Characteristic numbers in production system description models

,

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"

16 August 2006

УДК 658.51.012

О.М. Пигнастый

Характерные числа в моделях описания производственных систем

НПФ «Технология»

Постановка проблемы

Обширные разделы теории организации, планирования и управления производственным предприятием развиты в рамках простых моделей [1-7]. Однако не всегда поведение реальных производственных систем может быть с достаточной точностью описано с помощью этих простейших моделей [8 - 11]. Различные производственные системы при одних и тех же внешних условиях ведут себя по-разному. Следовательно, одних и тех же уравнений, даже с добавлением соответствующих граничных условий, недостаточно для описания функционирования конкретной производственной системы [12]. Этот факт проявляется в том, что число уравнений меньше числа входящих в них неизвестных, система уравнений незамкнута. Построение замкнутой системы уравнений, описывающей функционирование рассматриваемой производственной среды, связано с поисками дополнительных соотношений между параметрами данной производственной среды. Построить замкнутую систему уравнений – это значить построить математическую модель изучаемой производственной среды.

Анализ публикаций

Построение новых моделей производственных систем связано с экспериментальным изучением организации и технологии производства [1, 8] и вызвано требованиями пятого этапа развития экономической теории [8]. Для построения таких моделей необходимо использовать известные общие принципы механики и физики, например термодинамические соотношения [13]. Полезным оказывается использование вариационных принципов [14,15]. Большая разнообразность и сложность технологии изготовления конечного продукта производственной системы требует строить теорию функционирования производственной системы на базе представления о производственной системе предприятия как совокупности предметов труда, находящихся в разных стадиях технологической обработки [14]. Однако следить за поведением каждого предмета труда (базового продукта производственной системы) из-за их весьма большого количества и вероятностного характера воздействия на базовый продукт технологического оборудования невозможно [12]. Одним из общих методов подхода к исследованию поведения больших систем является довольно развитый аппарат статистической физики. В нем применяется вероятностный подход к изучаемым явлениям и вводятся средние по большому ансамблю частиц характеристики. Данный подход позволяет получить путем агрегирования микропараметров рассматриваемого производства модель функционирования производственной системы с конкретным технологическим процессом в рамках существующего на предприятии производственного оборудования, исключить подбор из существующих моделей описания производственных систем такую модель, которая наиболее близко соответствует рассматриваемому объекту. При этом с практической точки зрения интересно получить характерные числа для функционирования производственных систем, позволяющие обосновать выбор соответствующей модели описания реального производственного объекта.

Вывод кинетического уравнения производственной системы

Описание систем функционирования современного массового производства может быть представлено в виде стохастического процесса, в ходе которого производственная система переходит из одного состояния в другое [6, с. 178]. Состояние системы можно определить как состояние общего числа N базовых продуктов производственной системы. Под базовым продуктом (или условным изделием [7, с. 183]) будем понимать элемент производственной системы, на который происходит перенос стоимости живого труда, сырья, материалов и орудий труда в ходе его движения по операционной цепочке технологических карт. В ходе такого движения происходит превращение исходного сырья и материалов в готовый продукт путем целенаправленного воздействия общественно полезного труда. Состояние базового продукта будем описывать микроскопическими величинами (S_j, μ_j), где S_j (грн) и $\mu_j = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S_j}{\Delta t}$ (грн/ч) - соответственно сумма общих затрат и затрат в единицу времени, перенесенные производственной системой на j-й базовый продукт, где $0 < j \le N$. Рассматриваемую производственную систему будем характеризовать функцией $J_П(t, S_j, \mu_j)$. Функция $J_П(t, S_j, \mu_j)$ может быть получена из принципа наименьшего действия, является функцией Лагранжа производственной системы предприятия и для партии базовых продуктов размером $N_{парт}$ имеет вид [14]:

$$J_П(t, S_j, \mu_j) = \sum_{j=1}^{N} \frac{a_S \cdot \mu_j^2}{2} - \sum_{j=1}^{N} \Phi(t, S_j), \tag{1}$$

где a_S - коэффициент пропорциональности, определяющий выбор размерности системы единиц для описания производственной системы; $\Phi(t, S_j)$ - интегральная инженерно-производственная функция предприятия, задаваемая документооборотом предприятия через таблицы норм расхода сырья (материалов), нормативных цен на сырье (материалы), сменных норм и расценок за выполнение работником технологических операций. Тот факт, что функция Лагранжа производственной системы содержит только $S_j(t)$, $\mu_j(t)$, но не более высокие производные, является выражением утверждения, что состояние производственной системы предприятия полностью определяется знанием координат $S_j(t)$ и их скоростей изменения во времени $\mu_j(t)$. Состояние системы в некоторый момент времени будет определено, если определены микроскопические величины $(S_1, \mu_1; \ldots\ldots S_N, \mu_N)$, а в любой другой момент времени найдено из уравнений состояния базовых продуктов:

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial J_{\Pi}(t, S_j, \mu_j)}{\partial \mu_j}\right) = \frac{\partial J_{\Pi}(t, S_j, \mu_j)}{\partial S_j} = f_j(t,S), \tag{2}$$

где $f_j(t,S)$ - инженерно-производственная функция, характеризующая установленный на предприятии технологический процесс изготовления продукции в соответствии с производственным планом, наличием трудовых ресурсов и оборудования. Однако если количество базовых продуктов N много больше единицы, то решить систему (2) из $2\cdot N$-уравнений практически невозможно. Последнее уточнение требует перехода от микроскопического описания производственной системы к макроскопическому с элементами вероятностной природы. Вместо того, чтобы рассматривать состояние производственной системы с микровеличинами $(S_I, \mu_1; \ldots\ldots S_N, \mu_N)$, введем соответствующим образом нормированную функцию распределения числа N базовых продуктов в фазовом пространстве (S, μ). Каждая точка в данном пространстве будет задавать состояние базового продукта. В силу того, что величина $\chi(t,S,\mu)\cdot d\Omega$ представляет собой число базовых продуктов в бесконечно малой ячейке $\Delta\Omega$ фазового пространства (S, μ), можно по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ базового продукта со временем судить и об изменении самой функции $\chi(t,S,\mu)$ [16]:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S}\cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu}\cdot f(t,S) = J(t,S,\mu). \tag{3}$$

Уравнение (2) есть кинетическое уравнение для функции распределения $\chi(t,S,\mu)$. Скорость изменения затрат μ базового продукта и функция $f(t,S)$ может быть найдена из системы уравнений состояния центрального базового продукта (1) [14]:

$$\frac{dS}{dt} = \mu, \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial J_{\Pi}(t, S, \mu)}{\partial \mu}\right) = \frac{\partial J_{\Pi}(t, S, \mu)}{\partial S} = f(t,S), \tag{4}$$

$$f(t,S) = -\frac{\partial \Phi(t,S)}{\partial S} \approx \left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi}}{[\chi]_0}\right)\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi}}{[\chi]_0}\right) + 0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi}\right)^2}\right),$$

где $[\chi]_{1\psi}$ - производительность работы технологического оборудования, усредненная по единичному производственному участку; k_{ψ} - коэффициент загрузки оборудования [7, 16]; $0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi}\right)^2}\right)$ - члены более высокого порядка малости, определяемые отношением величины дисперсии P потока базовых продуктов плотности $[\chi]_0$ к производительности работы $[\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi}$ технологического оборудования.

Генераторная функция $J(t,S,\mu)$ определяется плотностью размещения оборудования вдоль технологической цепочки и его техническими характеристиками [12], стремится при $t \to \infty$ свести начальное распределение базовых продуктов по скоростям изменения затрат к состоянию с равновесной функцией распределения в соответствии с технологическим процессом. Функция $\chi(t,S,\mu)$ является нормированной:

$$\int_0^\infty dS \cdot \int_0^\infty d\mu \cdot \chi(t,S,\mu) = N\,. \tag{5}$$

Условие нормировки (5) представляет собой закон сохранения количества базовых продуктов, находящихся в производственном процессе. Инженерно-производственная функция $f(t,S)$ определяется из сводного графика технологического процесса. По своему смыслу инженерно-производственная функция представляет собой некий аналог силы, перемещающий базовый продукт вдоль технологической цепочки производственного процесса. При таком перемещении на базовый продукт оказывается воздействие со стороны орудий труда (оборудования). Таким образом, происходит увеличение затрат, перенесенных на базовый продукт при его движении вдоль технологической цепочки производственного процесса. Оборудование воздействует на базовый продукт, изменяя его качественно и количественно. Можно говорить только о вероятности того, что после воздействия со стороны технологического оборудования базовый продукт будет находиться в том или ином состоянии. Процесс воздействия со стороны технологического оборудования на базовый продукт обозначаем как $[\mu \to \tilde{\mu}]$, где μ и $\tilde{\mu}$ - соответственно скорости изменения затрат, которые несет базовый продукт до и после воздействия. Полное же количество базовых продуктов, находящихся в единице объема фазового пространства и испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования, можно написать в виде произведения потока базовых продуктов $\chi(t,S,\mu)\cdot\mu$ на вероятность для каждого из них испытать воздействие $[\mu \to \tilde{\mu}]$ в некотором малом элементе $d\Omega$ фазового пространства (S,μ). Что касается вероятности испытать воздействие $[\mu \to \tilde{\mu}]$, то можно, по крайней мере, утверждать, что такая вероятность пропорциональна плотности расположения оборудования $\lambda_{оборуд}$ вдоль технологической цепочки. Таким образом, число базовых продуктов, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования и принявших значения в пределах $(\tilde{\mu};\tilde{\mu}+d\tilde{\mu})$, можно записать в виде

$$\psi[\mu \to \tilde{\mu}]\cdot\lambda_{оборуд}\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\cdot d\tilde{\mu}\cdot dS\cdot d\mu\,, \tag{6}$$

где $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$ - функция, определяемая паспортными данными работы технологического оборудования. Некоторые свойства этой функции могут быть получены из весьма общих соображений, если представить, что полная вероятность перехода в любое состояние равна единице:

$$\int_0^\infty \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot d\tilde{\mu} = 1$$ (нулевой момент функции $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$), (7)

а производительность работы оборудования $[\chi]_{1\psi}$ и среднеквадратичное отклонение σ_ψ^2 могут быть определены через первый и второй моменты функции работы технологического оборудования $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$:

$$\int_0^\infty \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot \tilde{\mu} \cdot d\tilde{\mu} = \mu_\psi = \left(\frac{[\chi]_{1\psi} \cdot k_\psi}{[\chi]_0} \right)$$ (первый момент функции $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$),

$$\int_0^\infty \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot \tilde{\mu}^2 \cdot d\tilde{\mu} = \mu_\psi^2 + \sigma_\psi^2$$ (второй момент функции $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$). (8)

Первый момент функции работы технологического оборудования $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$ характеризует зависимость скорости изменения затрат при прохождении базовым продуктом единицы технологического оборудования, второй – среднеквадратичное отклонение скорости изменения затрат при прохождении базовым продуктом единицы технологического оборудования от своего среднего значения μ_ψ, определяемого характеристиками оборудования и особенностями технологического процесса.

Наряду с переходом базовых продуктов $[\mu \to \tilde{\mu}]$ в элемент объема $dS \cdot d\mu$ поступают базовые продукты из объема $dS \cdot d\tilde{\mu}$ посредством обратного перехода $\psi[\tilde{\mu} \to \mu]$ в количестве

$$\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \lambda_{оборуд} \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} \cdot dS \cdot d\mu, \quad (9)$$

а общее число базовых продуктов в элементе объема $d\Omega$ изменяется в единицу времени на величину

$$d\Omega \cdot J = d\Omega \cdot \lambda_{оборуд} \cdot \int_0^\infty \{\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) - \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot \mu \cdot \chi(t,S,\mu)\} d\tilde{\mu} .$$

(10)

Принимая во внимание нормировочное свойство (7) функции $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$, уравнение (3) можно представить в виде

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(t,S) = \lambda_{оборуд} \cdot \left\{ \int_0^\infty [\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu})] \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\}. \quad (11)$$

В большинстве интересных с практической точки зрения случаев функция $\psi[\tilde{\mu} \to \mu]$ не зависит от состояния базового продукта до испытания воздействия $\tilde{\mu}$ со стороны технологического оборудования, что приводит к упрощению интегро-дифференциального уравнения (11):

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(t,S) = \lambda_{оборуд} \cdot \{\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot [\chi]_1 - \mu \cdot \chi\}. \quad (12)$$

Нулевой $\int\limits_0^\infty d\mu\cdot\chi(t,S,\mu)=[\chi]_0$ и первый $\int\limits_0^\infty d\mu\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)=[\chi]_1$ моменты функции распределения имеют простую производственную интерпретацию: заделы базовых продуктов и их темп движения вдоль технологической цепочки. С помощью моментов функции распределения можно записать систему уравнений для описания макровеличин производственной системы.

Безразмерные характерные числа производственной системы

Решение уравнения относительно функции распределения базовых продуктов по скоростям изменения затрат $\chi(t,S,\mu)$ в фазовом пространстве (S,μ) связано со значительными трудностями, и первый шаг анализа должен состоять в исследовании порядка величин различных слагаемых уравнения (11). Обозначим через τ, η, ξ характерные время, скорость изменения затрат и шаг по переменной S. Введем безразмерные переменные $\widehat{t}$, $\widehat{S}$, $\widehat{\mu}$, связанные с переменными τ, η, ξ следующим образом:

$$t=\tau\cdot\widehat{t}\,;\quad S=\xi\cdot\widehat{S}\,;\quad \mu=\xi\cdot\widehat{\mu}\,;\quad J(\chi,\chi)=\left\langle\lambda_{оборуд}\right\rangle\cdot\eta\cdot\widehat{J}(\chi,\chi), \tag{13}$$

где $\left\langle\lambda_{оборуд}\right\rangle$ - характерная плотность расположения оборудования вдоль технологической цепочки производственного процесса. Тогда кинетическое уравнение производственной системы (11) принимает вид

$$\left[\frac{\partial\chi}{\tau\cdot\partial\widehat{t}}+\frac{\partial\chi}{\xi\cdot\partial\widehat{S}}\cdot\eta\cdot\widehat{\mu}+\frac{\partial\chi}{\eta\cdot\partial\widehat{\mu}}\cdot\frac{\eta\cdot d\widehat{\mu}}{\tau\cdot\partial\widehat{t}}\right]=\left\langle\lambda_{оборуд}\right\rangle\cdot\eta\cdot\widehat{J}(\chi,\chi). \tag{14}$$

Разделим слагаемые выше написанного приближенного равенства на $\eta\cdot\xi^{-1}$:

$$\frac{\eta}{\xi\cdot\left\langle\lambda_{оборуд}\right\rangle}\cdot\left[\frac{\xi\cdot\partial\chi}{\eta\cdot\tau\cdot\partial\widehat{t}}+\frac{\partial\chi}{\partial\widehat{S}}\cdot\widehat{\mu}+\frac{\xi\cdot\partial\chi}{\eta\cdot\tau\cdot\partial\widehat{\mu}}\cdot\frac{d\widehat{\mu}}{\cdot\partial\widehat{t}}\right]=\eta\cdot\widehat{J}(\chi,\chi), \tag{15}$$

и после сокращения на η получим

$$\frac{1}{\xi\cdot\left\langle\lambda_{оборуд}\right\rangle}\cdot\left[\frac{\xi\cdot\partial\chi}{\eta\cdot\tau\cdot\partial\widehat{t}}+\frac{\partial\chi}{\partial\widehat{S}}\cdot\widehat{\mu}+\frac{\xi\cdot\partial\chi}{\eta\cdot\tau\cdot\partial\widehat{\mu}}\cdot\frac{d\widehat{\mu}}{\partial\widehat{t}}\right]=\widehat{J}(\chi,\chi). \tag{16}$$

Введем обозначения

$$K_v=\frac{\left[\dfrac{1}{\left\langle\lambda_{оборуд}\right\rangle}\right]}{\xi},\qquad P_m=\frac{\xi}{\tau\cdot\eta}, \tag{17}$$

с учетом которых кинетическое уравнение производственной системы (11) примет вид

$$K_v \cdot \left[P_m \cdot \frac{\partial \chi}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{S}} \cdot \hat{\mu} + P_m \cdot \frac{\partial \chi}{\partial \hat{\mu}} \cdot \frac{d\hat{\mu}}{\partial \hat{t}} \right] = \hat{J}(\chi, \chi). \tag{18}$$

В предельных случаях вид кинетического уравнения производственной системы (18) представлен в табл. 1.

Таблица 1. Вид кинетического уравнения производственной системы в нулевом приближении по малому параметру $\varepsilon(K_v, P_m) \to 0$ относительно равновесного состояния производственной системы

	$P_m \to 0$	$P_m \to 1$	$P_m \to \infty$
$K_v \to 0$ $\varepsilon \approx K_v$	$\frac{\partial \chi}{\partial \hat{S}} \cdot \hat{\mu} = 0$, $\hat{J}(\chi, \chi) = 0$	$\frac{\partial \chi}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{S}} \cdot \hat{\mu} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{\mu}} \cdot \frac{d\hat{\mu}}{\partial \hat{t}} = 0$, $\hat{J}(\chi, \chi) = 0$	$\frac{\partial \chi}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{\mu}} \cdot \frac{d\hat{\mu}}{\partial \hat{t}} = 0$ $\hat{J}(\chi, \chi) = 0$
$K_v \to 1$	$\frac{\partial \chi}{\partial \hat{S}} \cdot \hat{\mu} = \hat{J}$	$\frac{\partial \chi}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{S}} \cdot \hat{\mu} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{\mu}} \cdot \frac{d\hat{\mu}}{\partial \hat{t}} = \hat{J}$	$\frac{\partial \chi}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{\mu}} \cdot \frac{d\hat{\mu}}{\partial \hat{t}} = \hat{J}$
$K_v \to \infty$ $\varepsilon \approx 1/K_v$	$\frac{\partial \chi}{\partial \hat{S}} \cdot \hat{\mu} = 0$,	$\frac{\partial \chi}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{S}} \cdot \hat{\mu} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{\mu}} \cdot \frac{d\hat{\mu}}{\partial \hat{t}} = 0$,	$\frac{\partial \chi}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial \chi}{\partial \hat{\mu}} \cdot \frac{d\hat{\mu}}{\partial \hat{t}} = 0$

Умножив кинетические уравнения в табл. 1 соответственно на 1, μ, $\frac{\mu^2}{2}$ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим уравнения балансов макропараметров производственной системы [16] в нулевом приближении по малому параметру $\varepsilon(K_v, P_m) \to 0$ относительно равновесного состояния, которые представлены в табл. 2. Данная таблица показывает, что вид уравнений макропараметров производственной системы, описывающих функционирование технологического процесса, зависит от характерных чисел производственной системы.

В качестве τ, ξ, η (характерные время, шаг по переменной S и скорость изменения затрат) могут быть взяты время производственного цикла T_d, $\tau = T_d$, средняя себестоимость базового продукта S_d, $\xi = S_d$, и средняя скорость изменения затрат за период производственного цикла η_d, $\eta_d = \eta$. Величина $\frac{1}{\langle \lambda_{оборуд} \rangle} = L_d$ есть среднее перенесение затрат на базовый продукт между единицами оборудования (или длина свободного перемещения базового продукта между технологическими воздействиями). Тогда характерные числа

Таблица 2. Вид уравнений балансов макропараметров производственной системы в нулевом приближении по малому параметру $\varepsilon(K_v, P_m) \to 0$ относительно равновесного состояния производственной системы

	$P_m \to 0$	$P_m \to 1$	$P_m \to \infty$
$K_v \to 0$ $\varepsilon \approx K_v$	$\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0,$ $\frac{\partial[\chi]_2}{\partial S}=0,$ $\frac{\partial[\chi]_3}{\partial S}=0$	$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0,$ $\frac{\partial[\chi]_1}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_2}{\partial S}=f(t,S)\cdot[\chi]_0,$ $\frac{\partial[\chi]_2}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_3}{\partial S}=f(t,S)\cdot[\chi]_1$	$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}=0,$ $\frac{\partial[\chi]_1}{\partial t}=f(t,S)\cdot[\chi]_0,$ $\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial[\chi]_2}{\partial t}=f(t,S)\cdot[\chi]_1$
	$\widehat{J}(\chi,\chi)=0 \quad \Rightarrow \quad \{\psi[\widetilde{\mu}\to\mu]\cdot[\chi]_1-\mu\cdot\chi\}=0$		
$K_v \to 1$	$\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=\int_0^\infty d\mu\cdot J,$ $\frac{\partial[\chi]_2}{\partial S}=\int_0^\infty d\mu\cdot\mu\cdot J,$ $\frac{\partial[\chi]_3}{\partial S}=\int_0^\infty d\mu\cdot\mu^2\cdot J$	$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=\int_0^\infty d\mu\cdot J,$ $\frac{\partial[\chi]_1}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_2}{\partial S}=$ $=f(t,S)\cdot[\chi]_0+\int_0^\infty d\mu\cdot\mu\cdot J,$ $\frac{\partial[\chi]_2}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_3}{\partial S}=$ $=2\cdot f(t,S)\cdot[\chi]_1+\int_0^\infty d\mu\cdot\mu^2\cdot J$	$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=\int_0^\infty d\mu\cdot J,$ $\frac{\partial[\chi]_1}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_2}{\partial S}=\int_0^\infty d\mu\cdot\mu\cdot J,$ $\frac{\partial[\chi]_2}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_3}{\partial S}=\int_0^\infty d\mu\cdot\mu^2\cdot J$
$K_v \to \infty$ $\varepsilon \approx 1/K_v$	$\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0,$ $\frac{\partial[\chi]_2}{\partial S}=0,$ $\frac{\partial[\chi]_3}{\partial S}=0$	$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0,$ $\frac{\partial[\chi]_1}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_2}{\partial S}=$ $=f(t,S)\cdot[\chi]_0,$ $\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial[\chi]_2}{\partial t}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial[\chi]_3}{\partial S}=$ $=f(t,S)\cdot[\chi]_1$	$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t}=0,$ $\frac{\partial[\chi]_1}{\partial t}=f(t,S)\cdot[\chi]_0,$ $\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial[\chi]_2}{\partial t}=f(t,S)\cdot[\chi]_1$
	Функция распределения базовых продуктов по скоростям изменения затрат $\chi(t,S,\mu)$ в нулевом приближении по $\varepsilon(K_v,P_m)\to 0$ не зависит от функции $\psi[\widetilde{\mu}\to\mu]$, описывающей работу технологического оборудования		

производственной системы примут вид:

$$K_v = \frac{L_d}{S_d}, \qquad P_m = \frac{S_d}{T_d \cdot \eta_d} \tag{19}$$

Подстановка значений времени производственного цикла T_d, средней себестоимости базового продукта S_d, средней скорости изменения затрат за период производственного цикла η_d и средней плотности расположения оборудования вдоль технологической цепочки $\langle \lambda_{оборуд} \rangle$ в выражения для характерных чисел производственной системы (19) дает возможность обосновать выбор модели описания функционирования производственной системы. Данную оценку следует воспринимать скорее как качественную, чем количественную. Однако такой подход обладает тем преимуществом, что позволяет легко сравнивать результаты, соответствующие различным микромоделям, так как уравнение относительно функции распределения базовых продуктов по скоростям изменения затрат $\chi(t,S,\mu)$ (11) в фазовом пространстве (S,μ), будучи выраженное через макроизмеряемые величины τ, η, ξ, не зависит от вида интеграла

$$\lambda_{оборуд} \cdot \int_0^\infty \left[\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) - \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot \mu \cdot \chi(t,S,\mu)\right] \cdot d\tilde{\mu},$$

и может быть представлено в виде уравнения относительно функции распределения базовых продуктов по скоростям изменения затрат через макроизмеряемые величины τ, η, ξ:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(t,S) \approx \lambda_{оборуд} \cdot \eta \cdot [\chi - \chi_0]. \tag{20}$$

При $[\chi - \chi_0] = 0$ имеем случай равновесного состояния производственной системы, для которого справедливо тождество

$$J(\chi_0, \chi_0) = 0. \tag{21}$$

Значение характерного числа K_v изменяется в пределах от нуля до бесконечности, и предусматривают два предельных случая: $K_v \to 0$ и $K_v \to \infty$. Эти два случая описывают ситуации, относящиеся к предельно малым и предельно большим изменениям затрат базового продукта между двумя основными операциями.

Класс производственных систем, для которых качественная оценка состояния дает значения коэффициентов $K_v << 1$, $P_m \approx 1$, соответствует плотному потоку базовых продуктов вдоль технологической цепочки производственного процесса с высокой концентрацией технологического оборудования. Случай $K_v >> 1$, $P_m \approx 1$ соответствует производственному процессу, у которого, как правило, малая плотность обрабатывающего оборудования $(\lambda_{оборуд} \to 0)$ вдоль цепочки технологического процесса изготовления базового продукта. Тем самым, базовый продукт проходит большой путь между основными операциями, находясь в свободном, необрабатывающемся состоянии, свободно перемещается вдоль технологической цепочки. Под свободным перемещением будем понимать такое движение базового продукта вдоль технологической цепочки производственного процесса, при котором перенос затрат на базовый продукт происходит наперед заданным способом, определяемым инженерно-производственной функцией технологического процесса $f(t,S)$ без наличия отклонения скорости изменения затрат от своего среднего значения. Такой перенос характеризуется функцией $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]=\psi[\mu \to \mu]$, т.е. после технологической обработки скорость изменения затрат, отнесенных на базовый продукт, может принимать только значение, определенное паспортом оборудования, без каких-то отклонений от паспортной величины.

Вывод

Модель функционирования производственных систем может быть оценена характерными числами. Характерные числа дают качественную оценку функционирования производственного процесса, позволяют подобрать для описания реальной производственной системы соответствующую систему уравнений балансов макроскопических параметров производственной системы (см. табл. 2). Конкретный вид генераторной функции функционирующей производственной системы в случае, близком к равновесному состоянию, может быть заменен через значения времени производственного цикла T_d, средней себестоимости базового продукта S_d, средней скорости изменения затрат за период производственного цикла η_d и средней плотности расположения оборудования вдоль технологической цепочки $\langle \lambda_{оборуд} \rangle$ характерных чисел производственной системы. Такой подход дает возможность обосновать выбор модели описания функционирования производственной системы. Оценку выбора модели следует воспринимать скорее как качественную, чем количественную. Однако такой подход обладает тем преимуществом, что позволяет легко сравнивать результаты, соответствующие различным микромоделям.

Материалы публикации рассмотрены и проработаны в рамках совместных семинаров кафедры «Экономической кибернетики и прикладной экономики» ХНУ им. В.Н.Каразина, кафедры «Теоретической Ядерной Физики» ХНУ им. В.Н.Каразина и «Производственного Отдела» НПФ «Технология» ООО, г.Харьков.

Автор искренне признателен и благодарен профессорам ХНУ им. В.Н.Каразина В.Г.Михаленко, Н.П.Дидиченко, А.А.Дубровину, В.П.Демуцкому и В.Д.Ходусову за обсуждение материалов и ценные замечания при подготовке статьи.

Список литературы

1. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. М.: Прогресс, 1961.- 341с.
2. Балашевич В.А. Математические методы в управлении производством. – Минск: Вышэйш. шк., 1976. – 334 с.
3. Басовский Л.Е., Протасьев В.Б. Управление качеством. – М.: ИНФРА-М, 2004. - 212 с.
4. Курс для высшего управленческого персонала. – М.: Экономика, 1970. – 807 с.
5. Леонтьев В.В. Исследование структуры американской экономики. – М.: Гос. стат. изд-во, 1958. - 640 с.
6. Прыткин Б.В. Технико-экономический анализ производства. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 399 с.
7. Летенко В.А., Родионов Б.Н. Организация, планирование и управление машиностроительным предприятием:В 2 ч. - М.: Высш. шк., 1979. - Ч. 2: Внутризаводское планирование. – 232 с.
8. Занг В.-Б. Синергетическая экономика. . – М.: Мир, 1999 – 335 с.
9. Рушицький Я.Я., Мілованов Т. С. Модифікована модель Філіпса-Лоренца для економічної системи (корпорації фірм) із стабільним капіталом // Доп. Нац. акад. наук України. – 1996. - N12. - С. 36 - 40.
10. Гончар Н.С. Информационная модель в экономике// Тез.докл. Междунар. конф. НАНУ «Статистическая физика: Общие проблемы и новые применения», Л., 2005. - С.33.
11. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В. О проблемах физической экономики // Успехи физических наук. - 2002. – т. 172. - N12. - С.1045 - 1066.
12. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Теория предприятия: Устойчивость функционирования массового производства и продвижения продукции на рынок. - Х.: ХНУ, 2003 .- 272 с.
13. Юхновский И.Р. Термодинамические аналогии в экономике// Тез.докл. Междунар. конф. НАНУ «Статистическая физика: Общие проблемы и новые применения», Л., 2005. - С.51.
14. Пигнастый О.М. Инженерно-производственная функция предприятия серийным или массовым выпуском продукции// Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – Х.: НАКУ «ХАИ» - 2005. – Вып. 42(3) .–С.111 -117.
15. Пигнастый О.М. Об особенностях построения моделей, описывающих функционирование производственных систем авиационно-космической промышленности // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – Х.: НАКУ «ХАИ» - 2005. – Вып. 43(4) .–С.120 - 136.
16. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Стохастическое описание экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции // Доп. Нац. акад. наук України. - 2005. – N7. – С. 66 - 71