} - \frac{\beta}{1-\beta+\beta\delta} = \left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t - \frac{\beta}{1-\beta(1-\delta)}$$

$$\tilde{Z}_t = \left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t - \frac{\beta}{1-\beta(1-\delta)} \tag{6}$$

De igual manera el precio o productividad del capital natural la definimos como:

$$\tilde{Z}_t^f = \left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t^f - \frac{\beta}{1-\beta(1-\delta)} \tag{7}$$

[8] En ambas igualdades el numerador es el mismo, sin embargo del denominador del precio del capital es ligeramente inferior a la tasa de interés.
[9] *Real Business Cycles.*

Donde "$\tilde{\imath}_t^f$" es la tasa de interés natural, este concepto fue introducido por Knut Wicksell (1898) en su trabajo *Interest and Prices,* Michael Woodford indica que esta variable "tasa de interés natural" es la de equilibrio cuando los salarios y precios son flexibles, dado los factores de producción actuales. Al respecto Woodford señala… "En opinión de Wicksell, la estabilidad de precios dependía de mantener la tasa de interés controlada por el Banco Central en línea con la tasa natural determinada por factores reales (como el producto marginal del capital)". Es decir que se debe controlar las tasas nominales para que fluctúen alrededor del natural para mantener una inflación estable y una brecha del producto no muy volátil[10].

Reemplazando las expresiones (6) y (7) en (5):

$$\widetilde{mc}_t = \frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta\alpha}\left[\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f\right] + \frac{\alpha(1+\eta)}{1+\eta\alpha}\left\{\left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t - \frac{\beta}{1-\beta(1-\delta)} - \left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t^f + \frac{\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right\}$$

$$\widetilde{mc}_t = \frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta\alpha}\left[\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f\right] + \frac{\alpha(1+\eta)}{1+\eta\alpha}\left\{\left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t - \left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t^f\right\} \qquad (8)$$

(8) en (2)

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\left\{\frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta\alpha}\left[\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f\right] + \frac{\alpha(1+\eta)}{1+\eta\alpha}\left\{\left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t - \left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t^f\right\}\right\}$$

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\left\{\frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta\alpha}\left[\tilde{x}_t\right] + \frac{\alpha(1+\eta)}{1+\eta\alpha}\left\{\left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t - \left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t^f\right\}\right\}$$

Por simplicidad se definirá los siguientes términos como:

$$\frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta\alpha} = \varphi$$

$$\frac{\alpha(1+\eta)}{1+\eta\alpha} = \gamma$$

$$\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)} = \varpi$$

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\left\{\varphi\tilde{x}_t + \gamma\varpi\tilde{\imath}_t - \gamma\varpi\tilde{\imath}_t^f\right\} \qquad (9)$$

Redefiniendo la IS microfundada[11] y cambiando la expresión de la Demanda por Dinero microfundada por $\tilde{C}_t \cong \tilde{Y}_t$:

$$\tilde{Y}_t = E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(\tilde{\imath}_t - E_t\tilde{\pi}_{t+1}\right)$$

[10] En el capítulo 4 (*A Neo-Wicksellian Framework*) del libro Michael Woodford "*Interest & Prices*", se observa la expresión (1.15) que corresponde a la desviación porcentual de la tasa de interés natural con respecto a su estado estacionario.

[11] La brecha del producto es $\tilde{x}_t = \tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f$

$$\tilde{x}_t + \tilde{Y}_t^f = E_t\tilde{x}_{t+1} + E_t\tilde{Y}_{t+1}^f - \frac{1}{\sigma}\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma}E_t\tilde{\pi}_{t+1} \tag{10}$$

$$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{Y}_t - \frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t$$

$$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\left(\tilde{x}_t + \tilde{Y}_t^f\right) - \frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t \tag{11}$$

Las restricciones que enfrenta el Banco Central son (9), (10) y (11). El lagrangiano para la autoridad monetaria será:

$$\mathcal{L} = E_t\sum_{t=0}^{\infty}\Omega^t\left\{\begin{array}{c}\tilde{\pi}_t^2 + \Theta\tilde{x}_t^2 - \chi_t\left[\tilde{x}_t + \tilde{Y}_t^f - E_t\tilde{x}_{t+1} - E_t\tilde{Y}_{t+1}^f + \frac{1}{\sigma}\tilde{\imath}_t - \frac{1}{\sigma}E_t\tilde{\pi}_{t+1}\right] \\ -\Phi_t\left[\tilde{\pi}_t - \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} - \kappa\varphi\tilde{x}_t - \kappa\gamma\varpi\tilde{\imath}_t + \kappa\gamma\varpi\tilde{\imath}_t^f\right] - \psi_t\left[\widetilde{m}_t - \frac{\sigma}{\sigma^M}\left(\tilde{x}_t + \tilde{Y}_t^f\right) - \frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t\right]\end{array}\right\}$$

Las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\tilde{\pi}_t} \qquad 2\tilde{\pi}_t - \Phi_t = 0 \tag{i}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\tilde{x}_t} \qquad 2\Theta\tilde{x}_t - \chi_t + \Phi_t\kappa\varphi + \psi_t\frac{\sigma}{\sigma^M} = 0 \tag{ii}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\tilde{\imath}_t} \qquad -\frac{\chi_t}{\sigma} + \Phi_t\kappa\gamma\varpi + \psi_t\frac{\beta}{\sigma^M} = 0 \tag{iii}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\widetilde{m}_t} \qquad -\psi_t = 0 \tag{iv}$$

De la condición (iv) se iguala a cero debido a que la pérdida minimizada no cambiará si la curva IS microfundada se desplaza. Como el mecanismo del Banco Central puede contrarrestar este movimiento restableciendo la tasa de interés a través de cambios de $\widetilde{m}_t$, si combinamos (i), (ii) y (iii) obtenemos:

$$\Phi_t\kappa\gamma\varpi\sigma = \chi_t$$

$$2\Theta\tilde{x}_t - \Phi_t\kappa\gamma\varpi\sigma + \Phi_t\kappa\varphi = 0 \quad \rightarrow \quad 2\Theta\tilde{x}_t + \Phi_t\kappa(\varphi - \gamma\varpi\sigma) = 0$$

$$-\frac{2\Theta}{\kappa(\varphi - \gamma\varpi\sigma)}\tilde{x}_t = \Phi_t \tag{v}$$

(v) en (i):

$$2\tilde{\pi}_t = -\frac{2\Theta}{\kappa(\varphi - \gamma\varpi\sigma)}\tilde{x}_t$$

$$\tilde{\pi}_t = -\frac{\Theta}{\kappa(\varphi - \gamma\varpi\sigma)}\tilde{x}_t \quad o \quad \tilde{x}_t = -\frac{\tilde{\pi}_t[\kappa(\varphi - \gamma\varpi\sigma)]}{\Theta} \tag{vi}$$

Redefinimos la expresión $\kappa(\varphi - \gamma\varpi\sigma) = \varrho$, obteniendo en la curva de Phillips:

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\left\{\varphi\tilde{x}_t + \gamma\varpi\tilde{\imath}_t - \gamma\varpi\tilde{\imath}_t^f\right\}$$

$$-\frac{\Theta\tilde{x}_t}{\varrho} = \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\varphi\tilde{x}_t + \kappa\gamma\varpi\tilde{\imath}_t - \kappa\gamma\varpi\tilde{\imath}_t^f$$

$$0 = \tilde{x}_t\left[\frac{\varrho\kappa\varphi + \Theta}{\varrho}\right] + \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\gamma\varpi\left(\tilde{\imath}_t - \tilde{\imath}_t^f\right)$$

$$\tilde{x}_t = -\left[\frac{\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} - \frac{\varrho\kappa\gamma\varpi}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\left(\tilde{\imath}_t - \tilde{\imath}_t^f\right) \qquad \text{(vii)}$$

Reescribiendo la ecuación de Demanda por Dinero en función del producto natural.

$$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\left(\tilde{x}_t + \tilde{Y}_t^f\right) - \frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t$$

$$\widetilde{m}_t - \frac{\sigma}{\sigma^M}\left(\tilde{x}_t + \tilde{Y}_t^f\right) + \frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t = 0$$

$$\widetilde{m}_t - \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{x}_t + \frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{Y}_t^f$$

$$\tilde{Y}_t^f = \frac{\sigma^M}{\sigma}\left[\widetilde{m}_t + \frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t\right] - \tilde{x}_t \qquad \text{(viii)}$$

Los términos (vii) y (viii) incluyendolas en la curva IS microfundada logramos obtener una la regla de política monetaria[12].

$$\tilde{x}_t + \tilde{Y}_t^f = E_t\tilde{x}_{t+1} + E_t\tilde{Y}_{t+1}^f - \frac{1}{\sigma}\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma}E_t\tilde{\pi}_{t+1}$$

$$-\left[\frac{\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} - \frac{\varrho\kappa\gamma\varpi}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\left(\tilde{\imath}_t - \tilde{\imath}_t^f\right) + \frac{\sigma^M}{\sigma}\widetilde{m}_t + \frac{\sigma^M}{\sigma}\frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t - \tilde{x}_t = E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma}E_t\tilde{\pi}_{t+1}$$

$$\frac{\sigma^M}{\sigma}\widetilde{m}_t - \tilde{x}_t = E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma}E_t\tilde{\pi}_{t+1} - \frac{\beta}{\sigma}\tilde{\imath}_t + \left[\frac{\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\varrho\kappa\gamma\varpi}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\left(\tilde{\imath}_t - \tilde{\imath}_t^f\right)$$

$$\sigma^M\widetilde{m}_t - \sigma\tilde{x}_t = \sigma E_t\tilde{Y}_{t+1} - \tilde{\imath}_t + E_t\tilde{\pi}_{t+1} - \beta\tilde{\imath}_t + \left[\frac{\sigma\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\sigma\varrho\kappa\gamma\varpi}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\left(\tilde{\imath}_t - \tilde{\imath}_t^f\right)$$

$$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t(1+\beta) + \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{x}_t + E_t\tilde{\pi}_{t+1}\frac{1}{\sigma^M}\left[1 + \frac{\sigma\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right] + \frac{\sigma\varrho\kappa\gamma\varpi}{\sigma^M[\varrho\kappa\varphi + \Theta]}\left(\tilde{\imath}_t - \tilde{\imath}_t^f\right)$$

Definiendo la brecha de la tasa de interés como $\tilde{x}_t^i = \tilde{\imath}_t - \tilde{\imath}_t^f$

$$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{x}_t + \frac{\sigma}{\sigma^M}E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma^M}(1+\beta)\,\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma^M}\left[1 + \frac{\sigma\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\sigma\varrho\kappa\gamma\varpi}{\sigma^M[\varrho\kappa\varphi + \Theta]}\left(\tilde{x}_t^i\right) \qquad (12)$$

La expresión (12), constituyenuestra regla de política monetaria, similar a la planteada por McCallum; sin embargo la oferta por dinero en este caso responde no solo a las expectativas de la actividad PIB ($\tilde{Y}_t$) y la inflación ($\tilde{\pi}_t$), además de ello reacciona a la brecha del producto ($\tilde{x}_t$), la tasa de interés ($\tilde{\imath}_t$) y a la brecha de la tasa de interés, es decir, la autoridad monetaria observa de las deviaciones de la tasa de

[12] Manteniendo la expresión de $\tilde{Y}_{t+1} = \tilde{x}_{t+1} + \tilde{Y}_{t+1}^f$

interés respecto al nivel natural ($\tilde{x}_t^i$). Como se mencionó anteriormente, Woodford señala… "En opinión de Wicksell, la estabilidad de precios dependía de ***mantener* la tasa de interés controlada por el Banco Central en línea con la tasa natural** determinada por factores reales (como el producto marginal del capital)"

De tal forma que, en línea con Woodford por mantener la tasa de interés entorno a su nivel natural y en base a los hallazgos de Poole (1970)[13], esta regla más allá de tener similitudes con la Regla de McCallum en agregados se puede definir como una Regla de Poole en honor Willam Poole, por su trabajo en mayo de 1970.

[13] En su acápite IV "*The Combination Policy*" la expresión (16), muestra una combinación de lo que él define como la tasa de interés de política pura y un *stock* de dinero de política puro, asumiendo valores de ciertos parámetros indica que la **combinación de políticas es superior** que los instrumentos individuales, fijación en tasa de interés y control del *stock* de dinero. El planteamiento se define como: $c_0 M = c_1^* + c_2^* r$. Donde c_1^* y c_2^* depende al mismo tiempo de la elasticidad de la demanda por dinero, del producto natural y de otros parámetros de interés.

III) Un simple ejercicio

Para constatar la viabilidad de esta regla de política monetaria se evaluará en un modelo *DSGE* con rigidez de precios à la Calvo para una economía pequeña y cerrada. Como lo señalan Poole (1970), Turnovsky (1975), Yoshikawa (1981), Daniel (1986) y Fair (1987), el valor de los parámetros determina la viabilidad del instrumento, por tal motivo se realizará una estimación bayesiana de algunos parámetros.

Hogares

Existe un continuo de hogares indexados por j en una economía. Cada uno maximiza una función de utilidad, eligiendo una senda óptima de consumo real (C_t), oferta laboral (N_t) y demanda por dinero en saldos reales (M_t/P_t)[14].

$$\max_{C_t,\, N_t,\, B_{t+1},\, M_t} E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \zeta \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \gamma^m \frac{\left(\frac{M}{P}\right)_t^{1-\sigma^M}}{1-\sigma^M} \right] \right\}$$

Donde $\beta \epsilon (0,1)$ es la tasa subjetiva de descuento, σ es el coeficiente de aversión al riesgo de los hogares o la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo, η es la inversa de la elasticidad de la oferta laboral de Frish (elasticidad del trabajo con respecto al salario real) y σ^M es la inversa de la elasticidad de la demanda por dinero con respecto a la tasa de interés[15]. La inserción de los saldos reales en la función de utilidad instantánea se debe a Sidrauski (1967), conocida como *Money in The Utility Function (MIU).*

Para que exista una condición óptima en el comportamiento del agente representativo, la restricción que enfrenta $\forall t$ es descrita como:

$$P_t C_t + B_{t+1} + M_t - M_{t-1} = W_t N_t + \Pi_t + (1 + i_{t-1})\, B_t$$

Donde P_t es una agregación de los precios en la economía, M_t es la cantidad de dinero nominal en t, B_t son activos financieros del hogar que paga un rendimiento i, tasa de interés nominal en $t-1$ y W_t es el salario nominal.

El lagrangiano a resolver del hogar representativo es:

[14] La agregación del consumo, oferta laboral y de la demanda por dinero en saldos reales, inserta en la función de utilidad de los hogares indexados en esta economía es: $C_t = \left(\int_0^1 C_{t,j}^{\frac{\varepsilon^C - 1}{\varepsilon^C}} dj \right)^{\frac{\varepsilon^C}{\varepsilon^C - 1}}$; $N_t = \left(\int_0^1 N_{t,j}^{\frac{\varepsilon^N - 1}{\varepsilon^N}} dj \right)^{\frac{\varepsilon^N}{\varepsilon^N - 1}}$ y $(M/P)_t = \left(\int_0^1 (M/P)_{t,j}^{\frac{\varepsilon^{(M/P)} - 1}{\varepsilon^{(M/P)}}} dj \right)^{\frac{\varepsilon^{(M/P)}}{\varepsilon^{(M/P)} - 1}}$, respectivamente. ε^C,ε^Ny $\varepsilon^{(M/P)}$ son elasticidades de sustitución: del set de la canasta de consumo de los hogares, entre todos los diferentes trabajos en el mercado laboral y de la preferencia de los saldos reales.

[15] El parámetro $\gamma^m > 0$ y ζ es la valoración de los hogares que asigna al ocio en función de su utilidad.

$$\mathcal{L} = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{c} \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \zeta \frac{N_t^{1+\eta}}{1+\eta} + \gamma^m \frac{\left(\frac{M}{P}\right)_t^{1-\sigma^M}}{1-\sigma^M} \right] + \\ \lambda_t [W_t N_t + \Pi_t + (1+i_{t-1})\, B_t - P_t C_t - B_{t+1} - M_t + M_{t-1}] \end{array} \right\}$$

Las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} \qquad C_t^{-\sigma} = \lambda_t P_t \implies \lambda_t = \frac{C_t^{-\sigma}}{P_t};\ \forall t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} \qquad \zeta N_t^{\eta} = \lambda_t W_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{t+1}} \qquad -\lambda_t + \beta E_t \lambda_{t+1}(1+i_t) = 0 \implies \lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1}(1+i_t)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M_t} \qquad \gamma^m M_t^{-\sigma^M} \left(\frac{1}{P}\right)_t^{1-\sigma^M} - \lambda_t + \beta E_t \lambda_{t+1} = 0 \implies \gamma^m \left(\frac{M}{P}\right)_t^{-\sigma^M} \frac{1}{P_t} = \lambda_t - \beta E_t \lambda_{t+1}$$

Reduciendo las expresiones anteriores se obtiene:

$$\zeta N_t^{\eta} = \frac{W_t}{P_t} C_t^{-\sigma}$$

$$\zeta N_t^{\eta} = w_t C_t^{-\sigma} \tag{13}$$

Definiremos $w_t = {W_t}/{P_t}$, como el salario real. Para la obtención de la ecuación de Euler reemplazamos λ_t en la derivada con respecto a los activos financieros.

$$C_t^{-\sigma} = \beta E_t C_{t+1}^{-\sigma} (1+i_t) \frac{P_t}{P_{t+1}}$$

$$C_t^{-\sigma} = \beta E_t C_{t+1}^{-\sigma} \frac{(1+i_t)}{(1+\pi_{t+1})} \tag{14}$$

La expresión $\frac{(1+i_t)}{(1+\pi_{t+1})}$, converge a "$(1+R_t)$", conocida como la ecuación de Fisher, donde R_t es la tasa de interés real; por su parte, la Demanda por Dinero con microfundamentos se obtiene por la sustitución de λ_t y de la igualdad $\frac{C_t^{-\sigma}}{(1+i_t)} = \beta E_t C_{t+1}^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}}$.

$$\gamma^m \left(\frac{M}{P}\right)_t^{-\sigma^M} \frac{1}{P_t} = \frac{C_t^{-\sigma}}{P_t} - \beta E_t \frac{C_{t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1}}$$

$$\gamma^m \left(\frac{M}{P}\right)_t^{-\sigma^M} = C_t^{-\sigma} - \beta E_t C_{t+1}^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}}$$

$$\gamma^m \left(\frac{M}{P}\right)_t^{-\sigma^M} = C_t^{-\sigma} - \frac{C_t^{-\sigma}}{(1+i_t)}$$

$$\gamma^m \left(\frac{M}{P}\right)_t^{-\sigma^M} = C_t^{-\sigma} \frac{i_t}{(1+i_t)}$$

$$\gamma^m C_t^{\sigma} \frac{(1+i_t)}{i_t} = \left(\frac{M}{P}\right)_t^{\sigma^M}$$

$$m_t^{\sigma^M} = \gamma^m C_t^{\sigma} \frac{(1+i_t)}{i_t} \qquad (15)$$

Donde $m_t = \left(\frac{M}{P}\right)_t$ es la Demanda por Dinero en saldo reales. La secuencia de las restricciones presupuestarias $\Sigma_{t=0}^{\infty}$ satisface la condición de transversalidad $\lim_{t\to\infty} \beta^t \lambda_t B_{t+1} = 0$ cuando $B_{t+1} > 0$.

Firma productora de bienes intermedios

Se asume una firma productora intermedia de bienes con cierto poder de mercado para fijar precios[16]. Esta firma toma como dados los precios de factores de producción y a partir de ello determina el capital y trabajo óptimos para la minimización de costos.

$$\underset{\{N_t(j), K_t(j)\}}{\text{Min}} \; W_t N_{t,j} + Z_t K_{t,j}$$

La restricción que afronta en cada periodo es descrita por una función de producción Cobb Douglas $Y_{t,j} = A_t K_{t,j}^{\alpha} N_{t,j}^{1-\alpha}$. $Y_{t,j}$, es el PIB, $K_{t,j}^{\alpha}$ stock de capital, $N_{t,j}^{1-\alpha}$ demanda laboral y A_t es la Productividad total de Factores (PTF). El problema de minimización de costos a resolver de estas firmas es[17]:

$$\mathcal{L} = W_t N_{t,j} + Z_t K_{t,j} + \Xi_{t,j}\left(Y_{t,j} - A_t K_{t,j}^{\alpha} N_{t,j}^{1-\alpha}\right)$$

Donde $\frac{\Xi_{j,t}}{P_t} = mc_{j,t}$, es el Costo Marginal Real. Las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_{t,j}} \qquad W_t - (1-\alpha)\, \Xi_{t,j}\, A_t K_{t,j}^{\alpha} N_{t,j}^{-\alpha} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{t,j}} \qquad Z_t - \alpha\, \Xi_{t,j}\, A_t K_{t,j}^{\alpha-1} N_{t,j}^{1-\alpha} = 0$$

---

[16] Competencia Monopolística. Es un mercado con muchas firmas que producen de similar forma, pero los productos son heterogéneos y cuando nuevas firmas señalizan la entrada al mercado, esto causa una variedad en diferenciación tanto en calidad intrínseca de los productos, la localización de las firmas y el provisionamiento de servicios a otras industrias.

[17] La variedad de firmas existentes en la económica supone una indexación, por lo tanto en el agregado se tiene $Y_t = \left(\int_0^1 Y_{t,j}^{\frac{\varepsilon^Y-1}{\varepsilon^Y}} dj\right)^{\frac{\varepsilon^Y}{\varepsilon^Y-1}}$ y $(K)_t = \left(\int_0^1 (M/P)_{t,j}^{\frac{\varepsilon^K-1}{\varepsilon^K}} dj\right)^{\frac{\varepsilon^K}{\varepsilon^K-1}}$. Donde ε^Yes la elasticidad de sustitución de la producción de las firmas bajo competencia monopolística y ε^Kes la elasticidad de sustitución del *stock* de capital empleado de en el proceso de producción. Por su parte, en cuanto a la demanda laboral $(N_{t,j}^{1-\alpha})$ el mercado laboral siempre está en equilibrio es decir que $N_{t,j} = N_t = \left(\int_0^1 N_{t,j}^{\frac{\varepsilon^N-1}{\varepsilon^N}} dj\right)^{\frac{\varepsilon^N}{\varepsilon^N-1}}$

En términos del salario real (productividad marginal del trabajo) y del precio del capital (productividad marginal del capital), operando logramos obtener:

$$w_t = (1-\alpha)\, mc_{j,t}\, \frac{A_t K_{j,t}^{\alpha} N_{j,t}^{1-\alpha}}{N_{j,t}}$$

$$N_t = (1-\alpha)\, mc_t\, \frac{Y_t}{w_t} \tag{16}$$

$$Z_t = \alpha\, mc_{j,t}\, \frac{A_t K_{j,t}^{\alpha} N_{j,t}^{1-\alpha}}{K_{j,t}}$$

$$K_t = \alpha\, mc_t\, \frac{Y_t}{Z_t} \tag{17}$$

(15) y (16) en la función de producción.

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$$

$$Y_t = A_t \left[\alpha\, mc_{j,t}\, \frac{Y_t}{Z_t}\right]^{\alpha} \left[(1-\alpha)\, mc_t\, \frac{Y_t}{w_t}\right]^{1-\alpha}$$

$$Y_t = A_t \alpha^{\alpha} mc_t^{\alpha}\, \frac{\mathrm{Y}_t^{\alpha}}{\mathrm{Z}_t^{\alpha}} (1-\alpha)^{\alpha} mc_t^{1-\alpha}\, \frac{\mathrm{Y}_t^{1-\alpha}}{w_t^{1-\alpha}}$$

$$1 = A_t \alpha^{\alpha} mc_t\, \frac{1}{\mathrm{Z}_t^{\alpha}} (1-\alpha)^{\alpha}\, \frac{1}{w_t^{1-\alpha}}$$

$$\frac{1}{mc_t} = A_t \alpha^{\alpha}\, \frac{1}{\mathrm{Z}_t^{\alpha}} (1-\alpha)^{\alpha}\, \frac{1}{w_t^{1-\alpha}}$$

$$mc_t = \frac{1}{A_t} \left[\frac{\mathrm{Z}_t}{\alpha}\right]^{\alpha} \left[\frac{w_t}{(1-\alpha)}\right]^{1-\alpha} \tag{18}$$

La expresión (18) la convertiremos entorno a su estado estacionario (log-linealización).

$$mc_{ss}(1+\widetilde{mc}_t) = \frac{1}{A_{ss}} \left[\frac{\mathrm{Z}_{ss}}{\alpha}\right]^{\alpha} \left[\frac{w_{ss}}{(1-\alpha)}\right]^{1-\alpha} \left\{1 + \alpha\tilde{Z}_t + (1-\alpha)\tilde{w}_t - \tilde{A}_t\right\}$$

$$\widetilde{mc}_{j,t} = \alpha\tilde{Z}_t + (1-\alpha)\tilde{w}_t - \tilde{A}_t \tag{19}$$

Bajo competencia monopolística y la corriente Nueva Keynesiana con rigideces de precios como la plantea Calvo (1983) se establece una fracción de firmas que fijan los precios con probabilidad (θ). Cuando este parámetro es $\theta = 0$, entonces podremos visualizar que $P_{j,t}^{*} = \mu mc_{t+i}^{f}$, $\frac{1}{\mu} = mc_{t+i}^{f}$, esto denotaría competencia perfecta, bajo este supuesto y plena flexibilidad precios existe:

$$w_t = (1-\alpha)\,\frac{1}{\mu}\,\frac{A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}}{N_t}$$

$$w_t^f = (1-\alpha)\,\frac{1}{\mu}\,\frac{Y_t^f}{N_t^f}$$

$$K_t = \alpha\,\frac{1}{\mu}\,\frac{A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}}{Z_t}$$

$$K_t^f = \alpha\,\frac{1}{\mu}\,\frac{Y_t^f}{Z_j^f}$$

Donde las variables X_t^f con superíndice "f" denotan la misma variable en su estado natural. Retomando la expresión (13) y recodando que $C_t \cong Y_t$, Log-linelizandola con precios flexibles obtenemos:

$$\zeta N_t^{\eta} C_t^{\sigma} = w_t^f$$

$$\zeta N_t^{\eta} C_t^{\sigma} = (1-\alpha)\,\frac{1}{\mu}\,\frac{Y_t^f}{N_t^f}$$

$$\zeta N_{ss}^{\eta} Y_{ss}^{\sigma}\left(1+\eta\widetilde{N}_t^f+\sigma\widetilde{Y}_t^f\right) = (1-\alpha)\,\frac{1}{\mu}\,\frac{Y_{ss}^f}{N_{ss}^f}\left(1+\widetilde{Y}_t^f-\widetilde{N}_t^f\right)$$

$$\eta\widetilde{N}_t^f+\sigma\widetilde{Y}_t^f = \widetilde{Y}_t^f-\widetilde{N}_t^f$$

$$\eta\widetilde{N}_t^f+\widetilde{N}_t^f = \widetilde{Y}_t^f-\sigma\widetilde{Y}_t^f$$

$$\widetilde{N}_t^f(\eta+1) = \widetilde{Y}_t^f(1-\sigma)$$

$$\widetilde{N}_t^f = \widetilde{Y}_t^f\,\frac{(1-\sigma)}{(1+\eta)} \tag{20}$$

En desviaciones en torno a su estado estacionario de la función de producción Cobb Douglas.

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$$

$$\widetilde{Y}_t = \widetilde{A}_t+\alpha\widetilde{K}_t+(1-\alpha)\widetilde{N}_t \tag{21}$$

Alternativamente obtenemos $(1-\alpha)\widetilde{N}_t = \left(\widetilde{Y}_t-\widetilde{A}_t-\alpha\widetilde{K}_t\right)$[18]. El capital con precios flexibles es $K_t^f = \alpha\,\frac{1}{\mu}\,\frac{Y_t^f}{Z_t^f}$, entorno a su estado estacionario se tiene:

$$K_{ss}^f\left(1+\widetilde{K}_t^f\right) = \alpha\,\frac{1}{\mu}\,\frac{Y_{ss}^f}{Z_{ss}^f}\left(1+\widetilde{Y}_t^f-\widetilde{Z}_t^f\right)$$

[18] La función de producción es su estado natural será: $\widetilde{Y}_t^f = \widetilde{A}_t+\alpha\widetilde{K}_t^f+(1-\alpha)\widetilde{N}_t^f$

$$\tilde{K}_t^f = \tilde{Y}_t^f - \tilde{Z}_t^f \tag{22}$$

La expresión (21) insertándola en la función de producción con precios flexibles.

$$(1-\alpha)\tilde{N}_t^f = \tilde{Y}_t^f - \tilde{A}_t - \alpha\tilde{K}_t^f$$

$$(1-\alpha)\tilde{N}_t^f = \tilde{Y}_t^f - \tilde{A}_t - \alpha\left(\tilde{Y}_t^f - \tilde{Z}_t^f\right)$$

$$(1-\alpha)\tilde{N}_t^f = \tilde{Y}_t^f - \tilde{A}_t - \alpha\tilde{Y}_t^f + \alpha\tilde{Z}_t^f$$

$$(1-\alpha)\tilde{N}_t^f = \tilde{Y}_t^f(1-\alpha) - \tilde{A}_t + \alpha\tilde{Z}_t^f$$

$$\tilde{N}_t^f = \tilde{Y}_t^f - \frac{1}{(1-\alpha)}\tilde{A}_t + \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\tilde{Z}_t^f \tag{22}$$

Para Friedman (1968) tenemos una tasa de desempleo natural, bajo el precepto que la economía está en pleno empleo ($\tilde{N}_t^f$), concepto del equilibro Walrasiano. A través de la ecuación (20), podemos definir:

$$\tilde{Y}_t^f \frac{(1-\sigma)}{(1+\eta)} = \tilde{Y}_t^f - \frac{1}{(1-\alpha)}\tilde{A}_t + \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\tilde{Z}_t^f$$

$$0 = \tilde{Y}_t^f - \tilde{Y}_t^f \frac{(1-\sigma)}{(1+\eta)} - \frac{1}{(1-\alpha)}\tilde{A}_t + \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\tilde{Z}_t^f$$

$$0 = \tilde{Y}_t^f \left[1 - \frac{(1-\sigma)}{(1+\eta)}\right] - \frac{1}{(1-\alpha)}\tilde{A}_t + \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\tilde{Z}_t^f$$

$$0 = \tilde{Y}_t^f \left[\frac{1+\eta-1+\sigma}{(1+\eta)}\right] - \frac{1}{(1-\alpha)}\tilde{A}_t + \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\tilde{Z}_t^f$$

$$\frac{1}{(1-\alpha)}\left[\tilde{A}_t - \alpha\tilde{Z}_t^f\right] = \tilde{Y}_t^f \left[\frac{\eta+\sigma}{1+\eta}\right]$$

$$\tilde{Y}_t^f = \left[\frac{1+\eta}{\sigma+\eta}\right]\left[\frac{1}{(1-\alpha)}\right]\left[\tilde{A}_t - \alpha\tilde{Z}_t^f\right] \quad o \quad \tilde{A}_t = \tilde{Y}_t^f \left[\frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta}\right] + \alpha\tilde{Z}_t^f \tag{23}$$

De la expresión "$\zeta N_t^\eta C_t^\sigma = w_t$" (13), obtenemos $\zeta N_{ss}^\eta Y_{ss}^\sigma\left(1 + \eta\tilde{N}_t + \sigma\tilde{Y}_t\right) = w_{ss}(1 + \tilde{w}_t)$. $\Rightarrow$ $\eta\tilde{N}_t + \sigma\tilde{Y}_t = \tilde{w}_t$, combinándolas con (19) y (21).

$$\widetilde{mc}_{j,t} = \alpha\tilde{Z}_t + (1-\alpha)\tilde{w}_t - \tilde{A}_t$$

$$\widetilde{mc}_t = (1-\alpha)\left(\eta\tilde{N}_t + \sigma\tilde{Y}_t\right) + \alpha\tilde{Z}_t - \tilde{A}_t$$

$$\widetilde{mc}_t = (1-\alpha)\left\{\eta\left[\frac{1}{(1-\alpha)}\left(\tilde{Y}_t - \tilde{A}_t - \alpha\tilde{K}_t\right)\right] + \sigma\tilde{Y}_t\right\} + \alpha\tilde{Z}_t - \tilde{A}_t$$

$$\widetilde{mc}_t = \eta\tilde{Y}_t - \eta\tilde{A}_t - \eta\alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\sigma\tilde{Y}_t + \alpha\tilde{Z}_t - \tilde{A}_t$$

Retomando (17) "$K_t = \alpha\, mc_t \frac{Y_t}{Z_t}$", la expresión Log-lineal es $K_{ss}(1+\tilde{K}_t) = \alpha\, mc_{ss} \frac{Y_{ss}}{Z_{ss}}(\widetilde{mc}_t + \tilde{Y}_t - \tilde{Z}_t), \Rightarrow \tilde{K}_t = \widetilde{mc}_t + \tilde{Y}_t - \tilde{Z}_t$. Y por último combinándola con (23).

$$\widetilde{mc}_t = \eta\tilde{Y}_t - \eta\tilde{A}_t - \eta\alpha(\widetilde{mc}_t + \tilde{Y}_t - \tilde{Z}_t) + (1-\alpha)\sigma\tilde{Y}_t + \alpha\tilde{Z}_t - \tilde{A}_t$$

$$\widetilde{mc}_t = \eta\tilde{Y}_t - \eta\tilde{A}_t - \eta\alpha\,\widetilde{mc}_t - \eta\alpha\tilde{Y}_t + \eta\alpha\tilde{Z}_t + (1-\alpha)\sigma\tilde{Y}_t + \alpha\tilde{Z}_t - \tilde{A}_t$$

$$\widetilde{mc}_t = \eta\tilde{Y}_t - \eta\tilde{A}_t - \eta\alpha\,\widetilde{mc}_t - \eta\alpha\tilde{Y}_t + \eta\alpha\tilde{Z}_t + (1-\alpha)\sigma\tilde{Y}_t + \alpha\tilde{Z}_t - \tilde{A}_t$$

$$\widetilde{mc}_t = \eta\tilde{Y}_t - \eta\tilde{A}_t - \eta\alpha\,\widetilde{mc}_t - \eta\alpha\tilde{Y}_t + \eta\alpha\tilde{Z}_t + \sigma\tilde{Y}_t - \alpha\sigma\tilde{Y}_t + \alpha\tilde{Z}_t - \tilde{A}_t$$

$$\widetilde{mc}_t = \tilde{Y}_t(\sigma+\eta) - \alpha\tilde{Y}_t(\sigma+\eta) - \eta\alpha\,\widetilde{mc}_t + \alpha\tilde{Z}_t(1+\eta) - \tilde{A}_t(1+\eta)$$

$$\widetilde{mc}_t + \eta\alpha\,\widetilde{mc}_t = \tilde{Y}_t(\sigma+\eta)(1-\alpha) + \alpha\tilde{Z}_t(1+\eta) - \tilde{A}_t(1+\eta)$$

$$\widetilde{mc}_t(1+\eta\alpha) = \tilde{Y}_t(\sigma+\eta)(1-\alpha) + \alpha\tilde{Z}_t(1+\eta) - \left\{\tilde{Y}_t^f\left[\frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta}\right] + \alpha\tilde{Z}_t^f\right\}(1+\eta)$$

$$\widetilde{mc}_t(1+\eta\alpha) = \tilde{Y}_t(\sigma+\eta)(1-\alpha) + \alpha\tilde{Z}_t(1+\eta) - \left\{\tilde{Y}_t^f\left[\frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta}\right] + \alpha\tilde{Z}_t^f\right\}(1+\eta)$$

$$\widetilde{mc}_t(1+\eta\alpha) = \tilde{Y}_t(\sigma+\eta)(1-\alpha) + \alpha\tilde{Z}_t(1+\eta) - \tilde{Y}_t^f(\sigma+\eta)(1-\alpha) - (1+\eta)\alpha\tilde{Z}_t^f$$

$$\widetilde{mc}_t(1+\eta\alpha) = (\sigma+\eta)(1-\alpha)[\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f] + \alpha(1+\eta)[\tilde{Z}_t - \tilde{Z}_t^f]$$

$$\widetilde{mc}_t = \frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta\alpha}[\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f] + \frac{\alpha(1+\eta)}{1+\eta\alpha}[\tilde{Z}_t - \tilde{Z}_t^f] \tag{24}$$

La ecuación (24) determina que el costo marginal real es una aproximación de la brecha del producto $(\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f)$, como el costo marginal es el inverso del *markup* (margen de ganancias), entonces $\frac{1}{\mu} = mc_{t+i}^f$, donde, $\frac{1}{\mu} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$, donde ε, es la elasticidad de sustitución entre los productos al por mayor de la firmas que produce el bien final. Si la brecha del producto es positiva, entonces el costo marginal real está por encima de su estado deseable, por lo que los márgenes son más bajos (equivalentemente a una economía menos distorsionada), lo contrario sucede cuando la brecha es negativa.

Firma Productora de bien final

Desde la perspectiva de la agregación y bajo competida monopolística la modelación de la producción final se expresa a partir de una firma representativa de bienes que agrega insumos intermedios de acuerdo con una tecnología de Elasticidad de Sustitución Constante (*CES*). Debido al gran número de firmas intermediadoras la firma productora de bien final también es una agregación empleando capital y mano de obra, asumiendo que las firmas son idénticas una de la otra se tiene la maximización de los beneficios:

$$\underset{\{Y_t(j)\}}{\text{Max}} \; P_t Y_t - \int_0^1 P_t(j) Y_t(j)\; dj$$

La agregación de tecnología (Dixit-Stigliz, 1977) es la restricción:

$$Y_t = \left\{ \int_0^1 [Y_t(j)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\; dj \right\}^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

Sustituyendo el agregador Dixit-Stigliz:

$$\underset{\{Y_t(j)\}}{\text{Max}} \; P_t \left\{ \int_0^1 [Y_t(j)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\; dj \right\}^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - \int_0^1 P_t(j) Y_t(j)\; dj$$

La condición de primer orden:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} P_t \left\{ \int_0^1 [Y_t(j)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\; dj \right\}^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}-1} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} [Y_t(j)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}-1} - \; P_t(j) = 0$$

$$\left\{ \int_0^1 [Y_t(j)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\; dj \right\}^{\frac{1}{\varepsilon-1}} [Y_t(j)]^{-\frac{1}{\varepsilon}} = \frac{P_t(j)}{P_t}$$

$$\underbrace{\left\{ \int_0^1 [Y_t(j)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\; dj \right\}^{-\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}}_{Y_t^{-1}} Y_t(j) = \left[\frac{P_t(j)}{P_t}\right]^{-\varepsilon}$$

$$Y_t^{-1} \quad Y_t(j) = \left[\frac{P_t(j)}{P_t}\right]^{-\varepsilon}$$

$$Y_t(j) = \left[\frac{P_t}{P_t(j)}\right]^{\varepsilon} Y_t$$

Esto expresa la demanda relativa de los bienes intermedios producidos (j), el cual es directamente proporcional a la demanda agregada (Y_t) e inversamente proporcional al precio relativo $\left[1/_{P_t(j)/\,P_t}\right]$. La derivación del índice de precios es:

$$Y_t = \left\{ \int_0^1 [Y_t(j)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\; dj \right\}^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

$$Y_t = \left\{ \int_0^1 \left[\left(\frac{P_t}{P_t(j)}\right)^{\varepsilon} Y_t\right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\; dj \right\}^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

$$Y_t = Y_t\, P_t^{\varepsilon} \left\{ \int_0^1 \left[\left(\frac{1}{P_t(j)} \right)^{\varepsilon} \right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right\}^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

$$P_t^{\varepsilon} = \frac{1}{\left\{ \int_0^1 \left[\left(P_t(j) \right)^{-\varepsilon} \right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right\}^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}}$$

$$P_t^{\varepsilon} = \left\{ \int_0^1 \left[\left(P_t(j) \right)^{\varepsilon} \right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right\}^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

La agregación del nivel de precios será.

$$P_t = \left\{ \int_0^1 \left[\left(P_t(j) \right) \right]^{\varepsilon-1} dj \right\}^{\frac{1}{\varepsilon-1}}$$

Rigideces de Precios

Como se asume que los precios no se ajustan instantáneamente en cada periodo, existe una probabilidad "$1-\theta$" de definir los precios de los bienes para todos los periodos "t". Sin embargo, existe una fracción de las firmas que no están dispuestas a cambiar de precio con θ de probabilidad. De esta manera, el problema dinámico para la firma en la maximización de beneficios para reajustar el precio será:

$$\max_{P_{j,t}^*} E_t \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Delta_{i,t+i} \left[\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\, C_{j,t+i} - mc_{t+i}\, C_{j,t+i} \right] \right\}$$

Donde $\Delta_{i,t+i} = \beta^i \left(\frac{C_{t+i}}{C_t} \right)^{-\sigma}$ es la tasa subjetiva estocástica de descuento. Y la restricción en todos los periodos que la firma intermediadora define los precios es:

$$C_{j,t} = \left[\frac{P_{j,t}^*}{P_t} \right]^{-\varepsilon} C_t$$

Reemplazando

$$\max_{P_{j,t}^*} E_t \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Delta_{i,t+i} \left[\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}} \left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+i} - mc_{t+i} \left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+i} \right] \right\}$$

$$\max_{P_{j,t}^*} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Delta_{i,t+i} C_{t+i} \left[\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}} \right)^{1-\varepsilon} - mc_{t+i} \left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} \right]$$

La condición de primer orden:

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Delta_{i,t+i} C_{t+i} \left[(1-\varepsilon) \left(\frac{1}{P_{t+i}} \right)^{1-\varepsilon} P_{j,t}^{*\ -\varepsilon} + \varepsilon\, mc_{t+i} \left(\frac{1}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} P_{j,t}^{*\ -\varepsilon-1} \right] = 0$$

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Delta_{i,t+i} C_{t+i} P_{j,t}^{*\ -\varepsilon} \left[(1-\varepsilon) \left(\frac{1}{P_{t+i}} \right)^{1-\varepsilon} + \varepsilon\, mc_{t+i} \left(\frac{1}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} \frac{1}{P_{j,t}^{*}} \right] = 0$$

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Delta_{i,t+i} C_{t+i} P_{j,t}^{*\ -\varepsilon} \left(\frac{1}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} \left[(1-\varepsilon)\ \frac{1}{P_{t+i}} + \varepsilon\, mc_{t+i} \frac{1}{P_{j,t}^{*}} \right] = 0$$

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Delta_{i,t+i} C_{t+i} \left(\frac{P_{j,t}^{*}}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} \left[(1-\varepsilon)\ \frac{1}{P_{t+i}} + \varepsilon\, mc_{t+i} \frac{1}{P_{j,t}^{*}} \right] = 0$$

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Delta_{i,t+i} C_{t+i} \left(\frac{P_{j,t}^{*}}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} (1-\varepsilon)\ \frac{1}{P_{t+i}} + E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Delta_{i,t+i} C_{t+i} \left(\frac{P_{j,t}^{*}}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} \varepsilon\, mc_{t+i} \frac{1}{P_{j,t}^{*}} = 0$$

Sustituyendo $\Delta_{i,t+i} = \beta^i \left(\frac{C_{t+i}}{C_t} \right)^{-\sigma}$ y separando los términos.

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \beta^i \left(\frac{C_{t+i}}{C_t} \right)^{-\sigma} C_{t+i} \left(\frac{P_{j,t}^{*}}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} (1-\varepsilon)\ \frac{1}{P_{t+i}} = -E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \beta^i \left(\frac{C_{t+i}}{C_t} \right)^{-\sigma} C_{t+i} \left(\frac{P_{j,t}^{*}}{P_{t+i}} \right)^{-\varepsilon} \varepsilon\, mc_{t+i} \frac{1}{P_{j,t}^{*}}$$

$$(1-\varepsilon) \frac{P_{j,t}^{*\ -\varepsilon}}{C_t^{-\sigma}} E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i \frac{C_{t+i}^{-\sigma}}{P_{t+i}^{1-\varepsilon}} = -\ \varepsilon \frac{P_{j,t}^{*\ -\varepsilon}}{C_t^{-\sigma}} \frac{1}{P_{j,t}^{*}} E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i \frac{C_{t+i}^{1-\sigma}}{P_{t+i}^{-\varepsilon}} mc_{t+i}$$

$$\varepsilon \frac{1}{P_{j,t}^{*}} E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i \frac{C_{t+i}^{1-\sigma}}{P_{t+i}^{-\varepsilon}} mc_{t+i} = -(1-\varepsilon) E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i \frac{C_{t+i}^{-\sigma}}{P_{t+i}^{1-\varepsilon}}$$

$$\varepsilon \frac{1}{P_{j,t}^{*}} E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma} P_{t+i}^{\varepsilon}\, mc_{t+i} = (\varepsilon - 1) E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}\, P_{t+i}^{\varepsilon-1}$$

$$\frac{\varepsilon}{(\varepsilon-1)} \frac{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma} P_{t+i}^{\varepsilon}\, mc_{t+i}}{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}\, P_{t+i}^{\varepsilon-1}} = P_{j,t}^{*}$$

Todas las firmas fijan sus precios a un mismo nivel del *mark up* y costo marginal. Por lo cual en todos los periodos ($P_{j,t}^{*}$) las firmas fijan un nivel de precios con probabilidad “$1-\theta$”. Actualizando en cada $t+i$, se puede re-expresar en una forma más compacta:

$$P_{j,t}^{*} = \mu \frac{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma} P_{t+i}^{\varepsilon}\, mc_{t+i}}{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}\, P_{t+i}^{\varepsilon-1}} \qquad o \qquad P_{j,t}^{*} = \mu \frac{\mathrm{A}_t}{\mathrm{B}_t} \tag{25}$$

Esta es la Curva de Phillips Nueva Keynesiana (*NKPC*) no lineal.

Por su parte, la dinámica en precios de la agregación (P_t) debido a la rigideces está determinado por:

$$P_t^{1-\varepsilon} = (1-\theta)P_{j,t}^{*\;1-\varepsilon} + \theta P_{t-1}^{1-\varepsilon}$$

$$\left[\frac{P_t}{P_{t-1}}\right]^{1-\varepsilon} = (1-\theta)\frac{P_{j,t}^{*\;1-\varepsilon}}{P_{t-1}^{1-\varepsilon}} + \theta$$

$$\pi_t^{1-\varepsilon} = \theta + (1-\theta)\left[\frac{P_{j,t}^{*}}{P_{t-1}}\right]^{1-\varepsilon}$$

Tomando en cuenta que en estado estacionario la inflación es uno, $\pi_{ss} = \frac{P_{ss}}{P_{ss}}$ =1. La dinámica de precios con fricciones en términos log-lineales es:

$$\pi_{ss}^{1-\varepsilon}[1 + (1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t] = \theta + (1-\theta)\left[\frac{P_{ss}}{P_{ss}}\right]^{1-\varepsilon}\left[1 + (1-\varepsilon)\widetilde{P_{j,t}^{*}} - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}\right]$$

$$1 + (1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = \theta + \left[1 + (1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^{*} - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}\right] - \theta\left[1 + (1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^{*} - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}\right]$$

$$1 + (1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = \theta + 1 + (1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^{*} - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1} - \theta - \theta(1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^{*} + \theta(1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}$$

$$(1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = (1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^{*} - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1} - \theta(1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^{*} + \theta(1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}$$

$$(1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = (1-\varepsilon)\left(\tilde{P}_{j,t}^{*} - \tilde{P}_{t-1}\right) - \theta(1-\varepsilon)\left(\widetilde{P_{j,t}^{*}} - \tilde{P}_{t-1}\right)$$

$$(1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = (1-\varepsilon)\left(\tilde{P}_{j,t}^{*} - \tilde{P}_{t-1}\right)(1-\theta)$$

$$\tilde{\pi}_t = \left(\tilde{P}_{j,t}^{*} - \tilde{P}_{t-1}\right)(1-\theta)$$

$$\frac{\tilde{\pi}_t}{1-\theta} + \tilde{P}_{t-1} = \tilde{P}_{j,t}^{*} \qquad (26)$$

De (25) logramos obtener en términos Log-lineales las siguientes expresiones[19].

$$\widetilde{\mathrm{A}}_t - \theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{A}}_{t+1} - (1-\theta\beta)\widetilde{mc}_t = \left[(1-\sigma)\tilde{C}_t + \varepsilon\tilde{P}_t\right](1-\theta\beta) \qquad (27)$$

$$\widetilde{\mathrm{B}}_t - \theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{B}}_{t+1} + \tilde{P}_t(1-\theta\beta) = \left[(1-\sigma)\tilde{C}_t + \varepsilon\tilde{P}_t\right](1-\theta\beta) \qquad (28)$$

Operando (26), (27) y (28) conseguimos la Curva de Phillips Nueva Keynesiana (*NKPC*) Log-lineal:

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\,\widetilde{mc}_t \qquad (29)$$

[19] En Anexos se encuentra a detalle la obtención de la Curva de Phillips Nueva Keynesiana (*NKPC*) log-lineal.

Ecuación de Fisher

De manera estricta de la ecuación de Fisher y recordando que $\pi_{ss} = 1$, tenemos:

$$\frac{(1+i_t)}{(1+E_t\pi_{t+1})} = 1 + R_t$$

En estado estacionario:

$$1 + i_{ss} = 1 + R_{ss} + \pi_{ss} + \pi_{ss}R_{ss}$$

$$i_{ss} = R_{ss} + 1 + R_{ss}$$

$$i_{ss} - 1 = 2R_{ss}; \frac{\frac{1-\beta}{\beta} - 1}{2} = R_{ss} = \frac{\frac{1-\beta-\beta}{\beta}}{2} = \frac{\frac{1-2\beta}{\beta}}{2} = \frac{1-2\beta}{2\beta}$$

$$\frac{(1+i_t)}{(1+E_t\pi_{t+1})} = 1 + R_t$$

$$1 + i_t = 1 + R_t + E_t\pi_{t+1} + R_tE_t\pi_{t+1}$$

$$1 + i_{ss}(1+\tilde{\imath}_t) = 1 + R_{ss}\left(1+\tilde{R}_t\right) + \pi_{ss}(1+E_t\tilde{\pi}_{t+1}) + R_{ss}\pi_{ss}\left(1+\tilde{R}_t + E_t\tilde{\pi}_{t+1}\right)$$

$$i_{ss}(1+\tilde{\imath}_t) = R_{ss}\left(1+\tilde{R}_t\right) + 1 + E_t\tilde{\pi}_{t+1} + R_{ss}\left(1+\tilde{R}_t + E_t\tilde{\pi}_{t+1}\right)$$

$$i_{ss} + i_{ss}\tilde{\imath}_t = R_{ss} + R_{ss}\tilde{R}_t + R_{ss} + R_{ss}E_t\tilde{\pi}_{t+1} + R_{ss}\tilde{R}_t + 1 + E_t\tilde{\pi}_{t+1}$$

$$i_{ss} - 1 + i_{ss}\tilde{\imath}_t = 2R_{ss} + 2R_{ss}\tilde{R}_t + R_{ss}E_t\tilde{\pi}_{t+1} + E_t\tilde{\pi}_{t+1}$$

$$2R_{ss} + i_{ss}\tilde{\imath}_t = 2R_{ss} + 2R_{ss}\tilde{R}_t + R_{ss}E_t\tilde{\pi}_{t+1} + E_t\tilde{\pi}_{t+1}$$

$$i_{ss}\tilde{\imath}_t = 2R_{ss}\tilde{R}_t + E_t\tilde{\pi}_{t+1}(1+R_{ss})$$

$$i_{ss}\tilde{\imath}_t = 2R_{ss}\tilde{R}_t + E_t\tilde{\pi}_{t+1}\left(1 + \frac{1-2\beta}{2\beta}\right)$$

$$\frac{1-\beta}{\beta}\tilde{\imath}_t = 2\left(\frac{1-2\beta}{2\beta}\right)\tilde{R}_t + E_t\tilde{\pi}_{t+1}\left(\frac{1-2\beta+2\beta}{2\beta}\right)$$

$$\tilde{\imath}_t = \frac{\beta}{1-\beta}\frac{1-2\beta}{\beta}\tilde{R}_t + \frac{\beta}{1-\beta}E_t\tilde{\pi}_{t+1}\left(\frac{1}{2\beta}\right)$$

$$\tilde{\imath}_t = \frac{1-2\beta}{1-\beta}\tilde{R}_t + \frac{1}{2(1-\beta)}E_t\tilde{\pi}_{t+1}$$

$$\tilde{\imath}_t - \beta\tilde{\imath}_t = \tilde{R}_t - 2\beta\tilde{R}_t + \frac{1}{2}E_t\tilde{\pi}_{t+1}$$

$$2\left(\tilde{\imath}_t - \beta\tilde{\imath}_t - \tilde{R}_t + 2\beta\tilde{R}_t\right) = E_t\tilde{\pi}_{t+1} \tag{30}$$

Política Monetaria

El objetivo de la investigación fue encontrar una regla de política monetaria fuera de lo convencional, en el acápite anterior se obtuvo la Regla de Poole, en términos log-lineales. La autoridad monetaria es consciente del comportamiento de la Demanda Agrega, Demanda por Dinero y las rigideces de precios en el mercado (Curva de Phillips Nueva Keynesiana, NKPC), descritas por (14), (15) y (29) respectivamente[20].

$$\tilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{x}_t + \frac{\sigma}{\sigma^M}E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma^M}(1+\beta)\,\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma^M}\left[1 + \frac{\sigma\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\sigma\varrho\kappa\gamma\varpi}{\sigma^M[\varrho\kappa\varphi + \Theta]}\left(\tilde{x}_t^i\right)$$

Condición de Equilibrio, Ley de Movimiento del Capital y Procesos Estocásticos

La evaluación de la Regla de Poole dentro del modelo propuesto en una economía cerrada y sin gobierno, asumiría las siguientes expresiones:

$$Y_t = C_t + I_t$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$$

Expresadas entorno a su estado estacionario obtenemos

$$\tilde{Y}_t = \frac{C_{ss}}{Y_{ss}}\tilde{C}_t + \frac{I_{ss}}{Y_{ss}}\tilde{I}_t \tag{31}$$

$$\tilde{K}_{t+1} = (1-\delta)\tilde{K}_t + \delta\tilde{I}_t \tag{32}$$

Por su parte, la condición de equilibrio de los factores de producción del sistema Walrasiano se alcanza a través de (16) y (17), entorno a su estado estacionario es:

$$N_t = (1-\alpha)\,mc_t\,\frac{Y_t}{w_t}$$

$$\tilde{N}_t = \widetilde{mc}_t + \tilde{Y}_t - \tilde{w}_t$$

$$K_t = \alpha\,mc_t\,\frac{Y_t}{Z_t}$$

$$\tilde{K}_t = \widetilde{mc}_t + \tilde{Y}_t - \tilde{Z}_t$$

Por $\widetilde{mc}_t$ la condición converge:

$$\tilde{K}_t + \tilde{Z}_t = \tilde{N}_t + \tilde{w}_t \tag{33}$$

Para el ejercicio propuesto, algunas variables siguen un proceso Auto-regresivo AR(1) como ser la PTF ($\tilde{A}_t$) y la tasa natural de interés $\tilde{\imath}_t^f$. Adicionalmente, para la evaluación de la política monetaria se introdujo *shocks* en la Regla de Poole ($\tilde{\phi}_t^{\tilde{m}}$), en

[20] En Anexos se encuentra a detalle la log-linealización de la curva IS microfundada y de la Demanda por Dinero.

Curva de Phillips Nueva Keynesiana (NKPC, $\tilde{\phi}_t^{\tilde{\pi}}$) y de demanda ($\tilde{\phi}_t^{\widetilde{AD}}$), que de igual modo siguen un proceso AR(1), su forma log-lineal son[21]:

$$\tilde{A}_t = \rho^{\tilde{A}}\tilde{A}_{t-1} + \varepsilon_t^{\tilde{A}} \tag{34}$$

$$\tilde{\imath}_t^f = \rho^{\tilde{\imath}^f}\tilde{\imath}_{t-1}^f + \varepsilon_t^{\tilde{\imath}^f} \tag{35}$$

$$\tilde{\phi}_t^m = \rho^{\tilde{\phi}^m}\tilde{\phi}_{t-1}^m + \varepsilon_t^{\tilde{\phi}^m} \tag{36}$$

$$\tilde{\phi}_t^{\tilde{\pi}} = \rho^{\tilde{\pi}}\tilde{\phi}_{t-1}^{\tilde{\pi}} + \varepsilon_t^{\tilde{\pi}} \tag{37}$$

$$\tilde{\phi}_t^{\widetilde{AD}} = \rho^{\tilde{\phi}^{\widetilde{AD}}}\tilde{\phi}_{t-1}^{\widetilde{AD}} + \varepsilon_t^{\tilde{\phi}^{\widetilde{AD}}} \tag{38}$$

Donde $\varepsilon_t^{\tilde{A}}, \varepsilon_t^{\tilde{m}}, \varepsilon_t^{\tilde{\imath}^f}, \varepsilon_t^{\widetilde{AD}}, \varepsilon_t^{\tilde{\pi}}$ son los procesos estocásticos i.i.d. $N(0, \vartheta^2)$.

Definición de equilibrio competitivo

Todas las ecuaciones (Log-lineales) del equilibrio competitivo Walrasiano, bajo competencia monopolística con rigideces de precios siguen un proceso estocástico:

$$\left\{\tilde{Y}_t, \tilde{C}_t, \tilde{I}_t, \tilde{K}_t, \tilde{m}_t, \tilde{x}_t, \tilde{x}_t^i, \tilde{\pi}_t, \tilde{\imath}_t, \tilde{R}_t, \widetilde{mc}_t, \tilde{x}_t^{\tilde{Z}}, \tilde{Z}_t, \tilde{Z}_t^f, \tilde{Y}_t^f, \tilde{\imath}_t^f, \tilde{w}_t, \tilde{N}_t, \tilde{A}_t, \tilde{\phi}_t^{\tilde{m}}, \tilde{\phi}_t^{\widetilde{AD}}, \tilde{\phi}_t^{\tilde{\pi}}\right\}_t^{\infty}$$

Los procesos estocásticos son:

$$\left\{\varepsilon_t^{\tilde{A}}, \varepsilon_t^{\tilde{m}}, \varepsilon_t^{\tilde{\imath}^f}, \varepsilon_t^{\widetilde{AD}}, \varepsilon_t^{\tilde{\pi}}\right\}_t^{\infty}$$

Estructura del modelo:

Ecuación	Definición
$\tilde{C}_t = E_t\tilde{C}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(\tilde{\imath}_t - E_t\tilde{\pi}_{t+1}) + \tilde{\phi}_t^{\widetilde{AD}}$	Ecuación de Euler
$\tilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{C}_t - \frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t$	Demanda por Dinero
$\widetilde{mc}_t = \frac{(\sigma+\eta)(1-\alpha)}{1+\eta\alpha}\left[\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f\right] + \frac{\alpha(1+\eta)}{1+\eta\alpha}\left[\tilde{Z}_t - \tilde{Z}_t^f\right]$	Costo marginal
$\tilde{\pi}_t = \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\,\widetilde{mc}_t + \tilde{\phi}_t^{\tilde{\pi}}$	Curva de Phillips Nueva Keynesiana

[21] La forma no lineal de las cinco (5) variables es $X_t = X_{t-1}^{\rho^{\tilde{X}}}\varepsilon_t^{\tilde{X}}$.

$\tilde{Y}_t^f = \left[\frac{1+\eta}{\sigma+\eta}\right]\left[\frac{1}{(1-\alpha)}\right]\left[\tilde{A}_t - \alpha\tilde{Z}_t^f\right]$	Producto Natural
$\tilde{Z}_t = \left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t - \frac{\beta}{1-\beta(1-\delta)}$	Precio del Capital
$\tilde{Z}_t^f = \left[\frac{1-\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right]\tilde{\imath}_t^f - \frac{\beta}{1-\beta(1-\delta)}$	Precio del Capital Natural
$\tilde{K}_{t+1} = (1-\delta)\tilde{K}_t + \delta\tilde{I}_t$	Ley de movimiento del Capital
$\tilde{w}_t = \eta\tilde{N}_t + \sigma\tilde{Y}_t$	Oferta Laboral
$2(\tilde{\imath}_t - \beta\tilde{\imath}_t - \tilde{R}_t + 2\beta\tilde{R}_t) = E_t\tilde{\pi}_{t+1}$	Ecuación de Fisher
$\tilde{K}_t + \tilde{Z}_t = \tilde{N}_t + \tilde{w}_t$	Condición de Equilibrio de los Factores de Producción
$\tilde{Y}_t = \tilde{A}_t + \alpha\tilde{K}_t + (1-\alpha)\tilde{N}_t$	Función de Producción Cobb-Douglas
$\tilde{Y}_t = \frac{C_{ss}}{Y_{ss}}\tilde{C}_t + \frac{I_{ss}}{Y_{ss}}\tilde{I}_t$	Condición de Equilibrio
$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{x}_t + \frac{\sigma}{\sigma^M}E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma^M}(1+\beta)\,\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma^M}\left[1 + \frac{\sigma\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\sigma\varrho\kappa\gamma\varpi}{\sigma^M[\varrho\kappa\varphi + \Theta]}(\tilde{x}_t^i) + \tilde{\phi}_t^m$	Regla de Poole
$\tilde{x}_t^i = \tilde{\imath}_t - \tilde{\imath}_t^f$	Brecha de Tasa de Interés
$\tilde{x}_t = \tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^f$	Brecha del Producto
$\tilde{x}_t^{\tilde{Z}} = \tilde{Z}_t - \tilde{Z}_t^f$	Brecha del Precio del Capital
$\tilde{A}_t = \rho^{\tilde{A}}\tilde{A}_{t-1} + \varepsilon_t^{\tilde{A}}$	*Shock* Productivo (PFT)
$\tilde{\phi}_t^m = \rho^{\tilde{\phi}^m}\tilde{\phi}_{t-1}^m + \varepsilon_t^{\widetilde{m}}$	*Shock* en la Regla de Poole
$\tilde{\imath}_t^f = \rho^{\tilde{\imath}^f}\tilde{\imath}_{t-1}^f + \varepsilon_t^{\tilde{\imath}^f}$	Tasa de Interés Natural
$\tilde{\phi}_t^{\widetilde{AD}} = \rho^{\tilde{\phi}^{\widetilde{AD}}}\tilde{\phi}_{t-1}^{\widetilde{AD}} + \varepsilon_t^{\widetilde{AD}}$	*Shock* de Demanda
$\tilde{\phi}_t^{\tilde{\pi}} = \rho^{\tilde{\pi}}\tilde{\phi}_{t-1}^{\tilde{\pi}} + \varepsilon_t^{\tilde{\pi}}$	*Shock* por Inflación por Costos (Cost-Push Inflation)

Aplicación del Modelo con la Regla de Poole

La modelación de la política monetaria para economías con bajo un esquema de metas de inflación (*Inflation Targeting Framework*) se la realiza a través de la conocida Regla de Taylor; sin embargo, para economías bajo un esquema de control de oferta monetaria como es el caso de China, Nigeria, Bolivia, Malawi, Tanzania, Etiopia, Yemen, Suriname, entre otros, no existe claridad sobre la aplicación de una regla de política monetaria, por lo cual la aplicación de la Regla de Taylor no es apropiada[22].

El diseño de un *DSGE* por parte de Li y Liu (2017) para la economía China, vislumbra la evaluación de reglas de política monetaria. Los autores bajo una estimación bayesiana evalúan tres tipos de reglas: i) Regla de Taylor, ii) Regla de MacCallum y iii) la última la definen como una combinación de ambas (esta "combinación de política" ellos lo definen en el espíritu de Poole, 1970). En todos los casos, las reglas que incorporan en el modelo es *ad-hoc,* es decir no existen fundamentos de las expresiones, a pesar de ello una conclusión relevante es sobre la 3ra regla (lo llaman Regla de Taylor expandida[23]), en la que la tasa de interés reacciona a la brecha de la tasa de crecimiento del dinero e indican que es la más apropiada para capturar las características de la economía de China por encima de las Reglas de Taylor y MacCallum.

En contraste, para el caso boliviano en dos documentos para la modelación de la política monetaria incorporan la Regla de MacCallum: Valdivia J. (2017)[24] y Zeballos, Heredia y Yujra (2018)[25]. En ambas investigaciones los resultados son contra-intuitivos y contravienen la teoría económica, de tal manera que, *shocks* positivos en la Regla de Agregados en lugar de incentivar variables reales: producto, consumo e inversión, el efecto en contractivo. Asimismo, el resultado sobre las variables de interés de la autoridad monetaria, inflación y tasa de interés, no es plausible; incrementos de la oferta monetaria genera presiones a la baja en el nivel de precios y al alza en la tasa de interés[26].

La evidencia empírica sobre la aplicación de reglas de política monetaria en economías bajo un esquema distinto a las metas de inflación resulta ambigua. El objetivo de esta investigación fue el hallazgo de los fundamentos de la Regla de Poole, por lo cual se realizó una evaluación exhaustiva de los parámetros del modelo en línea con Poole (1970,) Turnovsky (1975), Yoshikawa (1981), Daniel (1986) y Fair (1987), debido a que los valores que asumen juegan un rol importante en la validez empírica (hechos estilizados) y teórica de la Regla de Política. El modelo planteado para la economía boliviana (*DSGE*), fue estimado con econometría bayesiana[27].

---

[22] El Fondo Monetario Internacional (FMI) define a estos países bajo un esquema de *Monetary Aggregate Target.*

[23] Su forma es la siguiente: $\frac{R_t}{\bar{R}} = \left[\frac{R_{t-1}}{\bar{R}}\right]^{\rho^R} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}}\right)^{\gamma_\pi^R} \left(\frac{y_t}{y_t^*}\right)^{\gamma_y^R} \left(\frac{\omega_t}{\bar{\omega}}\right)^{\gamma_\omega^R}\right]^{1-\rho^R} \exp(\varepsilon_t^R)$. Donde ω_t es la tasa de crecimiento del dinero.

[24] Investigación presentada en el XXII Encuentro de la Red de Investigadores de Banca Central de las Américas (CEMLA).

[25] Investigación ganadora del programa de cooperación técnica "Fortalecimiento de la Investigación en Desarrollo Económico en Bolivia" del banco de desarrollo de América Latina (CAF) conjuntamente con la Academia Boliviana de Ciencias Económicas (ABCE); bajo la gestión técnica y operativa de la Fundación INESAD.

[26] La expresión empleada para el caso boliviano es:

$$m_t = (m_{t-1})^{\rho^m} \left[\left(\frac{\pi_t}{\pi^*}\right)^{\varphi_m^\pi} \left(\frac{y_t}{y^*}\right)^{\varphi_m^y}\right]^{1-\rho^m} \phi_t^m \qquad o \qquad M_t^d = \left(M_{t-1}^d\right)^{\rho_M} \left[\left(\frac{\pi_t}{\pi}\right)^{\gamma_\pi} \left(\frac{y_t}{y^*}\right)^{\gamma_y}\right]^{1-\rho_M} \exp(\epsilon_t^{MP})$$

[27] Ver Anexo para los resultados del modelo. Las variables observadas fueron el PIB, Consumo, Inflación, y el Agregado Monetario M2. Dicha información puede ser obtenida en el Instituto Nacionales de Estadísticas (INE) y Banco Central de Bolivia (BCB), datos de acceso al público en general.

Resultados

Shocks en la Regla de Poole, si tienen efecto positivos en variables reales: PIB, Consumo e Inversión, en el primer y tercer caso los efectos son inmediatos como en las Funciones Impulso Respuesta (FIR) se visualiza; 0.44 puntos porcentuales (pp, Gráfico 1) de crecimiento en el producto frente a *shocks* ($\varepsilon_t^{\widetilde{m}}$) en la Regla de Política Monetaria (la desviación estándar posterior de $\varepsilon_t^{\widetilde{m}}$, bajo la metodología bayesiana es de 0.69). Este resultado es congruente con la investigación de Li y Liu (2017), a pesar que en su "Regla de Taylor expandida" no se visualiza en concreto el resultado[28], si realizamos un despeje sencillo de la brecha de la tasa de crecimiento del dinero ($\omega_t - \omega^*$) conseguimos lo que denominamos en esta investigación la Regla de Poole.

$$\omega_t - \omega^* = \frac{1}{(1-\rho^R)\gamma_\omega^R}(R_t - \rho^R R_{t-1}) - \frac{\gamma_\pi^R}{\gamma_\omega^R}(\pi_t - \pi^*) - \frac{\gamma_y^R}{\gamma_\omega^R}(y_t - y^*) - \varepsilon_t^R$$

$$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{x}_t + \frac{\sigma}{\sigma^M}E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma^M}(1+\beta)\,\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma^M}\left[1 + \frac{\sigma\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\sigma\varrho\kappa\gamma\varpi}{\sigma^M[\varrho\kappa\varphi + \Theta]}(\tilde{x}_t^i) + \tilde{\phi}_t^m$$

En la versión de Li y Liu a consecuencia del despeje el *shock* es negativo, en las FIR el efecto de (ε_t^R) es contractivo en el crecimiento económico, 0.02pp aproximadamente (en los modelos *DSGE* los *shocks* son simétricos, de tal modo que si ε_t^R fuera positivo el resultado de su "Regla de Taylor expandida" estaría en línea con los resultados encontrados en esta investigación). La respuesta del consumo frente a este tipo de *shocks* en nuestro modelo es positiva en el segundo periodo (0.58pp, Gráfico 1). La dilucidación es por la caída de la tasa de interés en la misma periodicidad, se puede esperar tal efecto por que el mecanismo de transmisión (Regla de Poole) no es contemporáneo a variables reales. Por último, la naturaleza de este *shock* no es inflacionaria inmediatamente, es a partir del tercer periodo que se visualiza el efecto expansivo de la política monetaria (el control de la estabilidad de precios y la respuesta positiva de la tasa de interés en el primer periodo, respaldan este hallazgo).

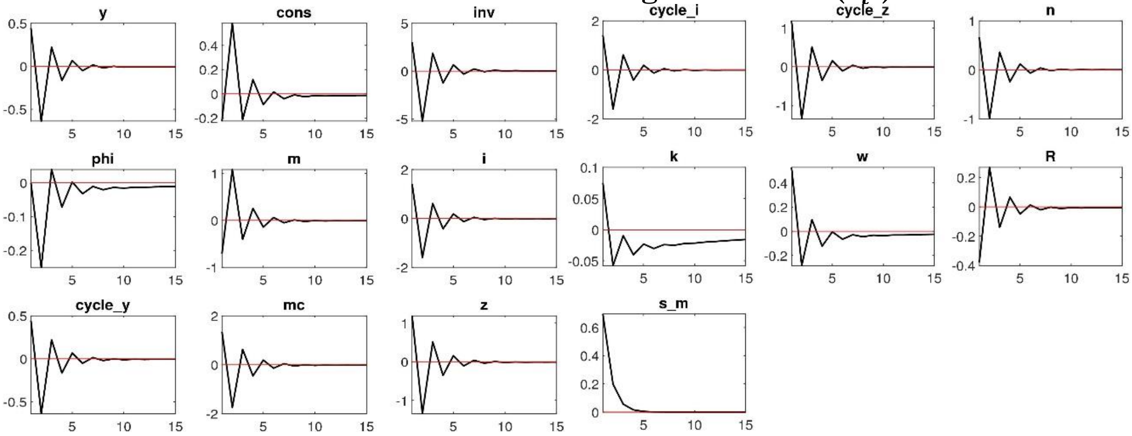
---

[28] La versión Log-lineal de su "Regla de Taylor expandida" es: $R_t = \rho^R R_{t-1} + (1-\rho^R)\left[\gamma_\pi^R(\pi_t - \pi^*) + \gamma_y^R(y_t - y^*) + \gamma_\omega^R(\omega_t - \omega^*)\right] + \varepsilon_t^R$. Si de esta expresión *ad-hoc* despejamos la brecha de la tasa de crecimiento del dinero ($\omega_t - \omega^*$) logramos obtener:

$$\frac{1}{(1-\rho^R)\gamma_\omega^R}R_t - \frac{\rho^R}{(1-\rho^R)\gamma_\omega^R}R_{t-1} - \frac{1}{\gamma_\omega^R}\gamma_\pi^R(\pi_t - \pi^*) - \frac{1}{\gamma_\omega^R}\gamma_y^R(y_t - y^*) - \varepsilon_t^R = \omega_t - \omega^*$$

$$\omega_t - \omega^* = \frac{1}{(1-\rho^R)\gamma_\omega^R}(R_t - \rho^R R_{t-1}) - \frac{\gamma_\pi^R}{\gamma_\omega^R}(\pi_t - \pi^*) - \frac{\gamma_y^R}{\gamma_\omega^R}(y_t - y^*) - \varepsilon_t^R$$

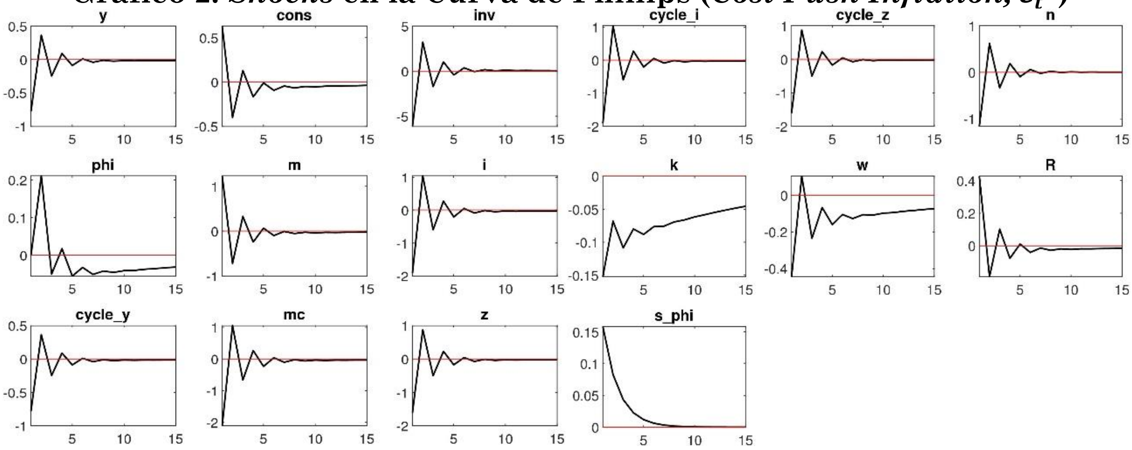
Gráfico 1: *Shocks* en la Regla de Poole ($\varepsilon_t^{\widetilde{m}}$)



Nota: Elaboración propia de los autores.

Por otro lado, evaluamos el comportamiento de la autoridad monetaria frente a *shocks* de precios (en la *NKPC*), las variables de interés por parte de la autoridad monetaria ($\widetilde{m}_t$ e $\tilde{\imath}_t$) reaccionan con un periodo de rezago, se retira dinero de la economía y sube la tasa de interés para contener mayores presiones inflacionarias. La disquisición es por el comportamiento del consumo determinada por la Ecuación de Euler, variable con una relación positiva en relación a las expectativas inflacionarias (a expectativas inflacionarias, los hogares son más adversos del comportamiento futuro de la economía por lo cual consumen en "t" para precautelar la perdida adquisitiva que pueda sufrir el dinero en "$t+1$"). En línea con la literatura, frente a este tipo de *shocks* ($\varepsilon_t^{\widetilde{\pi}}$), el PIB, la inversión, el salario y el empleo disminuyen puesto que el incremento de precios se traduce en los costos de las firmas, entonces una brecha negativa del producto es plausible (Gráfico 2)[29].

Gráfico 2: *Shocks* en la Curva de Phillips (*Cost Push Inflation,* $\varepsilon_t^{\widetilde{\pi}}$)



Nota: Elaboración propia de los autores.

El comportamiento de las variables frente a otro tipo de *shocks,* de la tasa natural de interés ($\varepsilon_t^{\tilde{\imath}f}$), de demanda ($\varepsilon_t^{\widetilde{AD}}$) o en el proceso tecnológico ($\varepsilon_t^{\tilde{A}}$) son coherentes intuitivamente (relación de datos, hechos estilizados) y son respaldados con la teoría económica.

[29] La desviación estándar posterior de la inflación por costos ($\varepsilon_t^{\widetilde{\pi}}$), es de 0.16.

Evaluación de los Parámetros

Como lo indican Poole (1970,) Turnovsky (1975), Yoshikawa (1981), Cazoneri et al. (1983), Daniel (1986) y Fair (1987) los parámetros de la regla que Poole planteo en su investigación son relevantes para establecer si dicho instrumento es efectivo para controlar las fluctuaciones de la brecha del producto. Los parámetros que tienen un rol predominante bajo el modelo núcleo de Poole son la elasticidad de la demanda por dinero respecto a la tasa de interés tasa de interés y la elasticidad del efecto ingreso en la demanda por dinero. En nuestra versión de la Regla de Poole y bajo el la óptica de un *DGSE*, la política monetaria está influenciada de los parámetros de la IS microfundada, la *NKPC* y de la Demanda por Dinero.

$$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{x}_t + \frac{\sigma}{\sigma^M}E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma^M}(1+\beta)\,\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma^M}\left[1 + \frac{\sigma\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\sigma\varrho\kappa\gamma\varpi}{\sigma^M[\varrho\kappa\varphi + \Theta]}\left(\tilde{x}_t^i\right) + \tilde{\phi}_t^m$$

Donde:

$\sigma \quad = Coefiente\ de\ Aversión\ al\ Riesgo$
$\sigma^M = Inversa\ de\ la\ Elasticidad\ de\ la\ Demanda\ por\ Dinero\ con\ respecto\ a\ la\ tasa\ de\ interés$
$\beta \quad = Factor\ Subjetivo\ de\ Descuento$
$\theta \quad = Probabilidad\ de\ no\ cambiar\ los\ precios\ en\ cada\ "t"$
$\eta \quad = Elasticidad\ de\ la\ Oferta\ Laboral\ de\ Frish$
$\alpha \quad = Elasticidad\ del\ Producto\ respecto\ al\ Stock\ de\ Capital$
$\delta \quad = Tasa\ de\ Depreciación\ del\ Capital$
$\Theta \quad = Relative\ Weight\ Attached\ to\ Cyclical\ Movements\ in\ Output$[30]

Este último parámetro (Θ), nunca fue estimado para la economía boliviana y el valor puede fluctuar entre 0.05 y 0.33 de acuerdo a la estimación de algunos autores según Tobias Kranz (2015). Para la estimación bayesiana se realizó dos ejercicios, en consecuencia, se conjeturó dos distintos Priors de Θ, para validar la Regla de Poole en el modelo *DSGE*. El primero fue de 0.5 y la estimación del Posterior resultó en 0.2657 (Cuadro 1) valor que está en línea con Kranz (el autor calibra el valor de este parámetro en 0.25). Para el segundo Prior el valor fue de 0.01, lo que implicó un Posterior de 0.0297, en este caso, el modelo tuvo resultados contraintuitivos e inverosímiles[31].

[30] La traducción de la definición que Agénor indica para el parámetro Θ es la importancia relativa de la autoridad monetaria a las fluctuaciones de la brecha del producto.

[31] A pesar que los Priors de los demás parámetros no cambiaron en ambos ejercicios, la influencia del peso relativo de la autoridad monetaria que adopta con relación a la brecha del producto (Θ) condiciona la validez de la Regla de Poole en todo el sistema de ecuaciones, los resultados son inadmisibles del segundo Prior. Ver Anexos.

Cuadro 1: Distribución Prior y Posterior

Parámetro	Prior	Post	10%	90%	Distribución	S.D.
	Mean	Mean				
σ	2	2.0595	2.0595	2.0674	norm	0.1
σ^M	2	2.4225	2.3979	2.4511	norm	0.1
Θ	0.5	0.2657	0.2359	0.2885	beta	0.1
ρ^π	0.5	0.5229	0.5174	0.5270	beta	0.1
ρ^m	0.5	0.2853	0.2315	0.3183	beta	0.1
ρ^d	0.5	0.9522	0.9512	0.9529	beta	0.1
ρ^A	0.5	0.2985	0.2555	0.3220	beta	0.1
ρ^{i^n}	0.5	0.4702	0.4633	0.4752	beta	0.1
ε^A	0.01	0.6835	0.6396	0.7218	invg	Inf
ε^π	0.01	0.1583	0.1551	0.1618	invg	Inf
ε^{i^n}	0.01	0.0085	0.0031	0.0153	invg	Inf
ε^m	0.01	0.6947	0.6645	0.7292	invg	Inf
ε^d	0.01	0.0688	0.0612	0.0760	invg	Inf

Nota: Elaboración propia de los autores.
El valor Prior de σ y σ^M fueron revisados de Benchimol (2013), el valor inicial (Prior) de los parámetros de persistencia de los procesos AR(1) fue extraído de Smets y Wouters (2007) pero su desviación estándar es de Benchimol. Finalmente las desviaciones estándar y la función de distribución son de Julliard M. et al. (2006) y Valdivia J. (2017).

Por parte de los demás parámetros se optó por calibrar el valor de los mismos en base a investigaciones previas cuentas nacionales.

Cuadro 2: Calibración

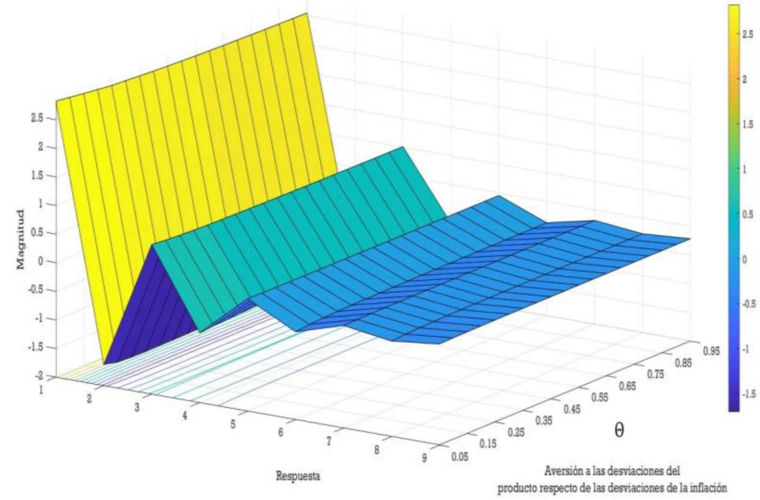
Parámetro	Fuente	Valor
β	Valdivia D. (2008)	0.88
θ	Costa Junior (2016)	0.7
η	Costa Junior (2016)	1.5
α	Valdivia J. (2017)	0.33
δ	Kliem y Kriwoluzky (2016)	0.025
$\frac{C_{ss}}{Y_{ss}}$	Ratio Consumo/PIB (2018). Cuentas Nacionales	0.7
$\frac{I_{ss}}{Y_{ss}}$	Ratio Formación Bruta de Capital Fijo/PIB (2018). Cuentas Nacionales	0.2

Simulación

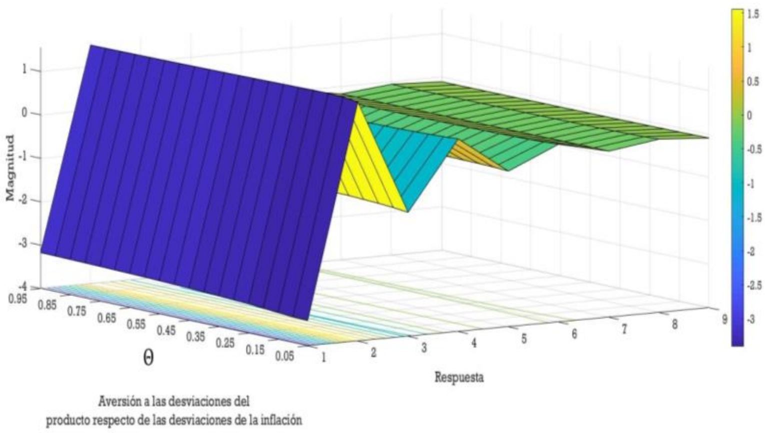
Dependiendo del valor que asigna la autoridad monetaria a Zeta (Θ), la respuesta de las FIR pueden cambiar sustancialmente. Se realizó una simulación sencilla con respecto al valor de Zeta, los resultados indican que los efectos de los *shocks* pueden cambiar cuando la autoridad monetaria pondera en mayor proporción las fluctuaciones del producto observado respecto al natural (se realizó el ejercicio por parte de *shocks* en la *NKPC* y en la Regla de Poole).

Gráfico 3: Simulación Numérica (a distintos valores de Θ)

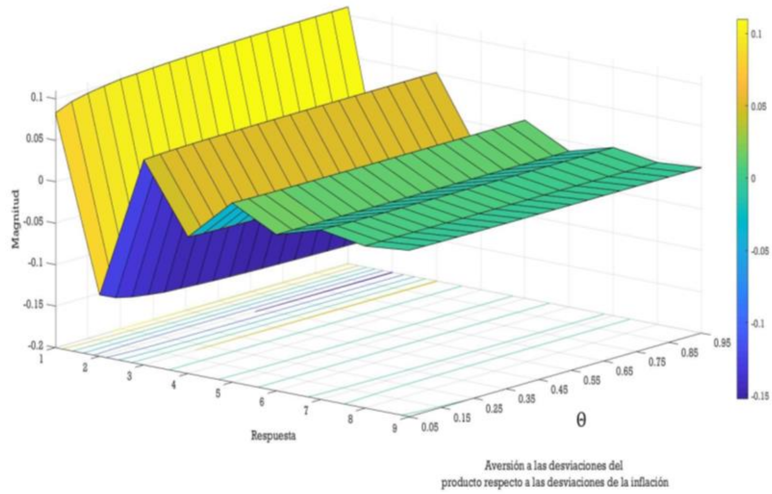
Respuesta del Consumo frente a *shocks* en la Curva de Phillips (*Cost-Push Inflation*)



Respuesta del PIB frente a *shocks* en la Curva de Phillips (*Cost-Push Inflation*)



Respuesta del PIB frente a *shocks* en Regla de Poole



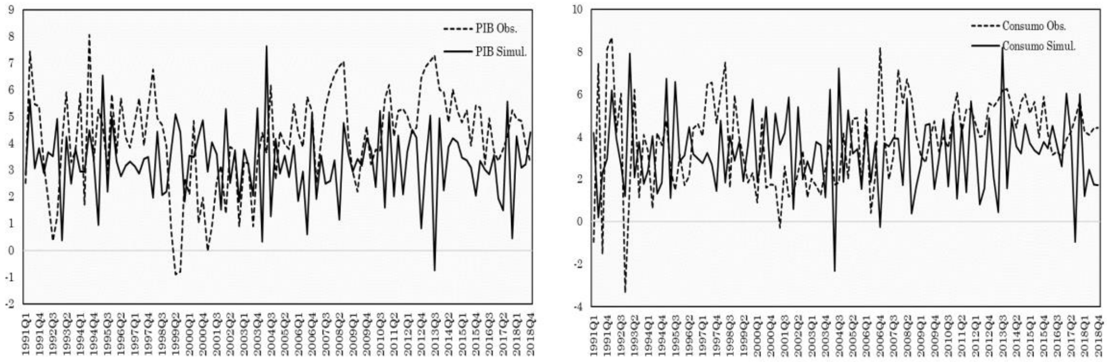
Nota: Elaboración propia de los autores.

Cuando la autoridad monetaria se preocupa más por la desviación del producto observado respecto a su estado natural ($\Theta = 0.95$), el consumo aun reacciona positivamente frente a *shocks* en la *NKPC* pero en menor medida que a una mínima ponderación de Zeta ($\Theta = 0.05$)[32]. Asimismo, la respuesta del PIB frente a la naturaleza de este *shock* aun es contractiva, no obstante, el valor de Zeta influye en la magnitud de la FIR, a valores más pequeños Zeta (Θ) la contracción del producto alcanza los 3.4pp, pero cuando Zeta converge a 0.95 la disminución del PIB se reduce a 3.1pp. Por último, el comportamiento expansivo de la política monetaria (*shocks* en la Regla de Poole, $\varepsilon_t^{\widetilde{m}}$) es más efectivo en el crecimiento económico cuando la misma autoridad se "preocupa" más por la brecha del producto.

Finalmente, un ejercicio complementario para la validez del modelo propuesto es la obtención de datos simulados en el *DSGE.* La simulación de 120 observaciones, del PIB y el Consumo develan que el modelo replica parcialmente el comportamiento de las variables observadas y ciertos hechos estilizados de la economía boliviana.

Gráfico 4: Simulación de Datos

PIB Consumo



Nota: Elaboración propia de los autores.

---

[32] Como se puede observar la FIR del consumo incrementa en 2.5pp cuando Zeta ($\Theta = 0.5$), pero cuando Zeta ($\Theta = 0.95$), el consumo solo incrementa en 2pp.

IV) Conclusiones

En la presente investigación se dilucido una regla de política monetaria con microfundamentos, la Regla de Poole. En la literatura actual en el campo de la macroeconómica no existe dicha regla fundamentada por una función de perdida que un Banco Central tiene por objetivo. Una primera aproximación la realizan Li y Liu (2017) para la economía China, aplicando una regla que la denominan la "Regla de Taylor expandida", pero la forma de la ecuación *ad-hoc* tiene una similitud a la Regla de Poole que encontramos. El debate sobre la aplicación de esta regla se generó entre los años 70´s y finales de los 80´s, autores como Turnovsky (1975), Woglom (1979), Yoshikawa (1981), Cazoneri et al. (1983), Daniel (1986) y Fair (1987) confirman los descubrimientos de la publicación *mainstream* de Poole (1970). Todos los autores convergen sobre un punto de vista en común sobre la regla denomina como una "combinación" de control del *stock* del dinero y fijación de la tasa de interés, este instrumento es apropiado para controlar la volatilidad del producto respecto a su estado natural. No obstante, como lo señala Poole la regla de política monetaria y su efectividad depende de los valores que pueden asumir ciertos parámetros, en esencia la elasticidad de la demanda por dinero respecto a cambios en la tasa de interés, la elasticidad del efecto ingreso en la demanda por dinero y la desviación estándar de los *shocks* (variables aleatorias) planteados en su modelo; desde una evaluación econométrica por parte de Turnovsky, Yoshikawa y Fair, ellos ratifican los argumentos de Poole. Turnovsky indica que ajustes pro-cíclicos de la oferta monetaria es un instrumento óptimo bajo incertidumbre de los parámetros del modelo IS-LM. Por su parte, Yoshikawa señala que la autoridad monetaria debe adaptarse a *shocks*, y dependiendo de la naturaleza de los mismos, la política monetaria cambia de instrumento, de control de la oferta de dinero a tasa de interés o viceversa. Por último, las conclusiones de Fair son que ambos instrumentos son óptimos para la reducir la varianza del Producto Nacional Bruto.

En el ejercicio empleado para la economía boliviana se realizó la estimación y calibración de algunos parámetros, en la función de minimización de pérdida del Banco Central el Prior de Zeta (Θ) tiene una influencia relevante para la validez de la Regla de Poole, los resultados indican que el Banco Central de Bolivia (BCB) pondera 0.2657 de aversión con relación a las fluctuaciones de la brecha del producto, este corolario está en línea con Kranz (2017). Gracias a la estimación de los parámetros, las Funciones Impulso Respuesta en analogía con *shocks* provenientes de la Regla de Poole, tienen efectos positivos en el crecimiento económico (0.44pp) confirmando la postura expansiva del BCB. La respuesta del BCB frente a *shocks* en la *NKPC* es laudable en el modelo planteado (disminución de la oferta monetaria e incrementos de la tasa de interés).

La simulación de los valores de Zeta (Θ), se aproximan de manera intuitiva a la orientación de la política monetaria de cualquier Banco Central. Cuanta más importancia la autoridad monetaria otorga a la desviación del producto observado respecto a su estado natural (brecha del producto), los efectos en sector real son mayores (PIB). S*hocks* en la *NKPC* si bien contraen el crecimiento económico, el resultado es menor cuando Zeta ($\Theta \cong 0.95$); y del mismo modo, el consumo si reacciona positivamente pero en menor medida gracias a que la autoridad monetaria estabiliza las expectativas de los agentes. En el ejercicio realizado, la Regla de Poole si responde a la estructura de la economía de Bolivia en función a los caracteres de los hogares y de las firmas.

$$\widetilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{x}_t + \frac{\sigma}{\sigma^M}E_t\tilde{Y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma^M}(1+\beta)\,\tilde{\imath}_t + \frac{1}{\sigma^M}\left[1 + \frac{\sigma\beta\varrho}{\varrho\kappa\varphi + \Theta}\right]E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\sigma\varrho\kappa\gamma\varpi}{\sigma^M[\varrho\kappa\varphi + \Theta]}\left(\tilde{x}_t^i\right)$$

$$\widetilde{m}_t = \Upsilon\tilde{x}_t + \Upsilon E_t\tilde{Y}_{t+1} - \Phi\,\tilde{\imath}_t + \Gamma E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \xi\tilde{x}_t^i$$

Donde:

$$\begin{aligned} \Upsilon &= 0.85015480 \\ \Phi &= 0.77605779 \\ \Gamma &= 0.67942925 \\ \xi &= 0.02325362 \end{aligned}$$

El control de la oferta o demanda por dinero reacciona en 0.85pp a la brecha del producto y a las expectativas del crecimiento económico, inversamente proporcional a la tasa de interés que se determina el mercado (0.77pp), al respecto a las expectativas inflacionarias en 0.67pp y en último lugar con 0.02pp con relación a las desviaciones de la tasa de interés respecto a su estado natural.

Cabe señalar, que Poole mencionó que los parámetros no necesariamente se mantendrán fijos cuando exista interacción con la política fiscal (resultado fiscal). Esto indica que existe el reto de evaluar la Regla de Poole con la introducción de otros agentes en la economía: Política Fiscal, Sector Financiero, Heterogeneidad de los Hogares, Sector Externo, Informalidad, Inserción de Costos de Ajuste al Capital y la Inversión, entre otros. Y por parte de la estimación de parámetros lo más apropiado sería por *time varying parameters* o un modelo con cambios de regímenes para extraer de manera más conveniente las características de una economía que no se defina en un esquema de metas de inflación.

En conclusión, el objetivo de la investigación fue proveer un aporte teórico, de una regla no convencional para el manejo de la política monetaria. Bajo el ejercicio preliminar se validó la Regla de Poole para la economía boliviana capturando ciertas características de la misma.

Bibliografía

Ágenor Pierre-Richard (2004), "The Economics of Adjustment and Growth". Harvard Univesity Press.

Agosin, M., Fernandez-Arias, E., & Fidel, J. (2009), "Growing Pains Binding Constraints to Productive Investment in Latin America . Inter-American Development Bank.

Bemchimol Jonathan (2013), "Money in the production function: a New Keynesian DSGE perspective". Mimeo.

Calvo Guillermo (1983), "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework". Journal of Monetary Economics, Vol 12.

Campbell, J. Y Cochrane, J. (1999), "By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior", Journal of Political Economy.

Cazoneri M., Henderson D. y Rogoff K. (1983), "The Information Content of the Interest Rate and Optimal Monetary Policy". The Quarterly Journal of Economics, Vol. 98, Nro 4.

Constantinides, G. Habit Formation (1990), "A resolution of the equity premium puzzle", Journal of Political Economy.

Costa Junior Celso José (2016), "Understanding DSGE". Vernon Press.

Daniel Betty (1986), "Monetary Aggregate versus Interest Rate Rules". Journal of Macroeconomics, Vol. 8, Nro 1.

De Gregorio José. (2007), *Macroeconomía: Teoría y Políticas*, Pearson Education, Santiago de Chile.

Dixit, A. & Stiglitz, J. (1975), "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity". The Warwick Economics Research Paper Series, University of Warwick, Department of Economics.

Fair Ray (1987), "Optimal Choice of Monetary Policy Instruments in a Macroeconometric Model". National Bureu of Economic Reasearch (NBER).

Fernández-Villaverde, J. y J. Rubio-Ramírez (2004), "Comparing Dynamic Equilibrium Models to Data: a Bayesian Approach." Journal of Econometrics, 123, 153-187.

Friedman, M. (1957), "A theory of the Consumption Function", National Bureau of Economic Research, Nueva York.

Friedman Milton (1968), "The role of monetary policy", The American Economic Review, Vol. 58, Nro 1.

International Monetary Fund (2018), "Annual Report n Exchange Arrangements and Exchange Restrictions".

Juillard M., Karam P., Laxton D. y Pesenti P. (2006), "Welfare-Based Monetary Policy Rules in an Estimated DSGE Model of the US Economy". European Central Bank, Working Paper Series Nro 613.

Kliem Martin y Kriwoluzky Alexander (2010), "Toward a Taylor rule for fiscal policy". Deutsche Bundesbank Euro System, Discussion Paper Series 1: Economic Studies Nro 26/2010.

Kranz Tobias (2015), “Persistent Stochastic Shocks in a New Keynesian Model with Uncertainty”. Springer Gabler, Master Thesis, University of Trier.

Leeper Erick (1991), “Equilibria under ‘active’ and ‘passive’ monetary and fiscal policies. Journal of Monetary Economics 27 129-147.

Li B. y Liu Q. (2017), “Identifying Monetary Policy Behavior in China:A Bayesian DSGE Approach”. China Economic Review.

McCallum, Bennett (1984), “Monetarist rules in the light of recent experience”, The American Economic Review, Vol. 74, Nro 2.

——— (1993), “Specification and analysis of a monetary policy rule for Japan”. BOJ Monetary and Economic Studies, Vol. 11, Nro 2.

——— (1999), “Recent developments in the analysis of monetary policy rules”. Review, Vol. 81, Nro 6.

——— (2006), “Policy-rule retrospective on the Greenspan era”, Shadow Open Market Committee.

——— (2011), “Nominal GDP targeting?” Shadow Open Market Committee.

Mccandles, G. (2008), “The ABCs of RBCs An introduction to Dynamic Macroeconomic Models”, Harvard University Press.

Metzler Lloyd (1950), “The Rate of Interest and the Marginal Product of Capital Source”. Journal of Political Economy, Vol. 58, Nro 4.

Modigliani, F. (1986), “Life Cycle, Individual Thrift and the Wealth of Nations”, American Economic Review.

Poole William (1970), “Optimal Choice of Monetary Policy Instruments in a simple Stochastic Macro Model”. The Quarterly Journal of Economics, Vol. 84, Nro 2.

Raj Baldev y Koerts Johan (1992), “Henri Theil's Contributions to Economics And Econometrics”. Springer Science+Business Media, B.V, Vol. I, Econometric Theory and Methodology.

Raj Baldev y Koerts Johan (1992), “Henri Theil's Contributions to Economics And Econometrics”. Springer Science+Business Media, B.V, Vol. II, Consumer Demand Analysis and Information Theory.

Raj Baldev y Koerts Johan (1992), “Henri Theil's Contributions to Economics And Econometrics”. Springer Science+Business Media, B.V, Vol. III, Economic Policy and Forecasts and Management Science.

Smets, F. and Wouters, R. (2007), “Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach,” NBB Working Paper Series 109.

Sidrausky M. (1967), “Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy”, The American Economic Review.

Tobin James (1983), “Monetary Policy: Rules, Targets, and Shocks”. Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 15, Nro 4.

Taylor John (1993), “Discretion versus policy rules in practice”. Carnegie-Rochester Series on Public Policy Vol. 39.

Taylor J. (2000), “Using Monetary Policy Rules in Emerging Market Economies”. Stanford University.

Turnovsky Stephen (1975), "Optimal Choice of Monetary Instrument In a Linear Economic Model with Stochastic Coefficients". Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 7, Nro 1.

Valdivia, D. (2008), "¿Es importante la fijación de precios para entender la dinámica de la inflación en Bolivia?" INESAD, WP Nro 02/2008.

Valdivia D. y Montenegro M (2008), "Reglas Fiscales en Bolivia en el contexto de un Modelo de Equilibrio Dinámico General Estocástico". Social Science Reasearch Network.

Valdivia D. y Pérez D. (2013), "Dynamic Economic and coordination of fiscal – monetary policies in Latin America: evaluation through a DSGE model". 11th Dynare Conference - National Bank of Belgium.

Valdivia Joab. (2017), "Evaluando la interacción de la Política Monetaria y Fiscal (Teoría Fiscal del Nivel de Precios) a través de un DSGE-VAR". XXII Encuentro de la Red de Investigadores de Banca Central de las Américas (CEMLA).

Woodford Michael. (2003), "Interest & Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy". Princeton: Princeton University Press.

Wenlang Zhang (2008), "China's monetary policy: Quantity versus price rules". Journal of Macroeconomics – ELSEVIER.

Woglom Geoffrey (1979), "Rational Expectations and Monetary Policy in a Simple Macroeconomic Model". The Quarterly Journal of Economics, Vol. 93, Nro 1.

Yoshikawa Hiroshi (1981), "Alternative Monetary Policies and Stability in a Stochastic Keynesian Model". International Economic Review, Vol. 22, Nro 3.

Yun Tack. (1996), "Nominal Price Rigidity, Money Supply Endogeneity, and Business Cycles," Journal of Monetary Economics, Vol. 37.

Zeballos D., Heredia J. y Yujra P. (2018), "Fluctuaciones Cíclicas y Cambios de Régimen en la Economía Boliviana: Un Análisis Estructural a partir de un Modelo DSGE". INESAD, WP Nro 07/2018.

Anexos

Obtención de la Curva de Phillips Nueva Keynesiana (*NKPC*) Log-Lineal

$$\max_{P_{j,t}^*} E_t\left\{\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\Delta_{i,t+i}\left[\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\ C_{j,t+i}-mc_{t+i}\ C_{j,t+i}\right]\right\}$$

La restricción es:

$$C_{j,t}=\left[\frac{P_{j,t}^*}{P_t}\right]^{-\varepsilon}\ C_t$$

$$\max_{P_{j,t}^*} E_t\left\{\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\Delta_{i,t+i}\left[\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}\ C_{t+i}-mc_{t+i}\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}\ C_{t+i}\right]\right\}$$

$$\max_{P_{j,t}^*} E_t\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\Delta_{i,t+i}C_{t+i}\left[\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\right)^{1-\varepsilon}-mc_{t+i}\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}\right]$$

CPO:

$$E_t\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\Delta_{i,t+i}C_{t+i}\left[(1-\varepsilon)\left(\frac{1}{P_{t+i}}\right)^{1-\varepsilon}\ {P_{j,t}^*}^{-\varepsilon}+\varepsilon\, mc_{t+i}\left(\frac{1}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}\ {P_{j,t}^*}^{-\varepsilon-1}\right]=0$$

$$E_t\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\Delta_{i,t+i}C_{t+i}{P_{j,t}^*}^{-\varepsilon}\left[(1-\varepsilon)\left(\frac{1}{P_{t+i}}\right)^{1-\varepsilon}+\varepsilon\, mc_{t+i}\left(\frac{1}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}\frac{1}{P_{j,t}^*}\right]=0$$

$$E_t\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\Delta_{i,t+i}C_{t+i}{P_{j,t}^*}^{-\varepsilon}\left(\frac{1}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}\left[(1-\varepsilon)\ \frac{1}{P_{t+i}}+\varepsilon\, mc_{t+i}\frac{1}{P_{j,t}^*}\right]=0$$

$$E_t\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\Delta_{i,t+i}C_{t+i}\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}\left[(1-\varepsilon)\ \frac{1}{P_{t+i}}+\varepsilon\, mc_{t+i}\frac{1}{P_{j,t}^*}\right]=0$$

$$E_t\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\Delta_{i,t+i}C_{t+i}\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}(1-\varepsilon)\ \frac{1}{P_{t+i}}+E_t\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\Delta_{i,t+i}C_{t+i}\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}\varepsilon\, mc_{t+i}\frac{1}{P_{j,t}^*}=0$$

$$\Delta_{i,t+i}=\beta^i\left(\frac{C_{t+i}}{C_t}\right)^{-\sigma}$$

$$E_t\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\beta^i\left(\frac{C_{t+i}}{C_t}\right)^{-\sigma}C_{t+i}\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}(1-\varepsilon)\ \frac{1}{P_{t+i}}=-E_t\sum_{i=0}^{\infty}\theta^i\beta^i\left(\frac{C_{t+i}}{C_t}\right)^{-\sigma}C_{t+i}\left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}}\right)^{-\varepsilon}\varepsilon\, mc_{t+i}\frac{1}{P_{j,t}^*}$$

$$(1-\varepsilon)\frac{{P_{j,t}^*}^{-\varepsilon}}{C_t^{-\sigma}}E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\theta\beta)^i\frac{C_{t+i}^{-\sigma}}{P_{t+i}^{1-\varepsilon}}=-\,\varepsilon\frac{{P_{j,t}^*}^{-\varepsilon}}{C_t^{-\sigma}}\frac{1}{P_{j,t}^*}E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\theta\beta)^i\frac{C_{t+i}^{1-\sigma}}{P_{t+i}^{-\varepsilon}}mc_{t+i}$$

$$\varepsilon\frac{1}{P_{j,t}^*}E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\theta\beta)^i\frac{C_{t+i}^{1-\sigma}}{P_{t+i}^{-\varepsilon}}mc_{t+i}=-(1-\varepsilon)E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\theta\beta)^i\frac{C_{t+i}^{-\sigma}}{P_{t+i}^{1-\varepsilon}}$$

$$\varepsilon \frac{1}{P_{j,t}^*} E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma} P_{t+i}^{\varepsilon}\, mc_{t+i} = (\varepsilon - 1) E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}\, P_{t+i}^{\varepsilon-1}$$

$$\frac{\varepsilon}{(\varepsilon - 1)} \frac{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma} P_{t+i}^{\varepsilon}\, mc_{t+i}}{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}\, P_{t+i}^{\varepsilon-1}} = P_{j,t}^*$$

$$P_{j,t}^* = \mu \frac{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma} P_{t+i}^{\varepsilon}\, mc_{t+i}}{E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}\, P_{t+i}^{\varepsilon-1}}$$

$$P_{j,t}^* = \mu \frac{\mathrm{A}_t}{\mathrm{B}_t}$$

$$P_{ss}^* \left(1 + \tilde{P}_{j,t}^*\right) = \mu \frac{\mathrm{A}_{ss}}{\mathrm{B}_{ss}} \left(1 + \widetilde{\mathrm{A}}_t - \widetilde{\mathrm{B}}_t\right)$$

$$\tilde{P}_{j,t}^* = \widetilde{\mathrm{A}}_t - \widetilde{\mathrm{B}}_t$$

La dinámica en precios

$$P_t^{1-\varepsilon} = (1-\theta) {P_{j,t}^*}^{1-\varepsilon} + \theta P_{t-1}^{1-\varepsilon}$$

$$\left[\frac{P_t}{P_{t-1}}\right]^{1-\varepsilon} = (1-\theta) \frac{{P_{j,t}^*}^{1-\varepsilon}}{P_{t-1}^{1-\varepsilon}} + \theta$$

$$\pi_t^{1-\varepsilon} = \theta + (1-\theta) \left[\frac{P_{j,t}^*}{P_{t-1}}\right]^{1-\varepsilon}$$

$$\pi_{ss}^{1-\varepsilon} [1 + (1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t] = \theta + (1-\theta) \left[\frac{P_{ss}}{P_{ss}}\right]^{1-\varepsilon} \left[1 + (1-\varepsilon)\widetilde{P_{j,t}^*} - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}\right]$$

$$1 + (1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = \theta + \left[1 + (1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^* - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}\right] - \theta\left[1 + (1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^* - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}\right]$$

$$1 + (1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = \theta + 1 + (1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^* - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1} - \theta - \theta(1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^* + \theta(1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}$$

$$(1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = (1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^* - (1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1} - \theta(1-\varepsilon)\tilde{P}_{j,t}^* + \theta(1-\varepsilon)\tilde{P}_{t-1}$$

$$(1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = (1-\varepsilon)\left(\tilde{P}_{j,t}^* - \tilde{P}_{t-1}\right) - \theta(1-\varepsilon)\left(\widetilde{P_{j,t}^*} - \tilde{P}_{t-1}\right)$$

$$(1-\varepsilon)\tilde{\pi}_t = (1-\varepsilon)\left(\tilde{P}_{j,t}^* - \tilde{P}_{t-1}\right)(1-\theta)$$

$$\tilde{\pi}_t = \left(\tilde{P}_{j,t}^* - \tilde{P}_{t-1}\right)(1-\theta)$$

$$\frac{\tilde{\pi}_t}{1-\theta} + \tilde{P}_{t-1} = \tilde{P}_{j,t}^* \tag{a}$$

Reescribiendo la anterior expresión y reemplazando $\tilde{P}_{j,t}^{*}$, en $\frac{\tilde{\pi}_t}{1-\theta}+\tilde{P}_{t-1}=\tilde{\mathrm{A}}_t-\tilde{B}_t$.

$$\mathrm{A}_t = E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}P_{t+i}^{\varepsilon}\,mc_{t+i}$$

$$\mathrm{A}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon}mc_t + E_t\sum_{i=1}^{\infty}(\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}P_{t+i}^{\varepsilon}mc_{t+i}$$

$$\mathrm{A}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon}mc_t + \theta\beta\, C_{t+1}^{1-\sigma}P_{t+1}^{\varepsilon}\,mc_{t+1} + E_t\sum_{i=2}^{\infty}(\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}P_{t+i}^{\varepsilon}mc_{t+i}$$

$$\mathrm{A}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon}mc_t + \theta\beta\, C_{t+1}^{1-\sigma}P_{t+1}^{\varepsilon}\,mc_{t+1} + (\theta\beta)^2\, C_{t+2}^{1-\sigma}P_{t+2}^{\varepsilon}\,mc_{t+2} + E_t\sum_{i=3}^{\infty}(\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}P_{t+i}^{\varepsilon}mc_{t+i}$$

$$\mathrm{A}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon}mc_t + \theta\beta E_t\mathrm{A}_{t+1}$$

$$\mathrm{B}_t = E_t\sum_{i=0}^{\infty}(\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}\,P_{t+i}^{\varepsilon-1}$$

$$\mathrm{B}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon-1} + E_t\sum_{i=1}^{\infty}(\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}P_{t+i}^{\varepsilon-1}$$

$$\mathrm{B}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon-1} + \theta\beta\, C_{t+1}^{1-\sigma}P_{t+1}^{\varepsilon-1} + E_t\sum_{i=2}^{\infty}(\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}P_{t+i}^{\varepsilon-1}$$

$$\mathrm{B}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon} + \theta\beta\, C_{t+1}^{1-\sigma}P_{t+1}^{\varepsilon-1} + (\theta\beta)^2\, C_{t+2}^{1-\sigma}P_{t+2}^{\varepsilon-1} + E_t\sum_{i=3}^{\infty}(\theta\beta)^i C_{t+i}^{1-\sigma}P_{t+i}^{\varepsilon-1}$$

$$\mathrm{B}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon-1} + \theta\beta E_t\mathrm{B}_{t+1}$$

$$\mathrm{A}_{ss} = C_{ss}^{1-\sigma}P_{ss}^{\varepsilon}mc_{ss} + \theta\beta\mathrm{A}_{ss} \qquad \mathrm{B}_{ss} = C_{ss}^{1-\sigma}P_{ss}^{\varepsilon-1} + \theta\beta\mathrm{B}_{ss}$$

$$\mathrm{A}_{ss}(1-\theta\beta) = C_{ss}^{1-\sigma}P_{ss}^{\varepsilon}mc_{ss} \qquad \mathrm{B}_{ss}(1-\theta\beta) = C_{ss}^{1-\sigma}P_{ss}^{\varepsilon-1}$$

$$\mathrm{A}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon}mc_t + \theta\beta E_t\mathrm{A}_{t+1}$$

$$\mathrm{A}_{ss}\left(1+\tilde{\mathrm{A}}_t\right) = C_{ss}^{1-\sigma}P_{ss}^{\varepsilon}mc_{ss}\left[1+(1-\sigma)\tilde{C}_t+\varepsilon\tilde{P}_t+\widetilde{mc}_t\right] + \theta\beta\mathrm{A}_{ss}\left(1+E_t\tilde{\mathrm{A}}_{t+1}\right)$$

$$\mathrm{A}_{ss}\left(1+\tilde{\mathrm{A}}_t\right) = \mathrm{A}_{ss}(1-\theta\beta)\left[1+(1-\sigma)\tilde{C}_t+\varepsilon\tilde{P}_t+\widetilde{mc}_t\right] + \theta\beta\mathrm{A}_{ss}\left(1+E_t\tilde{\mathrm{A}}_{t+1}\right)$$

$$\begin{aligned}\mathrm{A}_{ss}\left(1+\tilde{\mathrm{A}}_t\right) = \mathrm{A}_{ss}\{&(1-\theta\beta)[1+(1-\sigma)\tilde{C}_t+\varepsilon\tilde{P}_t+\widetilde{mc}_t-\theta\beta-\theta\beta(1-\sigma)\tilde{C}_t-\theta\beta\varepsilon\tilde{P}_t\\ &-\theta\beta\widetilde{mc}_t]+\theta\beta\left(1+E_t\tilde{\mathrm{A}}_{t+1}\right)\}\end{aligned}$$

$$1+\tilde{\mathrm{A}}_t-\theta\beta-\theta\beta E_t\tilde{\mathrm{A}}_{t+1} = 1+(1-\sigma)\tilde{C}_t+\varepsilon\tilde{P}_t+\widetilde{mc}_t-\theta\beta-\theta\beta(1-\sigma)\tilde{C}_t-\theta\beta\varepsilon\tilde{P}_t-\theta\beta\widetilde{mc}_t$$

$$\tilde{\mathrm{A}}_t-\theta\beta E_t\tilde{\mathrm{A}}_{t+1} = (1-\sigma)\tilde{C}_t+\varepsilon\tilde{P}_t+\widetilde{mc}_t-\theta\beta(1-\sigma)\tilde{C}_t-\theta\beta\varepsilon\tilde{P}_t-\theta\beta\widetilde{mc}_t$$

$$\tilde{\mathrm{A}}_t-\theta\beta E_t\tilde{\mathrm{A}}_{t+1}-(1-\theta\beta)\widetilde{mc}_t = \left[(1-\sigma)\tilde{C}_t+\varepsilon\tilde{P}_t\right](1-\theta\beta) \tag{b}$$

$$\mathrm{B}_t = C_t^{1-\sigma}P_t^{\varepsilon-1} + \theta\beta E_t\mathrm{B}_{t+1}$$

$$\mathrm{B}_{ss}\left(1+\tilde{B}_t\right) = C_{ss}^{1-\sigma}P_{ss}^{\varepsilon-1}\left[1+(1-\sigma)\tilde{C}_t+(\varepsilon-1)\tilde{P}_t\right] + \theta\beta\mathrm{B}_{ss}\left(1+E_t\tilde{\mathrm{B}}_{t+1}\right)$$

$$\mathrm{B}_{ss}\left(1+\tilde{B}_t\right) = \mathrm{B}_{ss}(1-\theta\beta)\left[1+(1-\sigma)\tilde{C}_t+(\varepsilon-1)\tilde{P}_t\right] + \theta\beta\mathrm{B}_{ss}\left(1+E_t\tilde{\mathrm{B}}_{t+1}\right)$$

$$1+\widetilde{\mathrm{B}}_t-\theta\beta-\theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{B}}_{t+1}=1+(1-\sigma)\tilde{C}_t+(\varepsilon-1)\tilde{P}_t-\theta\beta-\theta\beta(1-\sigma)\tilde{C}_t-\theta\beta(\varepsilon-1)\tilde{P}_t$$

$$\widetilde{\mathrm{B}}_t-\theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{B}}_{t+1}=(1-\sigma)\tilde{C}_t+\varepsilon\tilde{P}_t-\tilde{P}_t-\theta\beta(1-\sigma)\tilde{C}_t-\varepsilon\theta\beta\tilde{P}_t+\theta\beta\tilde{P}_t$$

$$\widetilde{\mathrm{B}}_t-\theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{B}}_{t+1}=\left[(1-\sigma)\tilde{C}_t+\varepsilon\tilde{P}_t\right](1-\theta\beta)-\tilde{P}_t(1-\theta\beta)$$

$$\widetilde{\mathrm{B}}_t-\theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{B}}_{t+1}+\tilde{P}_t(1-\theta\beta)=\left[(1-\sigma)\tilde{C}_t+\varepsilon\tilde{P}_t\right](1-\theta\beta) \qquad \text{(c)}$$

Igualando (b) y (c):

$$\widetilde{\mathrm{B}}_t-\theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{B}}_{t+1}+\tilde{P}_t(1-\theta\beta)=\widetilde{\mathrm{A}}_t-\theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{A}}_{t+1}-(1-\theta\beta)\widetilde{mc}_t$$

$$-\theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{B}}_{t+1}+\tilde{P}_t(1-\theta\beta)+\theta\beta E_t\widetilde{\mathrm{A}}_{t+1}+(1-\theta\beta)\widetilde{mc}_t=\widetilde{\mathrm{A}}_t-\widetilde{\mathrm{B}}_t$$

$$\theta\beta E_t\left(\widetilde{\mathrm{A}}_{t+1}-\widetilde{\mathrm{B}}_{t+1}\right)+(1-\theta\beta)\left(\widetilde{mc}_t+\tilde{P}_t\right)=\widetilde{\mathrm{A}}_t-\widetilde{\mathrm{B}}_t$$

Reescribiendo en dinámica de precios $\frac{\tilde{\pi}_t}{1-\theta}+\tilde{P}_{t-1}=\widetilde{\mathrm{A}}_t-\widetilde{\mathrm{B}}_t$, se lograra obtener:

$$\theta\beta\left(\frac{E_t\tilde{\pi}_{t+1}}{1-\theta}+\tilde{P}_t\right)+(1-\theta\beta)\left(\widetilde{mc}_t+\tilde{P}_t\right)=\frac{\tilde{\pi}_t}{1-\theta}+\tilde{P}_{t-1}$$

$$\theta\beta\frac{E_t\tilde{\pi}_{t+1}}{1-\theta}+\theta\beta\tilde{P}_t+\widetilde{mc}_t+\tilde{P}_t-\theta\beta\,\widetilde{mc}_t-\theta\beta\tilde{P}_t-\tilde{P}_{t-1}=\frac{\tilde{\pi}_t}{1-\theta}$$

$$\frac{\tilde{\pi}_t}{1-\theta}=\theta\beta\frac{E_t\tilde{\pi}_{t+1}}{1-\theta}+\widetilde{mc}_t(1-\theta\beta)\ +\tilde{\pi}_t$$

$$\tilde{\pi}_t=\theta\beta E_t\tilde{\pi}_{t+1}+(1-\theta)(1-\theta\beta)\widetilde{mc}_t+\tilde{\pi}_t-\theta\tilde{\pi}_t$$

$$\tilde{\pi}_t=\beta E_t\tilde{\pi}_{t+1}+\frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta}\widetilde{mc}_t$$

$$\boldsymbol{\tilde{\pi}_t=\beta E_t\tilde{\pi}_{t+1}+\kappa\,\widetilde{mc}_t}$$

Donde $\kappa=\frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta}$

Log-linealización de la Ecuación de Euler

Para la transformación entorno a su estado estacionario tomamos en cuenta esta versión de la ecuación de Fisher $\tilde{R}_t=\tilde{\imath}_t-E_t\tilde{\pi}_{t+1}$, en términos Log-lineales.

$$C_t^{-\sigma}=\beta E_tC_{t+1}^{-\sigma}\frac{(1+i_t)}{(1+\pi_{t+1})}$$

$$C_t^{-\sigma}=\beta E_t\,C_{t+1}^{-\sigma}(1+R_t)$$

$$C_t^{-\sigma}=\beta E_t\,C_{t+1}^{-\sigma}\,R_t$$

$$C_{ss}^{-\sigma}\left(1-\sigma\tilde{C}_t\right)=\beta C_{ss}^{-\sigma}\,R_{ss}\left(1-\sigma E_t\tilde{C}_{t+1}+\tilde{R}_t\right)$$

$$\left(1-\sigma\tilde{C}_t\right)=\left(1-\sigma E_t\tilde{C}_{t+1}+\tilde{R}_t\right)$$

$$\boldsymbol{\tilde{C}_t = E_t\tilde{C}_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(\tilde{\imath}_t - E_t\tilde{\pi}_{t+1})}$$

Log-linealización de la Demanda por Dinero

$$m_t^{\sigma^M} = C_t^{\sigma}\frac{(1+i_t)}{i_t}$$

$$m_{ss}^{\sigma^M} = \frac{C_{ss}^{\sigma}}{i_{ss}} + C_{ss}^{\sigma} = C_{ss}^{\sigma}\left[\frac{1}{i_{ss}}+1\right];\ \frac{1}{i_{ss}}+1 = \frac{m_{ss}^{\sigma^M}}{C_{ss}^{\sigma}}$$

$$m_{ss}^{\sigma^M}(1+\sigma^M\tilde{m}_t) = \frac{C_{ss}^{\sigma}}{i_{ss}}\left(1+\sigma\tilde{C}_t-\tilde{\imath}_t\right)+C_{ss}^{\sigma}\left(1+\sigma\tilde{C}_t\right)$$

$$\frac{m_{ss}^{\sigma^M}}{C_{ss}^{\sigma}}(1+\sigma^M\tilde{m}_t) = \frac{1}{i_{ss}}\left(1+\sigma\tilde{C}_t-\tilde{\imath}_t\right)+\left(1+\sigma\tilde{C}_t\right)$$

$$\left[\frac{1}{i_{ss}}+1\right](1+\sigma^M\tilde{m}_t) = \frac{1}{i_{ss}}\left(1+\sigma\tilde{C}_t-\tilde{\imath}_t\right)+\left(1+\sigma\tilde{C}_t\right)$$

$$\frac{1}{1-\beta}(1+\sigma^M\tilde{m}_t) = \frac{\beta}{1-\beta}\left(1+\sigma\tilde{C}_t-\tilde{\imath}_t\right)+\left(1+\sigma\tilde{C}_t\right)$$

$$1+\sigma^M\tilde{m}_t = \beta+\beta\sigma\tilde{C}_t-\beta\tilde{\imath}_t+1+\sigma\tilde{C}_t-\beta-\beta\sigma\tilde{C}_t$$

$$\boldsymbol{\tilde{m}_t = \frac{\sigma}{\sigma^M}\tilde{C}_t - \frac{\beta}{\sigma^M}\tilde{\imath}_t}$$

Log-linealización de la Oferta laboral

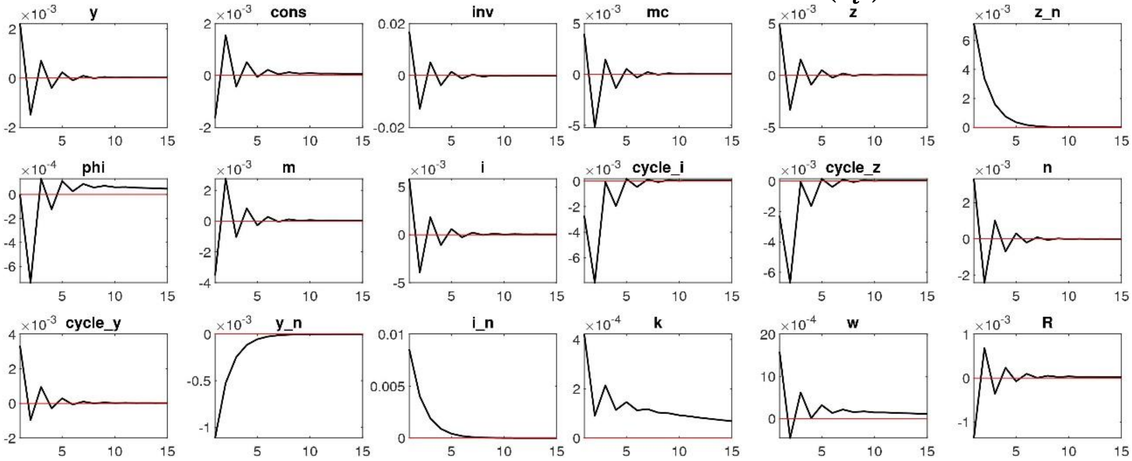
$$\zeta N_t^{\eta} = \frac{W_t}{P_t}C_t^{-\sigma}$$

$$\zeta N_{ss}^{\eta}\left(1+\eta\tilde{N}_t\right) = w_{ss}C_{ss}^{-\sigma}\left(1+\tilde{w}_t-\sigma\tilde{C}_t\right)$$

$$\boldsymbol{\eta\tilde{N}_t + \sigma\tilde{C}_t = \tilde{w}_t}$$

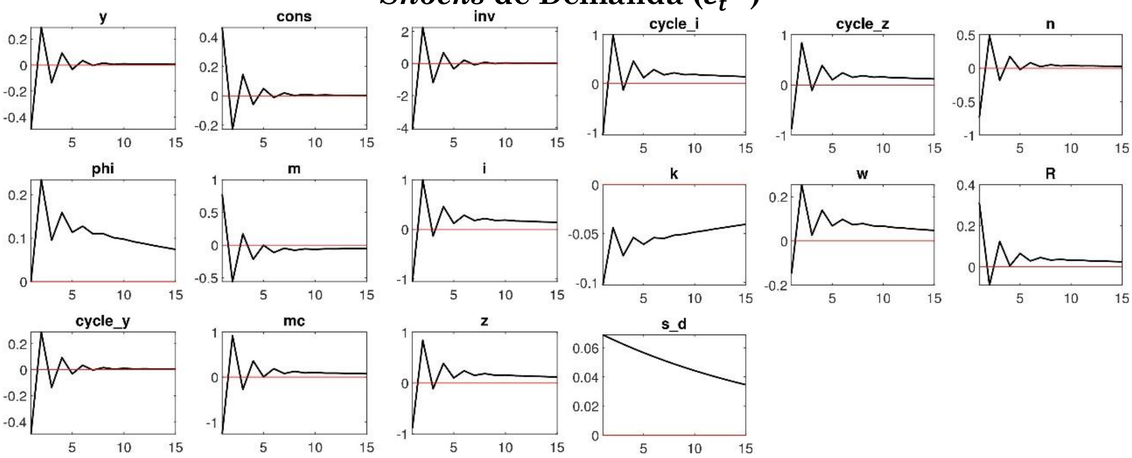
Funciones Impulso Respuesta (con Prior de $\Theta = 0.5$)

Shocks en la Tasa de Interés Natural ($\varepsilon_t^{\tilde{i}^f}$)



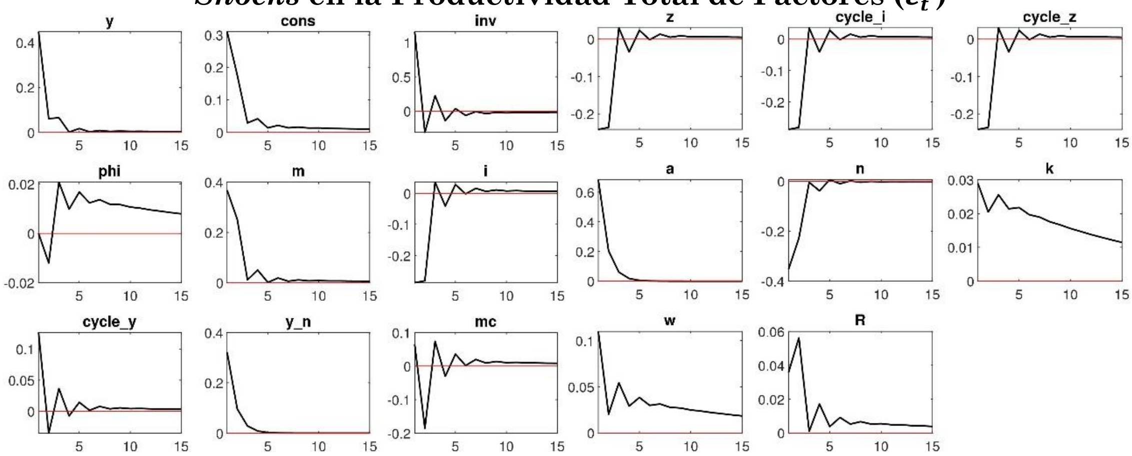
Nota: Elaboración propia de los autores.

Shocks de Demanda ($\varepsilon_t^{\widetilde{AD}}$)



Nota: Elaboración propia de los autores.

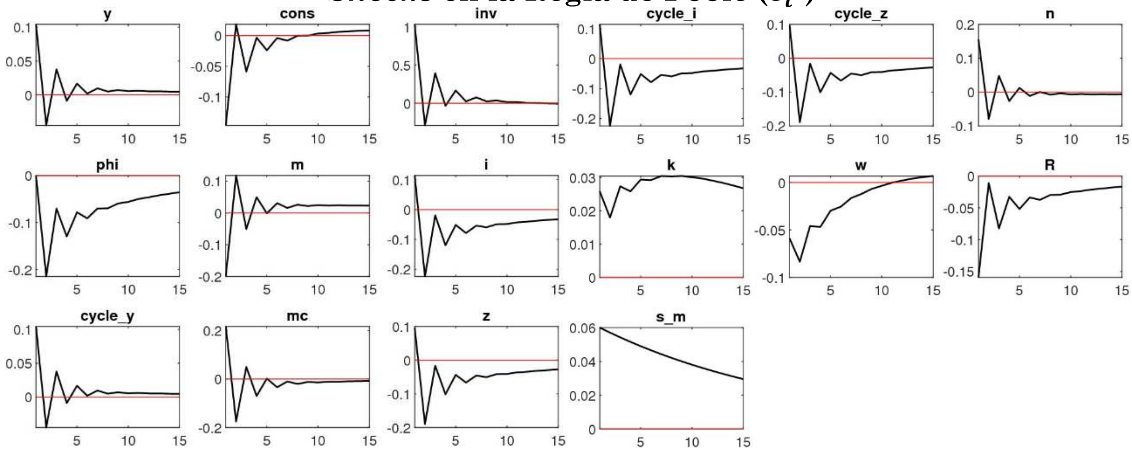
Shocks en la Productividad Total de Factores ($\varepsilon_t^{\tilde{A}}$)



Nota: Elaboración propia de los autores.

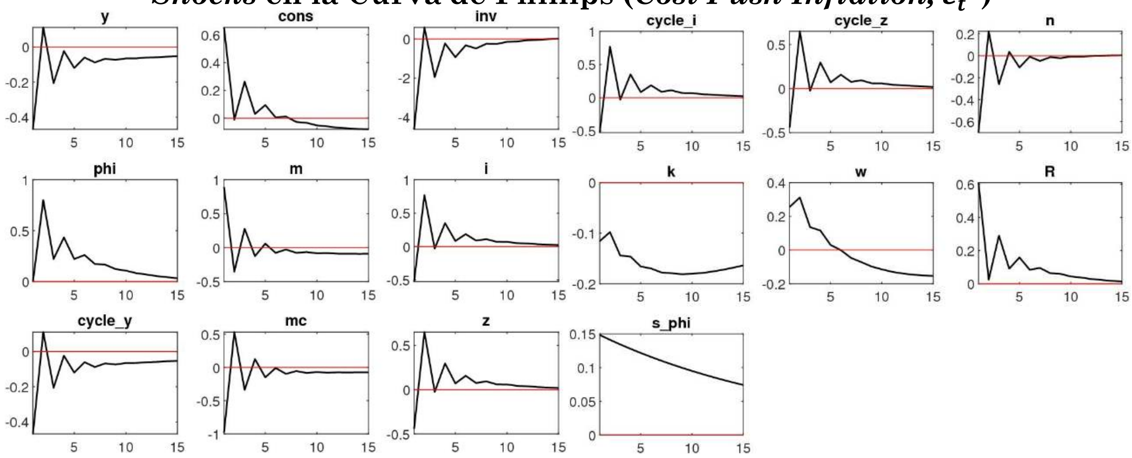
Funciones Impulso Respuesta (con Prior de $\Theta = 0.01$)

Shocks en la Regla de Poole ($\varepsilon_t^{\tilde{m}}$)



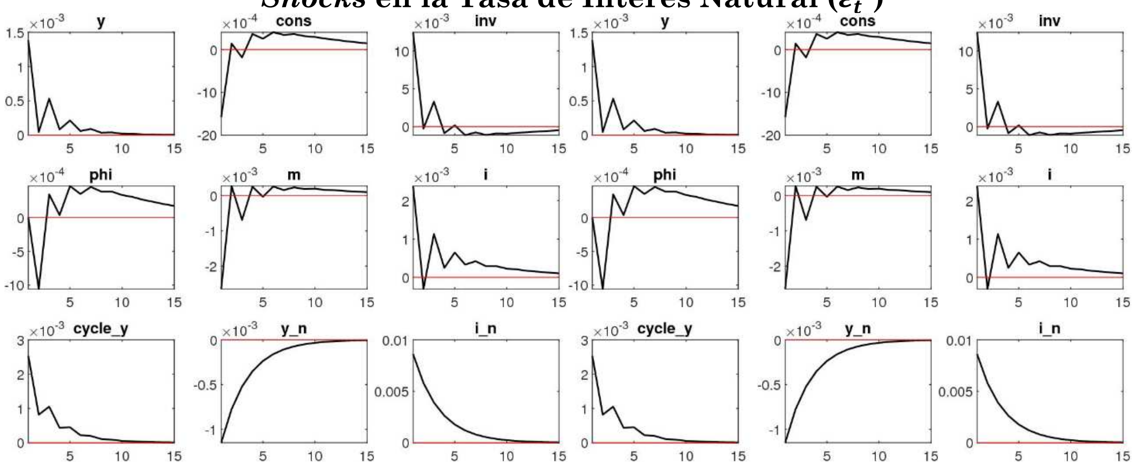
Nota: Elaboración propia de los autores.

Shocks en la Curva de Phillips (*Cost Push Inflation,* $\varepsilon_t^{\tilde{\pi}}$)



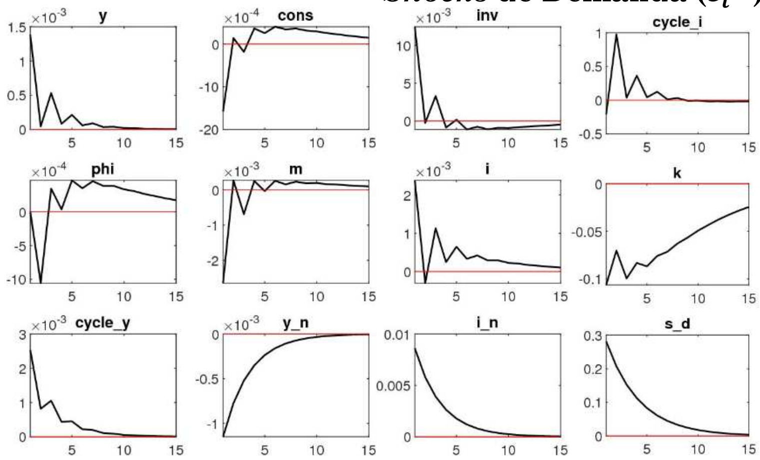
Nota: Elaboración propia de los autores.

Shocks en la Tasa de Interés Natural ($\varepsilon_t^{\tilde{i}^f}$)



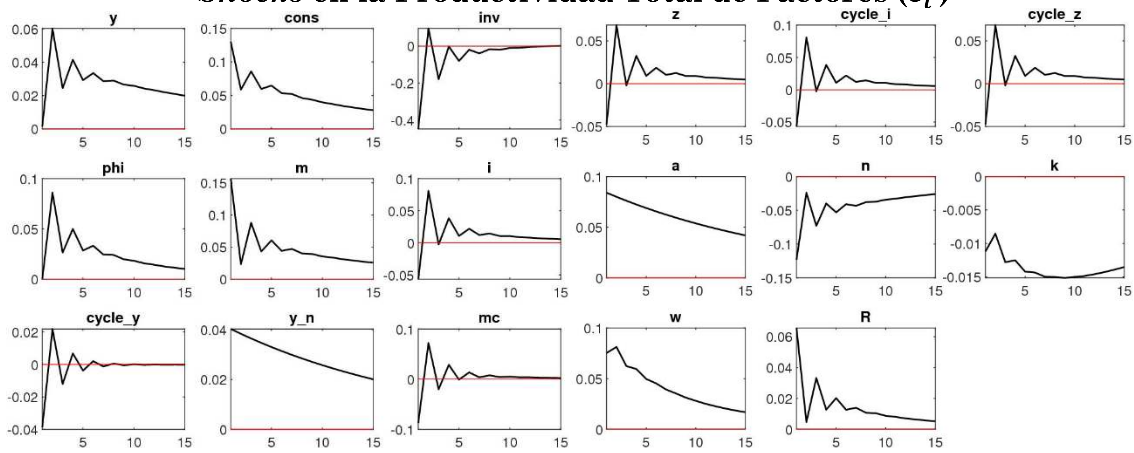
Nota: Elaboración propia de los autores.

Shocks **de Demanda ($\varepsilon_t^{\widetilde{AD}}$)**



Nota: Elaboración propia de los autores.

Shocks **en la Productividad Total de Factores ($\varepsilon_t^{\widetilde{A}}$)**



Nota: Elaboración propia de los autores.

Metodología de Estimación

Se evaluó los parámetros del modelo con una metodología econométrica desde el punto de vista bayesiana para medir el efecto de los shocks planteados anteriormente en las variables observadas. El enfoque econométrico bayesiano aporta mucha más información a las decisiones bajo la incertidumbre, a diferencia de la econometría clásica "frecuentista", este enfoque considera diferentes tipos información muchas veces subjetiva, que puedan tener sobre los parámetros a estimar antes de tomar en cuenta los datos. La estimación bayesiana puede ser vista como un puente entre la calibración y la estimación por máxima verosimilitud (MV).

El modelo estimado toma como referencia a Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2004) y Smets y Wouter (2007). La estimación es basada en una función de verosimilitud generada por la solución de la versión log-linealizada del modelo. Se utilizan distribuciones prior de los parámetros de interés para proporcionar información adicional en la estimación. Todo el conjunto de ecuaciones linealizadas forman un sistema de ecuaciones lineales de expectativas racionales, el cual se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Gamma_0(\vartheta)\, \mathrm{z}_t = \Gamma_1(\vartheta)\, \mathrm{z}_{t-1} + \Gamma_2(\vartheta)\, \varepsilon_t + \Gamma_3(\vartheta)\, \Theta_t$$

Donde z_t es un vector que contiene las variables del modelo expresadas como desviaciones logarítmicas de sus estados estacionarios, $\varepsilon_t$es un vector que contiene ruido blanco de los shocks exógenos del modelo y Θ_t es un vector que contiene las expectativas racionales de los errores de predicción. Las matrices Γ_1 son funciones no lineales de los parámetros estructurales contenidas en el vector ϑ. El vector z_t contiene las variables endógenas del modelo y los shocks exógenos: $\varepsilon_t^{\tilde{A}}, \varepsilon_t^{\widetilde{m}}, \varepsilon_t^{\tilde{\imath}^f}, \varepsilon_t^{\widetilde{AD}}, \varepsilon_t^{\tilde{\pi}}$. La solución a este sistema puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\mathrm{z}_t = \Omega_z(\vartheta)\, \mathrm{z}_{t-1} + \Omega_\varepsilon(\vartheta)\, \varepsilon_t + \Gamma_3(\vartheta)\, \Theta_t$$

Donde Ω_z y Ω_ε son funciones de los parámetros estructurales. Además, sea y_t un vector de las variables observadas, que se relaciona con las variables en el modelo a través de una ecuación de medición:

$$\mathrm{y}_t = H\mathrm{z}_t$$

Donde, H es una matriz que selecciona elementos de z_t, e y_t que comprende las siguientes variables observadas (la muestra comprende desde 1991Q1 – 2018Q4), el número de variables observadas deben ser igual o menor al número de *shocks* en el modelo para evitar el problema de singularidad estocástica:

$$\mathrm{y}_t = [\tilde{Y}_t, \tilde{C}_t, \tilde{\pi}_t, \widetilde{m}_t]$$

Estas ecuaciones corresponden a la forma estado-espacio que representan a y_t. Si nosotros asumimos que el ruido blanco, ε_t esta normalmente distribuido, y utilizando el filtro de Kalman podemos calcular la función de verosimilitud condicional para los parámetros estructurales. Sea $p(\vartheta)$ la función de densidad prior de los parámetros estructurales y $L\,(\vartheta/Y^T)$, donde $Y^T = \{y_1, y_T\}$ contiene las variables observadas. La función de densidad posterior de los parámetros se calcula usando el teorema de Bayes:

Dado que la función de verosimilitud condicional no tiene solución con una expresión analítica, se hizo el uso de métodos numéricos basados en el algoritmo de Metropolis-Hastings. Las estimaciones se obtuvieron con el programa Dynare.

Prios y Resultados

En las tablas siguientes se presentan los valores priors de los parámetros y *shocks*, que están en línea con la literatura internacional que incorpora creencias acerca de posibles rasgos de la densidad prior y comportamiento de las variables (Juillard M et al., 2006; Smets y Wouters, 2007; Benchimol 2013 y Valdivia J., 2017).

Distribución Prior y Posterior (con Prior de $\Theta = 0.5$)

Parámetro	Prior Mean	Post Mean	10%	90%	Distribución	S.D.
σ	2	2.0595	2.0595	2.0674	norm	0.1
σ^M	2	2.4225	2.3979	2.4511	norm	0.1
Θ	0.5	0.2657	0.2359	0.2885	beta	0.1
ρ^π	0.5	0.5229	0.5174	0.5270	beta	0.1
ρ^m	0.5	0.2853	0.2315	0.3183	beta	0.1
ρ^d	0.5	0.9522	0.9512	0.9529	beta	0.1
ρ^A	0.5	0.2985	0.2555	0.3220	beta	0.1
ρ^{i^n}	0.5	0.4702	0.4633	0.4752	beta	0.1
ε^A	0.01	0.6835	0.6396	0.7218	invg	Inf
ε^π	0.01	0.1583	0.1551	0.1618	invg	Inf
ε^{i^n}	0.01	0.0085	0.0031	0.0153	invg	Inf
ε^m	0.01	0.6947	0.6645	0.7292	invg	Inf
ε^d	0.01	0.0688	0.0612	0.0760	invg	Inf

Nota: Elaboración propia de los autores.

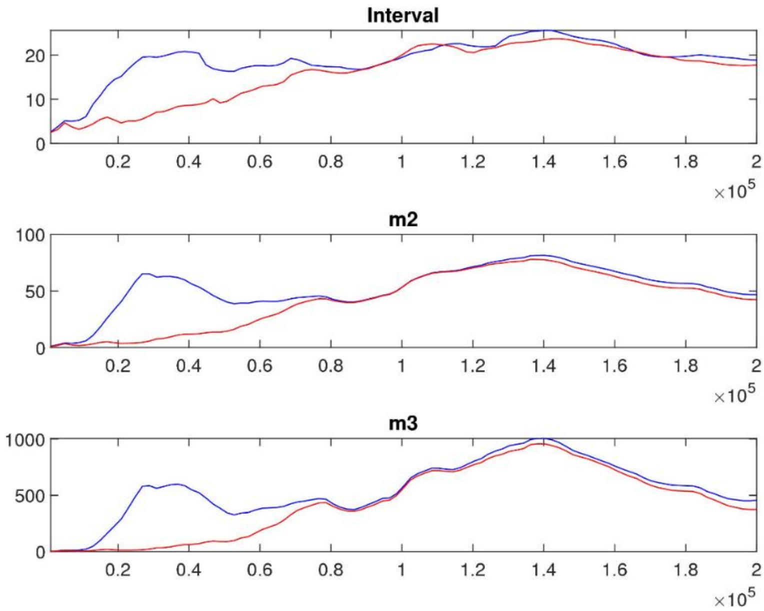
Distribución Prior y Posterior (con Prior de $\Theta = 0.01$)

Parámetro	Prior Mean	Post Mean	10%	90%	Distribución	S.D.
σ	2	1.9978	1.9768	2.0193	norm	0.1
σ^M	2	1.9794	1.9542	2.0037	norm	0.1
Θ	0.01	0.0297	0.0270	0.2885	beta	0.01
ρ^π	0.5	0.9517	0.9502	0.9529	beta	0.1
ρ^m	0.5	0.9506	0.9478	0.9529	beta	0.1
ρ^d	0.5	0.9522	0.6851	0.7920	beta	0.1
ρ^A	0.5	0.9515	0.9498	0.9529	beta	0.1
ρ^{i^n}	0.5	0.6734	0.6531	0.6902	beta	0.1
ε^A	0.01	0.0841	0.0747	0.0932	invg	Inf
ε^π	0.01	0.1483	0.1318	0.1652	invg	Inf
ε^{i^n}	0.01	0.0086	0.0025	0.0193	invg	Inf
ε^m	0.01	0.0601	0.0522	0.0677	invg	Inf
ε^d	0.01	0.2809	0.2165	0.3555	invg	Inf

Nota: Elaboración propia de los autores.

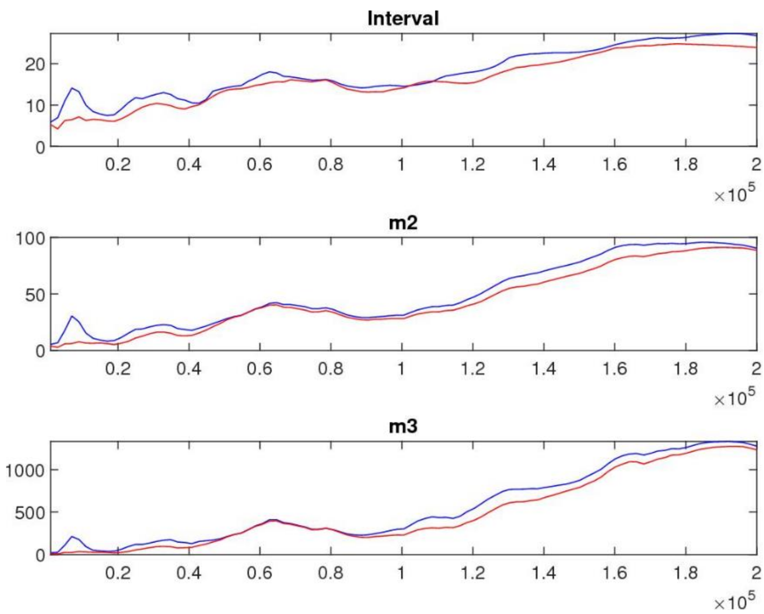
Por otro lado, la convergencia de la Cadena de Markov-Monte Carlo (MCMC) es satisfactoria, implicando que el análisis multivariado de los parámetros del modelo converge hacia su estado estacionario dadas las diferentes iteraciones del algoritmo Metropolis Hastings (MH) solicitadas (100,000 *draws*). Hay tres medidas: "*interval*" que representa un intervalo de confianza del 80% en torno a la media, "*m2*" mide la varianza y "*m3*" el tercer momento. Las líneas azules y rojas convergen de una manera satisfactoria (Las líneas azules representan medidas de los vectores de los parámetros dentro de las cadenas solicitadas).

Convergencia de la Cadena de Markov-Monte Carlo (con Prior de $\Theta = 0.5$)



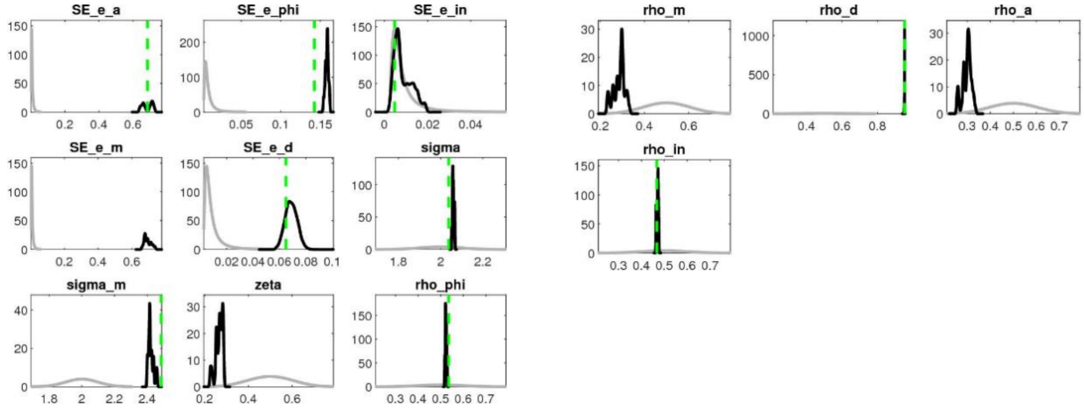
Nota: Elaboración propia de los autores

Convergencia de la Cadena de Markov-Monte Carlo (con Prior de $\Theta = 0.01$)



Nota: Elaboración propia de los autores

Priors y Posteriors (con Prior de $\Theta = 0.5$)



Priors y Posteriors (con Prior de $\Theta = 0.01$)