Statistical technological process modelling

,

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"

26 October 2010

УДК 658.51.012

Основы статистической теории моделирования технологических процессов

О.М.Пигнастый

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков, Украина

Використовуючи статистичний підхід, який широко розповсюджений у природничих науках, побудована модель виробничо-технічної системи. Стан виробничо-технічної системи задається множиною предметів праці. Стан предмету праці задано точкою у фазовому технологічному просторі. Введено функцію розподілу предметів праці за станом та записано кінетичне рівняння для функції розподілу. Записано замкнену систему динамічних рівнянь (рівнянь балансу) для моментів функції розподілу, де моменти функції розподілу є макро-параметри виробничо-технічної системи.

ВВЕДЕНИЕ

Разнообразие и сложность технологии изготовления продукта создает предпосылки к моделированию технологического процесса производственно-технической системы на основе представления о нем как о совокупности предметов труда, находящихся в разных стадиях технологической обработки [1-6]. Однако, следить за поведением отдельно взятого предмета труда из-за их весьма большого количества и вероятностного характера воздействия на предмет труда технологического оборудования практически невозможно [4,5]. Эффективным подходом к моделированию больших систем является статистический подход, рассматривающий технологический процесс на двух уровнях описания - микроуровне и макроуровне. На микроуровне исследуются закономерности поведения отдельных элементов системы, на макроуровне – их агрегированные характеристики и связи между этими характеристиками. Взаимосвязь между уровнями осуществляется через кинетическое уравнение. Особенностям применения статистического подхода к моделированию производственно-технических систем посвящена настоящая статья

1.МИКРООПИСАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

В ходе выполнения технологической операции на предмет труда переносится стоимость технологических ресурсов путем целенаправленного воздействия технологического оборудования [2]. На каждой операции неизбежно появляются колебания геометрических характеристик, физико-механических свойств материалов, которые обусловлены комплексом случайных и систематических производственных факторов. Таким образом, технологический процесс есть случайный процесс перехода предметов труда из одного состояния в другое в результате воздействия технологического оборудования. Его состояние определяется как состояние числа N предметов труда [6]. Состояние предмета труда в момент времени t может быть представлено координатами в фазовом технологическом пространстве (t, S, μ) [2,6]:

суммой затрат S_j(грн), и интенсивностью переноса затрат в единицу времени μ_j(грн/час) от технологического оборудования на j-й предмет труда, 0<j<N. Координаты S_j и μ_j определяют в фазовом технологическом пространстве технологические траектории предметов труда $S_j = S_j(t)$. Интенсивность μ передачи затрат $\Delta S = \Delta S(t)$ от средств труда на j-й предмет труда за время выполнения технологической операции Δt является случайным процессом [2,4,6], значение которого в фиксированный момент времени определяется случайной величиной:

$$\mu = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \tag{1}$$

Состояние системы в некоторый момент времени будет определено, если определены микропараметры S_j и μ_j, а в любой другой момент времени найдено из уравнений состояния параметров предмета труда:

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \qquad \frac{d\mu_j}{dt} = f_j(t, S), \tag{2}$$

$f_j(t,S)$ - производственная функция для технологического оборудования. Если количество предметов труда много больше единицы, то решить систему (2) из 2N - уравнений практически невозможно. Вместо рассмотрения состояния предметов труда технологического процесса с параметрами S_j и μ_j, введем нормированную функцию распределения предметов труда по состояниям. Каждая точка в данном пространстве будет задавать состояние предмета труда. Разумно ожидать, что при больших N эту функцию будет хорошо аппроксимировать непрерывная функция распределения предметов труда по состояниям $\chi(t, S, \mu)$.

2.КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Разобьем фазовое пространство на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta\Omega = \Delta S \cdot \Delta\mu$ были много меньше значений характерных параметров производственно-технической системы и в то же время содержали внутри себя большое число предметов труда. Вместо того, чтобы фиксировать точные значения параметров предметов труда, будем приближенно характеризовать состояние производственно-технической системы числом предметов труда в каждой ячейке $\Delta\Omega$. Если размеры ячейки достаточно малы, то приближенное описание будет нести в себе почти столь же подробную информацию, что и точное. В силу того, что величина $\chi(t,S,\mu)\cdot d\Omega$ представляет собой число предметов труда в бесконечно малой ячейке $\Delta\Omega$ фазового технологического пространства, мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ, судить и об изменении самой функции $\chi(t,S,\mu)$:

$$\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial t}+\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial S}\cdot\mu+\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial\mu}\cdot f(S)=\mathrm{J}(t,S,\mu),\quad \frac{dS}{dt}=\mu;\qquad \frac{d\mu}{dt}=f(S),\qquad (3)$$

Уравнение (3) описывает изменение усредненных по бесконечно малой ячейке фазового технологического пространства $\Delta\Omega$ характеристик предметов труда S_j, μ_j. Будем считать функцию $\chi(t,S,\mu)$ нормированной

$$\int_0^\infty d\mathrm{S}\cdot\int_0^\infty d\mu\cdot\chi(t,S,\mu)=N. \qquad (4)$$

Производственная функция $f(t,S)$ определяется из заданного способа производства. При перемещении вдоль технологического на предмет труда оказывается воздействие со стороны оборудования маршрута, расположенного с плотностью $\lambda(S)$. Мы можем говорить только о вероятности того, что после такого воздействия предмет труда будет находиться в том или ином состоянии. Этот вероятностный характер воздействия можно учесть, задав функцию $\psi(t,S,\mu)$, определяющую вероятность, что после воздействия предмет труда будет потреблять технологические ресурсы с интенсивностью μ. Функцию $\psi(t,S,\mu)$ можно задать, анализируя паспортные данные технологического оборудования:

$$\int_0^\infty\psi(t,S,\mu)\cdot d\mu=1,\quad \int_0^\infty\mu^k\cdot\psi(t,S,\mu)\cdot d\mu=[\psi]_k,\quad k=1,2.... \qquad (5)$$

Количество предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования в ячейке $d\mathrm{S}\cdot d\mu$ с координатами (S,μ) и переместившихся в результате воздействия в ячейку $d\mathrm{S}\cdot d\tilde{\mu}$ с координатами $(S,\tilde{\mu})$, пропорционально произведению потока предметов труда $\chi(t,S,\mu)\cdot\mu$ на вероятность перехода $\psi(t,S,\tilde{\mu})\cdot d\tilde{\mu}$. Число предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования и принявшие значения в пределах $(\tilde{\mu};\tilde{\mu}+d\tilde{\mu})$ есть величина $\psi(\tilde{\mu})\cdot\lambda(S)\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\cdot d\tilde{\mu}\cdot d\mathrm{S}\cdot d\mu$. Наряду с этим в элемент объема $d\mathrm{S}\cdot d\mu$ поступают предметы труда из объема $d\mathrm{S}\cdot d\tilde{\mu}$ путем обратного перехода в количестве $\psi(\mu)\cdot\lambda(S)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu})\cdot d\tilde{\mu}\cdot d\mathrm{S}\cdot d\mu$, а общее число предметов труда в элементе объема $d\mathrm{S}\cdot d\mu$ изменяется в единицу времени на величину $d\mathrm{S}\cdot d\mu\cdot J$:

$$J=\lambda(S)\cdot\int_0^\infty\{\psi(\mu)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu})-\psi(\tilde{\mu})\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\}d\tilde{\mu}. \qquad (6)$$

Откуда кинетическое уравнение (3) можно представить в виде:

$$\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial t}+\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial S}\cdot\mu+\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial\mu}\cdot f=\lambda\cdot\left\{\int_0^\infty\psi(\mu)\cdot\tilde{\mu}\cdot\chi(t,S,\tilde{\mu})d\tilde{\mu}-\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\right\} \quad (7)$$

В большинстве практических случаях функция $\psi(t,S,\mu)$ не зависит от состояния предметов труда до испытания воздействия со стороны оборудования, откуда

$$\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial t}+\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial S}\cdot\mu+\frac{\partial\chi(t,S,\mu)}{\partial\mu}\cdot f=\lambda(S)\cdot\{\psi(\mu)\cdot[\chi]_1-\mu\cdot\chi\}. \quad (8)$$

Решение уравнения (8) предоставляет возможность вычислить значения макропараметров технологического процесса, связано со большими трудностями [4].

3.МАКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Состояние технологического процесса на макроуровне будем описывать моментами функции распределения предметов труда по состояниям $\chi(t,S,\mu)$:

$$\int_0^\infty\mu^k\cdot\chi(t,S,\mu)d\mu=[\chi]_k, \qquad k=0,1,2.... \quad (9)$$

Известно [1,2,7], что для описания состояния производственных систем на макроуровне используют два первых момента (9). Нулевой и первый моменты функции распределения предметов труда по состояниям μ (9) имеют производственную интерпретацию: это заделы предметов труда и их темп движения вдоль технологической цепочки [1,2,4]. Умножив уравнение (8) на μ^k, $k=0,1,2....$ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим незамкнутые уравнения балансов состояния макропараметров производственно-технической системы:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=\int_0^\infty d\mu\cdot J, \quad \frac{\partial[\chi]_k}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S}=k\cdot f(t,S)\cdot[\chi]_{k-1}+\int_0^\infty d\mu\cdot\mu^k\cdot J, \; k=1,2,3..... \quad (10)$$

Если усредненная стоимость ресурсов $\langle\Delta S\rangle$, перенесенных в ходе выполнения технологической операции на предмет труда значительно меньше себестоимость конечного продукта S_d, что характерно для технологического процесса, состоящего из большого количества технологических операций, балансовые уравнения (10) в нулевом приближении по малому параметру $\langle\Delta S\rangle/S_d<<1$ примут вид [7]:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0, \quad \frac{[\chi]_k}{[\chi]_1}=[\psi]_{k-1}, \quad \frac{\partial[\chi]_k}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S}=k\cdot f(t,S)\cdot[\chi]_{k-1}, \quad k=1,2,3..... \quad (11)$$

Система балансовых уравнений (11) является замкнутой. Для производственно-технической системы, макро-состояние которой описывается двумя параметрами –

заделом предметов труда на технологической операции и их темпом движения, система балансовых уравнений (12) может быть записана как

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0, \qquad \frac{[\chi]_2}{[\chi]_1}=[\psi]_1, \quad \frac{\partial[\chi]_1}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_2}{\partial S}=f(t,S)\cdot[\chi]_1. \qquad (12)$$

Уравнения (12) описывают состояние технологического процесса через параметры - заделы предметов труда и их темп движения по технологическому маршруту.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На первый взгляд можно было бы заключить, что с увеличением числа элементов невообразимо возрастают сложность производственно-технической системы и в ее поведении не найти и следов какой-то закономерности. Исследование производственно-технических систем, состоящих из весьма большого количества находящихся в технологическом процессе предметов труда, позволили выявить важную принципиальную особенность таких систем. Она заключается в том, что поведение подобных производственно-технических систем определяется закономерностями особого типа, получившими названия статистических закономерностей. Важность применения статистического подхода состоит в том, что он дает «упрощенный механизм» для описания макроскопических характеристик производственно-технических систем. Во многих случаях, представляющих практический интерес, такого описания вполне достаточно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пигнастый О. М. Использование методов статистической физики для исследования экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции / В. П. Демуцкий, О. М. Пигнастый, М. Н. Азаренкова // Вісник Харківського національного університету. - Харків: ХНУ. -2005. - № 710. Сер. ”Фізична”, вип. 2. - С. 128-134

2. Шкурба В.В. и др. Планирование дискретного производства в условиях АСУ. –К.:Техника, 1975, 296 с.

3. Вильсон А.Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем: Пер.с англ.- М.:Наука, 1978г. - 248с.

4. Петров Б.Н., Уланов Г.М., Гольденблат И.И., Ульянов С.В. Теория моделей в процессах управления (Информационный и термодинамический аспекты). – М.: Наука, 1978. – 224 с.

5. Pihnastyi O. M. Distinctive numbers of production systems functioning description / O. M. Pihnastyi // Вопросы атомной науки и техники. - Харьков: ННЦ ХФТИ. - 2007. - №3 - С. 322-325. http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/111018

6. Пигнастый О. М. Целевая функция производственной системы с массовым выпуском продукции / В. П. Демуцкий, О. М. Пигнастый, В. Д. Ходусов, М. Н. Азаренкова // - Вісник Харківського національного університету. - Харків: ХНУ. - 2006. - N746. Сер. ”Фізична” - С.95-103.

7. Пигнастый О. М. Задача оптимального оперативного управления макропараметрами производствен-

ной системы с массовым выпуском продукции / О. М. Пигнастый // Доповіді Національної академії наук України. - Київ: Видавничий дім "Академперіодика". - 2006. - №5 - С. 79-85. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.29852.28802