The existence of involuntary unemployment under indivisible labor supply - By simple overlapping perfect competition model -

Tanaka, Yasuhito

Faculty of Economics, Doshisha University, Kyoto Japan

8 March 2020

非分割的な労働供給のもとでの非自発的失業の存在[1]

– 単純な世代重複完全競争・独占的競争モデルによって –

田中 靖人
同志社大学経済学部
〒602-8580 京都市上京区今出川通烏丸東入ル
E-mail: yatanaka@mail.doshisha.ac.jp

概要

本稿では賃金率の硬直性を仮定せずに完全競争下の2世代重複モデルを用いて，労働供給が非分割的である（労働供給の値が1か0のいずれか）との仮定のもとで消費者の効用最大化，企業の利潤最大化などミクロ経済学的な基礎を踏まえた分析によって需要不足の状況での非自発的失業の存在を導く。本稿のモデルにおいて非自発的失業の存在が導かれるのは消費と労働供給の選択について世代重複モデルを用いたことによるものと考えられる。

キーワード：非自発的失業，完全競争，非分割的労働供給，世代重複モデル

JEL Code: E12, E24.

1　はじめに

Otaki(2009)によれば非自発的失業の定義は以下の2点からなる。

1. 名目賃金率が名目留保賃金率（働くどうかの分岐点となる賃金率）より高い。
2. 名目賃金率を引き下げても雇用量および経済厚生は改善しない。

馬田哲次(1997)は収穫逓増と企業行動に関するマークアップ原理の想定のもとで右上がりの労働需要曲線（労働需要が実質賃金率の増加関数になる）を導き，それ

[1] 本稿は最近のいくつかの研究のエッセンスをまとめ，新しい話を少し追加したものである。この研究は科研費18K01594の補助を受けている。

に基づいて賃金率の硬直性の仮定なしに非自発的失業が存在し得るという結論を提示している[2]。 しかし，その論文での企業行動に関するモデルはアドホック(ad hoc)なものである。本稿ではOtaki(2010)，大瀧雅之(2011)，Otaki(2015)などを参照して，完全競争のもとでの世代重複モデルを用いて消費者の効用最大化と企業の利潤最大化を明示的に扱い，賃金率の硬直性を仮定することなく非自発的失業の存在を導きたい[3]。労働供給の非分割性とは各個人による労働供給が1か0のいずれかの値をとることを意味する。Otaki(2015) (Theorem 2.3)やOtaki(2012)が議論しているように労働供給が限りなく分割的であれば失業は存在し得ない。

次節では消費者の選好をごく単純なコブ・ダグラス型のものとして2世代重複モデルにおける消費者の効用最大化を扱い，消費量の選択とともに労働供給の決定を分析対象とする。第3節では，完全競争下の企業の利潤最大化行動を分析し，第4節において労働供給が非分割的な場合の非自発的失業の存在を導く。主な議論は以下の通りである。

1.　与えられた名目賃金率のもとで財の総需要・総供給および雇用量が政府支出と老年世代の消費の名目値または実質値によって決定される（(6)，(8)式，命題2により）。雇用量が労働供給（労働人口）より（厳密に）小さければ非自発的失業が存在する。政府支出あるいは老年世代の消費の実質値が増加しなければ非自発的失業を減らす仕組みはない。

2.　財の価格と実質賃金率が企業の利潤最大化行動によって決定される（命題1）。実質賃金率は労働生産性に等しく一定であり，価格変化についての期待が一定であれば実質留保賃金率も一定となるから両者の差を縮めるメカニズムはない。

人々がその所得のほとんどを若い時に使ってしまうならば乗数は極めて大きな値になる。そのとき政府支出がよほど小さくなければ常に完全雇用が実現するものと思われる。したがって本稿のモデルにおいて非自発的失業が存在するのは世代重複モデルを用いたことによるものと考えられる。

付録では独占的競争モデルを扱う。

---

[2] Lavoie(2001)も同様の分析を展開している。

[3] 本稿と同様の趣旨での研究として，Tanaka(2019a), Tanaka(2019b), Tanaka(2019c)がある。

2　消費者行動

Otaki(2010)，大瀧雅之(2011)，Otaki(2015)などに基づいて完全競争のもとでの第1期，第2期に渡る2世代重複モデルを考える。生産要素は労働のみであり，財は1種類で競争的に生産されている。消費者は連続的な密度$[0,1] \times [0,1]$において各期に誕生し，若い時（第1期）に1単位の労働を供給する。

以下のような表記法を用いる。

X_i: 第i期における財の消費量i，$i = 1,2$。

P_i: 第i期における財の価格i，$i = 1,2$。

W: 名目賃金率。

Π: 消費者に均等に配分される企業利潤。

L: 各企業の雇用，および総雇用。

L_f: 労働人口あるいは完全雇用状態における雇用。

y: 労働生産性。

労働生産性yは一定であると仮定する。したがって規模に関して収穫一定の生産技術が用いられており企業の利潤はゼロである（$\Pi = 0$）。

ある世代の個人の2期間にわたる効用は以下のように表されるものとする。

$$U(X_1, X_2, \delta) = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} - \delta\beta.$$

δは雇用されていれば1，雇用されていなければ0の値をとる。$\beta > 0$は労働の不効用である。

雇用されている消費者の予算制約は

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = W$$

と表される（$\Pi = 0$を用いている）。P_2は第2期における財の価格の期待値である。Lagrange関数は次のようになる。

$$\mathcal{L} = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} - \delta\beta - \lambda(P_1 X_1 + P_2 X_2 - W).$$

λはLagrange乗数である。消費に関する効用最大化の1階条件は

$$\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha} = \lambda P_1,$$

および

$$(1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{-\alpha} = \lambda P_2$$

であるが，これらは

$$\alpha X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} = \lambda P_1 X_1,$$

$$(1-\alpha)X_1^{\alpha}X_2^{1-\alpha}=\lambda P_2X_2$$

を意味する。したがって

$$X_1^{\alpha}X_2^{1-\alpha}=\lambda(P_1X_1+P_2X_2)=\lambda W$$

が得られる。また

$$P_1X_1=\alpha W,$$

$$P_2X_2=(1-\alpha)W$$

が成り立つから

$$X_1=\frac{\alpha W}{P_1},$$

$$X_2=\frac{(1-\alpha)W}{P_2}$$

となり，次の間接効用関数を得る。

$$V=\frac{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}W}{P_1^{\alpha}P_2^{1-\alpha}}-\beta. \tag{1}$$

雇用されていない消費者の消費も効用もゼロであるから，消費者は

$$W\geq\frac{P_1^{\alpha}P_2^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\beta$$

ならば労働を供給し（$l=1$），

$$W<\frac{P_1^{\alpha}P_2^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\beta$$

ならば供給しない（$l=0$）。

$$W^R=\frac{P_1^{\alpha}P_2^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\beta$$

は留保賃金率(reservation wage rate)と呼ばれる。$\rho=\frac{P_2}{P_1}$として実質賃金率で表すと

$$\omega^R=\frac{W^R}{P_1}=\frac{\rho^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\beta \tag{2}$$

となる。ρが与えられればω^Rは一定であり，ρについては増加関数である。

3　企業行動

雇用量をLとして若い世代の消費者による財の需要の合計は

$$X_1=\frac{\alpha WL}{P_1}$$

であり，彼らの第2期（老年世代になったとき）の需要は

$$X_2=\frac{(1-\alpha)WL}{P_2}$$

に等しい。一方老年世代の需要は

$$\bar{X}_2 = \frac{(1-\alpha)\bar{W}\bar{L}}{P_1}$$

と表すことができる。$\bar{W}$, $\bar{L}$はそれぞれ老年世代が若いとき（第1期）の名目賃金率，雇用量であり，$(1-\alpha)\bar{W}\bar{L}$は第1期から持ち越された老年世代の貯蓄に等しい。その貯蓄をMで表すとその世代の財に対する需要は

$$\frac{M}{P_1}$$

となる。政府支出も両世代の消費とともに国民所得を構成する。政府支出をGとすると財に対する需要の総計は

$$c = \frac{Y}{P_1}$$

に等しい。ここでYは有効需要であって

$$Y = \alpha WL + G + M$$

と表される（この需要関数についてはOtaki(2007)，Otaki(2009)，Otaki(2015)を参照されたい）。

xを企業の産出量とすると企業の利潤は

$$\pi = P_1 x - \frac{x}{y} W$$

と表せる。P_1は各企業にとって与えられたものであるから，完全競争のもとでの利潤最大化条件によって

$$P_1 = \frac{W}{y} \tag{3}$$

が得られる。この式は価格が限界費用に等しいことを意味する。

均衡においては$x = c$である。 実質賃金率は

$$\omega = \frac{W}{P_1} = y \tag{4}$$

となる。したがって実質賃金率は労働生産性に等しく一定である。$\rho = \frac{P_2}{P_1}$一定のもとで$\omega > \omega^R$であればいずれも一定なので両者の差を縮めるメカニズムはない。

以上の議論をまとめると次の命題を得る。

命題 1

1. 与えられた名目賃金率のもと，企業の利潤最大化の結果として価格が決まり，それによって実質賃金率が決定される。実質賃金率は労働生産性に等しく一定である。

2. ρ一定のもとで実質賃金率も実質留保賃金率（ω^R）も一定であり，それらの差を縮めるメカニズムはない。

Otaki(2007)，Otaki(2009)などでは実質賃金率が実質留保賃金率に等しくなると仮定されている。そうだとすると

$$\omega^R = \frac{W^R}{P_1} = \frac{\rho^{1-\alpha}}{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}\beta = \omega = y$$

より

$$\rho = \left[\frac{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}{\beta}y\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

となりインフレ率$(\rho-1)$が決まってしまう。このことからOtaki(2007)，Otaki(2009)ではインフレ率が貨幣供給によらず実物的要因だけで決まると述べられているが，不自然な結論だと思われる。

4　非自発的失業

財の総供給は

$$WL + \Pi = P_1 Ly$$

に等しい。一方，総需要は

$$\alpha(WL + \Pi) + G + M = \alpha P_1 Ly + G + M$$

と表されるが，これらは等しいので

$$P_1 Ly = \alpha P_1 Ly + G + M, \tag{5}$$

または

$$P_1 L = \frac{G+M}{(1-\alpha)y}，\text{あるいは } P_1 Ly = \frac{G+M}{1-\alpha} \tag{6}$$

が成り立つ[4]。G，Mの実質値g，mで表すと

$$Ly = \frac{1}{1-\alpha}(g+m) \tag{7}$$

となる。

$$g = \frac{G}{P_1}，\ m = \frac{M}{P_1}$$

である。

また，(4)および$W = P_1\omega$によって(6)は

$$L = \frac{G+M}{(1-\alpha)W} = \frac{g+m}{(1-\alpha)\omega} = \frac{g+m}{(1-\alpha)y} \tag{8}$$

となる。これらの結果から次の命題を得る。

命題 2 財の総需要，総供給(LyあるいはP_1Ly)および雇用量(L)は与えられた名目賃

[4] (6)，(7)で$\frac{1}{1-\alpha}$が乗数である。

金率Wのもとで政府支出と老年世代の消費の名目値G，Mによって決まるが，LおよびLyはそれらの実質値によって決まると見ることもできる。

雇用量Lが労働供給L_fより小さければ非自発的失業が存在する。

若年世代の消費者への一括税(lump-sum tax)をTとして政府の予算制約を考えると

$$G = T$$

となる。そのとき総需要と総供給は

$$\alpha(WL - G) + G + M = \alpha(P_1 Ly - G) + G + M = P_1 Ly \tag{9}$$

を満たすので

$$L = \frac{1}{(1-\alpha)y}[(1-\alpha)g + m]$$

が得られる[5]。

議論のまとめ

1.　命題2により，与えられた名目賃金率のもとで雇用量がG，M（「政府支出」と「老年世代の消費」の名目値）によって決定される（(8)によって)）。Lyは財の総需要に等しい総供給であり，Lはその総供給を生産するのに要する労働需要である。Lは労働供給（労働人口）L_fより小さい可能性があり，その場合非自発的失業が存在する。
2.　命題1により，財の価格と実質賃金率が企業の利潤最大化行動によって決定される。

政府支出と老年世代の消費の実質値g，mが増加しなければ非自発的失業を減らす仕組みは存在しない。

定常状態

物価が一定となる定常状態においては$\rho = 1$が成り立つ。g，mが一定であれば雇用も一定である。一括税をTとし$G = T$とは限らないとすると(9)は次のようになる。

$$\alpha(WL - T) + G + M = \alpha(P_1 Ly - T) + G + M = P_1 Ly. \tag{10}$$

このとき若年世代の貯蓄は

$$(1-\alpha)(P_1 Ly - T) = G - T + M$$

[5] この式はいわゆる均衡財政乗数(balanced budget multiplier)が1であることを意味している。

を満たす。$\rho = 1$の定常状態では若年世代の貯蓄がM（老年世代の貯蓄）に等しくなるので$G = T$が成り立たないといけない。Lの値はGとMの初期値に依存する。それらをL^0，G^0，M^0とすると

$$L^0 = \frac{M^0}{(1-\alpha)P_1 y} + \frac{G^0}{P_1 y} \tag{11}$$

を満たす。

物価一定の定常状態における貨幣の需要・供給について

貨幣の需要は若年世代の貯蓄と税の支払いからなり，貨幣の供給は老年世代の消費と政府支出からなる。物価一定の定常状態においては

若年世代の貯蓄 = 老年世代の消費

税の支払い = 政府支出

が成り立つので貨幣の需要・供給は均衡している。また貨幣供給は一定である。

名目賃金率について

非自発的失業が存在する状況においても名目賃金率の下落は同率での物価の下落を招き，非自発的失業を減らすことにはならない（(3)より）。政府支出と老年世代の消費の名目的な値（GおよびM）が変わらなければそれらの実質値が増え雇用が改善される可能性があるかもしれないが，Otaki(2016)の Proposition 2.1 では以下のように述べられている。

> Suppose that the nominal wage sags. Then, as far as its indirect effects on the aggregate demand are negligible, this only results in causing a proportionate reduction of the price level. In other words, the reduction of the nominal wage never rescues workers who are involuntarily unemployed.

これは本稿の分析にも当てはまる。

本稿のモデルには名目賃金率を決める仕組みは存在しない。政府支出と老年世代の消費の名目値G，Mが増えたとき，名目的な総需要と総供給も増える。名目賃金率が上昇すれば同率で価格も上昇する。もし，名目賃金率の上昇率が$G + M$の増加率より小さければ，実質総需要と総供給，雇用が増える。G，Mの増加が名目賃金率（および価格）の上昇と雇用の増加にどの程度影響するかは企業と労働者（あるい

は労働組合）の交渉によって決まるかもしれない[6]。名目賃金率が下がり続ける場合については後で検討する。

財市場と労働市場

財の総需要と総供給は(5)が表すように等しくなるが，そうなるように価格P_1が決まるわけではない。価格は与えられた名目賃金率のもと企業の利潤最大化行動によって(3)を満たすように決められる。したがって(5)あるいはそれから導かれる(8)は，与えられたWのもとでG，Mによって，あるいはg，mによって労働需要Lが決定されることを意味する。労働需要Lを労働供給L_fと等しくさせるメカニズムはない。上に書いたように名目賃金率の下落は価格の低下を招き実質賃金率は変らない。老年世代の消費と政府支出の名目値が維持されればそれらの実質値が増え雇用が増える可能性はあるが，それは財需要の増加を通した効果であり，労働市場での調整ではない。

教科書的なマクロモデルとの関係

所得をY，消費関数を$C = \alpha Y$（定数は省略），投資をI，政府支出をGとして教科書的なマクロモデルを考えると

$$Y = \alpha Y + I + G$$

から

$$Y = \frac{I+G}{1-\alpha}$$

となり，乗数$\frac{1}{1-\alpha}$が得られる。本稿のモデルには資本がないので投資はないが，その代わりに老年世代の消費がある。この式で（この式の変数を名目値だとして）IをMで，YをP_1Lyで置き換えると(6)が得られる。

図解

[6] Otaki(2009)はMcDonald and Solow(1981)による効率的賃金交渉(efficient wage bargaining)の枠組みを用いて非自発的失業の存在を論証しているが，本稿の議論はそのような交渉には依存しない。

図1に図解を示してある。ωは実質賃金率，ω^Rは実質留保賃金率，Eは均衡点を表す。

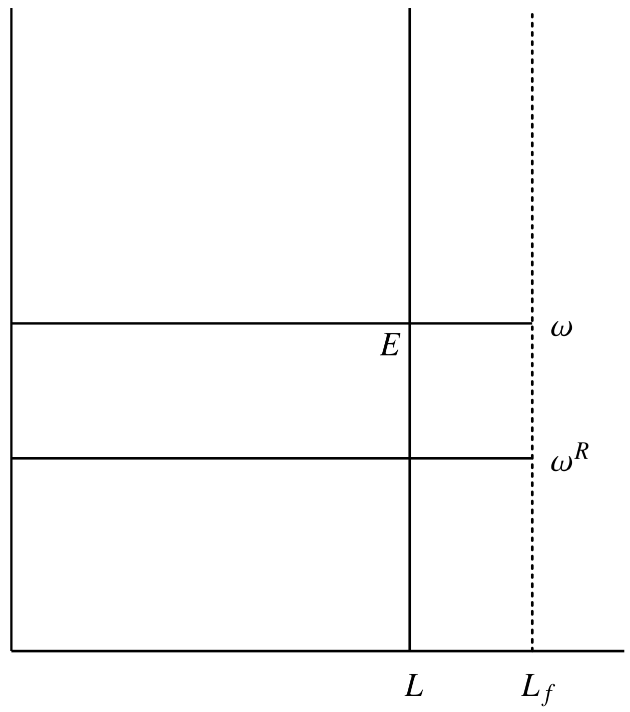

図 1: 図解

完全雇用の場合

$L = L_f$であれば完全雇用が実現される。そのとき(7)は

$$L_f y = \frac{1}{1-\alpha}(g+m) \tag{12}$$

となる。L_fは一定であるから，(12)は方程式ではなく恒等式である（一方，(7)は恒等式ではなく方程式）。したがって本来 (12)は以下のように表されるべきものである。

$$\frac{1}{1-\alpha}(g+m) \equiv L_f y. \tag{13}$$

この式は完全雇用を達成するのに必要な$g+m$の値を定義している。
(13)から

$$P_1 = \frac{1}{(1-\alpha)L_f y}(G+M)$$

を得る。ここで

$$g = \frac{G}{P_1},\ m = \frac{M}{P_1}.$$

である。$L_f y$は一定なので価格水準P_1は政府支出と老年世代の消費の名目額G, Mによって決定される。また名目賃金率は(4) により次の式のように決まる。

$$W = P_1 y.$$

名目賃金率と物価が下がり続ける定常状態

名目賃金率と物価の変化が一度だけであれば次の期に老年世代の消費はもとに戻る。政府支出の実質値gが維持され，名目賃金率と物価が一定率で下がり続ける場合はそれが消費者の期待に織り込まれ，$\rho < 1$の定常的な状態になるものと考えられる。そのとき雇用も一定になる。$\rho = 1$の場合と比べて特に各消費者の第2期（老年期）の需要が大きくなるであろうが完全雇用になるとは限らない。(10)を再度書くと。

$$\alpha(P_1 Ly - T) + G + M = P_1 Ly.$$

若年世代の貯蓄は

$$(1-\alpha)(P_1 Ly - T) = G - T + M$$

であるが，名目賃金率と物価が下がり続ける定常状態においてはこれがρMに等しくなければならないので

$$G - T = (\rho - 1)M < 0$$

すなわち

$$T = G + (1-\rho)M > G$$

が成り立たなければならず定常状態になるためには財政黒字が求められる。Lの値はやはりGとMの初期値に依存する。それらをL^1，G^1，M^1とすると

$$T^1 = G^1 + (1-\rho)M^1 > G^1$$

より

$$L^1 = \frac{\rho + (1-\alpha)(1-\rho)}{(1-\alpha)P_1 y}M^1 + \frac{G^1}{P_1 y} = \frac{1-\alpha(1-\rho)}{(1-\alpha)P_1 y}M^1 + \frac{G^1}{P_1 y} \qquad (14)$$

を得る。$\rho = 1$の場合の(11)と（あるいは(14)で$\rho = 1$と仮定した場合と）比較すると$G^1 = G^0$, $M^1 = M^0$のとき$1 - \alpha(1-\rho) < 1$なので「名目賃金率と物価が下がり続け

る定常状態」における雇用量の方が名目賃金率と物価 が一定であるような定常状態における雇用量より小さい（$L^1 < L^0$）ことがわかる。したがって定常状態で考えれば名目賃金率と物価が下がり続けることは非自発的失業を解消するのに役立たない[7]。

$\rho > 1$の場合は名目賃金率と物価が上がり続ける定常状態になる。そのときは上のケースとは逆に財政赤字が求められ，雇用量は名目賃金率と物価が一定であるような定常状態における雇用量より大きい。

完全雇用を実現し維持するためにはインフレーションと財政赤字を継続させるか政府支出の初期値を増やさなければならない。

物価が下がり続ける定常状態における貨幣の需要・供給について

貨幣の需要は若年世代の貯蓄と税の支払いからなり，貨幣の供給は老年世代の消費と政府支出からなる。物価が下がり続ける定常状態においては

$$\text{若年世代の貯蓄} = \rho \times \text{老年世代の消費}$$

$$\text{税の支払い} = \text{政府支出} + (1-\rho) \times \text{老年世代の消費}$$

が成り立つから

$$\text{若年世代の貯蓄} + \text{税の支払い} = \text{政府支出} + \text{老年世代の消費}$$

が満たされ，貨幣の需要・供給は均衡している。物価が上がり続ける場合も同様。その場合$\rho > 1$である。そのとき

$$\text{税の支払い} - \text{政府支出} = (1-\rho) \times \text{老年世代の消費}$$

が貨幣供給の減少（$\rho > 1$なら増加）を表す。

物価が下がり続けるとともに雇用が一定率で増える場合

名目賃金率と物価が下がり続ける一方，雇用，政府支出の実質値，老年世代の消費が一定率（$\varphi > 1$）（増加率は$\varphi - 1$）で増加する場合を考える。総供給，政府支出，老年世代の消費は$\rho\varphi$の率で変化するので，若年世代の貯蓄は次の式を満たさなければならない。

$$(1-\alpha)(P_1 L y - T) = G - T + M = \rho\varphi M.$$

---

[7] 名目賃金の伸縮性と完全雇用の関係については時政勗・大槻智彦(2014)も参照されたい。

そのとき

$$G - T = (\rho\varphi - 1)M$$

が成り立つ。$\rho\varphi > 1$ならば財政赤字が$\rho\varphi < 1$ならば財政黒字が求められる。名目総供給が増加する場合は財政赤字，減少する場合は財政黒字である。

$$\text{若年世代の貯蓄} = \rho\varphi\text{老年世代の貯蓄}$$

$$\text{税の支払い} = \text{政府支出} + (1 - \rho\varphi)\text{老年世代の貯蓄}$$

が成り立つので貨幣の需要・供給は等しい。また貨幣供給の変化（増加）は

政府支出－税の支払い＝$(\rho\varphi - 1)$老年世代の貯蓄

に等しい。

αが1に近い場合

αが大きくて1に近い場合，人々は将来へ備えた貯蓄をほとんどしないのでMは非常に小さくなるが，一方乗数 $\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)$ は極めて大きな値になる。そのとき政府支出Gがよほど小さくなければ常に完全雇用が実現するものと考えられる。したがって本稿のモデルにおいて非自発的失業が存在するのは世代重複モデルを用いたこと（あるいは第5節の静学モデルの場合には貯蓄から効用を得るとの想定をしたこと）によるものと考えられる。

5　静学モデルを用いて

田中淳平(2014)に従って老年期の消費に代えて消費者が貯蓄から効用を得るような効用関数を用いた静学モデルによる分析を試みてみよう[8]。消費者の効用は以下のように表されるものとする。

$$U(X_1, m, l) = X_1^{\alpha} m^{1-\alpha} - \delta\beta.$$

mは実質の貯蓄であり，雇用されている消費者の予算制約は

$$P_1 X_1 + P_1 m = W$$

である。λをLagrange乗数として効用最大化条件は

$$\alpha X_1^{\alpha-1} m^{1-\alpha} = (1-\alpha) X_1^{\alpha} m^{-\alpha} = \lambda P_1$$

となるから

[8] 田中淳平(2014)は独占的競争モデルを用いている。

$$\alpha X_1^{\alpha} m^{1-\alpha} = \lambda P_1 X_1,$$

$$(1-\alpha) X_1^{\alpha} m^{1-\alpha} = \lambda P_1 m$$

が得られる。したがって

$$X_1 = \frac{\alpha W}{P_1},$$

$$m = \frac{(1-\alpha)W}{P_1}$$

が成り立ち，雇用されている消費者について次の間接効用関数を得る。

$$V = \frac{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}W}{P_1} - \beta.$$

この式は(1)において$P_2 = P_1$としただけでほとんど同一の式であるから，第3節以後の議論も同じように進めることができる。違いは貯蓄が次の期の需要を生まないことだけである。

6　加法的でない効用関数を用いて

消費から得られる効用と労働の不効用が加法的ではないより一般的な効用関数で分析してみよう。1日の時間を$\bar{l}$，雇用されているときの労働供給を1としてある世代の個人の2期間にわたる効用が以下のように表されるものとする。

$$U(X_1, X_2) = X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma} (\bar{l}-1)^{1-\alpha'-\gamma},\ 0 < \alpha' < 1,\ 0 < \gamma < 1,\ 0 < \alpha' + \gamma < 1.$$

$\bar{l}-1$は余暇を表す。予算制約式は

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = W$$

である。$\bar{l}-1$は定数なので，Lagrange乗数をλとしてX_1，X_2について効用最大化条件を考えると

$$\alpha' X_1^{\alpha'-1} X_2^{\gamma} (\bar{l}-1)^{1-\alpha'-\gamma} = \lambda P_1,$$

$$\gamma X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma-1} (\bar{l}-1)^{1-\alpha'-\gamma} = \lambda P_2,$$

となるが，これらは

$$\alpha' X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma} (\bar{l}-1)^{1-\alpha'-\gamma} = \lambda P_1 X_1,$$

$$\gamma X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma} (\bar{l}-1)^{1-\alpha'-\gamma} = \lambda P_2 X_2,$$

を意味する。

$$\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha'+\gamma}$$

とおくと，予算制約によって

$$P_1X_1 = \alpha W,\ P_2X_2 = (1-\alpha)W$$

が得られる。したがって

$$X_1 = \frac{\alpha}{P_1}W,\ X_2 = \frac{(1-\alpha)}{P_2}W$$

となり，

$$(\bar{l}-1)^{1-\alpha\prime-\gamma}$$

を$\eta > 0$とすると次の間接効用関数が得られる。

$$V = \frac{\alpha^{\alpha}}{P_1^{\alpha}}\frac{(1-\alpha)^{1-\alpha}}{P_2^{1-\alpha}}\eta.$$

雇用されていないときの消費も効用もゼロになるのでこの効用関数の場合の留保賃金率はゼロである。

7　おわりに

本稿では各企業が収穫一定の技術を持つ完全競争下の2世代重複モデルを用いて，消費者の効用最大化，企業の利潤最大化に基づく分析から労働供給が非分割的である場合の需要不足の状況での非自発的失業の存在を導いた。収穫一定あるいは収穫逓増を伴う独占的競争モデルを用いても同様の結論を導くことができる（以下の付録でそのケースの要点を解説している）。また本稿における「生産要素が労働のみである」というのは限定的な仮定であるが，資本を含むより一般的な生産過程を想定しても同様の分析が可能であると思われる。今後の研究課題としたい。

付録A：独占的競争モデル

A.1　消費者行動

独占的競争のもとでの第1期，第2期に渡る2世代重複モデルを考える。生産要素は労働のみであり，各企業が差別化された財を生産している。企業および財をzで表す。zは[0,1]の範囲に連続的に分布する。各財zは企業zによって独占的に生産されている。消費者は連続的な密度$[0,1] \times [0,1]$において各期に誕生し，若い時（第1期）に1単位の労働を供給する。 以下のような表記法を用いる。

$c^i(z)$: 第1期，第2期における財zの消費量，$i = 1,\ 2$。

$p^i(z)$: 第1期，第2期における財zの価格，$i = 1$，2。

$X^i = \left\{\int_0^1 c^i(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right\}^{\frac{1}{1-\frac{1}{\eta}}}$，$i = 1,2$，$\eta > 1$。

W: 名目賃金率。

Π: 消費者に均等に配分される企業利潤。

L: 各企業の雇用，および総雇用。

L_f: 労働人口あるいは完全雇用状態における雇用。

y: 労働生産性。

労働生産性yは一定であると仮定する。独占的競争の場合は利潤がゼロにはならない。ηは財の差別化の程度を表す。ηの値が小さいほど差別化されている。$\eta \to +\infty$の極限で財は同質的となる。

ある世代の個人の2期間にわたる効用は以下のように表されるものとする。

$$U(c_1(z), c_2(z), \delta) = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} - \delta\beta.$$

δは雇用されていれば1，雇用されていなければ0の値をとる。$\beta > 0$は労働の不効用である。

雇用されている消費者の予算制約は

$$\int_0^1 p^1(z)c^1(z)dz + \int_0^1 p^2(z)c^2(z)dz = W + \Pi$$

と表される。$p^2(z)$は第2期における財zの価格の期待値である。Lagrange関数は次のようになる。

$$\mathcal{L} = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} - \beta - \lambda\left(\int_0^1 p^1(z)c^1(z)dz + \int_0^1 p^2(z)c^2(z)dz - W - \Pi\right).$$

λはLagrange乗数である。効用最大化条件は

$$\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha} \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-\frac{1}{1-\eta}} c^1(z)^{-\frac{1}{\eta}} = \lambda p^1(z), \tag{15}$$

$$(1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{-\alpha} \left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-\frac{1}{1-\eta}} c^2(z)^{-\frac{1}{\eta}} = \lambda p^2(z). \tag{16}$$

となるが，これらは

$$\alpha X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-1} c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} = \lambda p^1(z)c^1(z), \tag{17}$$

$$(1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} \left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-1} c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} = \lambda p^2(z)c^2(z)$$

を意味するから

$$\alpha X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha}\left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-1} \int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz = \alpha X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} = \lambda \int_0^1 p^1(z) c^1(z) dz,$$

$$(1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha}\left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-1} \int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz = (1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha}$$
$$= \lambda \int_0^1 p^2(z) c^2(z) dz$$

が得られる。しがって

$$\frac{\int_0^1 p^2(z)c^2(z)dz}{\int_0^1 p^1(z)c^1(z)dz} = \frac{1-\alpha}{\alpha}$$

および

$$X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} = \lambda\left[\int_0^1 p^1(z) c^1 2(z) dz + \int_0^1 p^2(z) c^2(z) dz\right] = \lambda(W+\Pi) \qquad (18)$$

を得る。

$$P^1 = \left(\int_0^1 p^1(z)^{1-\eta} dz\right)^{\frac{1}{1-\eta}},\ P^2 = \left(\int_0^1 p^2(z)^{1-\eta} dz\right)^{\frac{1}{1-\eta}}$$

とおく。(15), (16)より

$$[\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha}]^{1-\eta}\left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-1} c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} = \lambda^{1-\eta} p^1(z)^{1-\eta},$$

$$[(1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{-\alpha}]^{1-\eta}\left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-1} c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} = \lambda^{1-\eta} p^2(z)^{1-\eta}$$

を得る。これらは

$$[\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha}]^{1-\eta}\left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-1} \int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz = [\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha}]^{1-\eta}$$
$$= \lambda^{1-\eta} \int_0^1 p^1(z)^{1-\eta} dz,$$

$$[(1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{-\alpha}]^{1-\eta}\left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz\right]^{-1} \int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz = [(1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{-\alpha}]^{1-\eta}$$
$$= \lambda^{1-\eta} \int_0^1 p^2(z)^{1-\eta} dz$$

を意味する。それぞれ$\frac{1}{1-\eta}$乗して

$$\alpha X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} = \lambda P^1 X^1,$$

$$(1-\alpha)X_1^{\alpha}X_2^{1-\alpha} = \lambda P^2 X^2$$

を得，さらに

$$\frac{P^2X^2}{P^1X^1} = \frac{1-\alpha}{\alpha},$$

$$(X^1)^{\alpha}(X^2)^{1-\alpha} = \lambda(P^1X^1 + P^2X^2),$$

$$P^1X^1 + P^2X^2 = W + \Pi,$$

$$P^1X^1 = \int_0^1 p^1(z)c^1(z)dz = \alpha(W+\Pi), \tag{19}$$

$$P^2X^2 = \int_0^1 p^2(z)c^2(z)dz = (1-\alpha)(W+\Pi),$$

および

$$X^1 = \frac{\alpha(W+\Pi)}{P^1},\ X^2 = \frac{(1-\alpha)(W+\Pi)}{P^2}$$

などが得られ，間接効用関数は次のように表される。

$$V = \frac{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}(W+\Pi)}{(P^1)^{\alpha}(P^2)^{1-\alpha}} - \beta.$$

雇用されていない消費者の間接効用関数は

$$V = \frac{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\Pi}{(P^1)^{\alpha}(P^2)^{1-\alpha}}$$

である。以下留保賃金率の分析は同様であり，$\rho = \frac{P^2}{P^1}$として実質留保賃金率は

$$\omega^R = \frac{\rho^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\beta$$

となる。

A.2　企業行動

(17)と(18)から

$$\alpha(W+\Pi)\left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}}dz\right]^{-1} c^1(z)^{-\frac{1}{\eta}} = p^1(z).$$

(19)より

$$(X^1)^{\frac{1}{\eta}-1} = \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}}dz\right]^{-1} = \left(\frac{\alpha(W+\Pi)}{P^1}\right)^{\frac{1}{\eta}-1}.$$

これらによって

$$\alpha(W+\Pi)\left(\frac{\alpha(W+\Pi)}{P^1}\right)^{\frac{1}{\eta}-1} c^1(z)^{-\frac{1}{\eta}} = p^1(z).$$

したがって

$$c^1(z)^{\frac{1}{\eta}} = \left(\frac{\alpha(W+\Pi)}{P^1}\right)^{\frac{1}{\eta}} P^1(p^1(z))^{-1}$$

より

$$c^1(z) = \left(\frac{\alpha(W+\Pi)}{P^1}\right)\left(\frac{p^1(z)}{P^1}\right)^{-\eta}$$

を得る。これは若年世代による財zの需要である。老年世代の貯蓄をMとすると彼らの需要は

$$\frac{M}{P^1}\left(\frac{p^1(z)}{P^1}\right)^{-\eta}$$

となり，政府支出を含めた有効需要を

$$Y = \alpha(WL+\Pi) + G + M$$

して合計の需要は

$$c(z) = \frac{Y}{P^1}\left(\frac{p^1(z)}{P^1}\right)^{-\eta}$$

に等しい。この式を$p^1(z)$で微分すると

$$\frac{\partial c(z)}{\partial p^1(z)} = -\eta \frac{Y}{P^1}\frac{p^1(z)^{-1-\eta}}{(P^1)^{-\eta}} = -\eta \frac{c(z)}{p^1(z)}$$

が得られる。

企業zの利潤は

$$\pi(z) = p^1(z)c(z) - \frac{W}{y}c(z).$$

yは定数であり，また各企業にとってP^1は与えられたものである。$p^1(z)$に関する利潤最大化条件

$$c(z) + \left(p^1(z) - \frac{W}{y}\right)\frac{\partial c(z)}{\partial p^1(z)} = 0$$

より

$$p^1(z) = \frac{W}{y} - \frac{1}{\frac{\partial c(z)}{\partial p^1(z)}}c(z) = \frac{W}{y} + \frac{1}{\eta}p^1(z)$$

となり

$$p^1(z) = \frac{W}{\left(1-\frac{1}{\eta}\right)y}$$

が求まる。

モデルは対称的なのですべての$p^1(z)$が等しく，また

$$P^1 = \left(\int_0^1 p^1(z)^{1-\eta}dz\right)^{\frac{1}{1-\eta}} = p^1(z)$$

であるから

$$P^1 = \frac{W}{\left(1-\frac{1}{\eta}\right)y}$$

が成り立ち，実質賃金率は

$$\omega = \frac{W}{P^1} = \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) y$$

と表される。完全競争の場合の(4)に変えてこの式を用いることによって，非自発的失業の分析も同様に進めることができる。

参考文献

Lavoie, M. (2001) “Efficiency Wages in Kaleckian Models of Employment,” *Journal of Post Keynesian Economics*, Vol. 23, pp. 449–464.

McDonald, I. M. and R. M. Solow (1981) “Wage barganing and employment,” *American Economic Review*, Vol. 71, pp. 896–908.

Otaki, M. (2007) “The dynamically extended Keynesian cross and the welfare-improving fiscal policy,” *Economics Letters*, Vol. 96, pp. 23–29.

Otaki (2009) “A welfare economics foundation for the full-employment policy,” *Economics Letters*, Vol. 102, pp. 1–3.

Otaki(2010) *A pure theory of aggregate price determination*: DBJ Discussion Paper Series, No. 906.

Otaki(2012) *The Aggregation problem in employmnet theory*: DBJ Discussion Paper Series, No. 1105.

Otaki(2015) *Keynsian Economics and Price Theory: Re-orientation of a Theory of Monetary Economy*: Springer.

Otaki(2016) *Keynes’s general theory reconsidered in the context of the Japanese economy*: Springer.

Tanaka, Y. (2019a) “Indivisible labor supply and involuntary unemployment: Increasing returns to scale case,” *MPRA Paper 97378 (University Library of Munich, Germany)*.

Tanaka(2019b) “Indivisible labor supply and involuntary unemployment: Monopolistic competition model,” *MPRA Paper 97377 (University Library of Munich, Germany)*.

Tanaka(2019c) “Indivisible labor supply and involuntary unemployment: Perfect competition case,” *MPRA Paper 97832 (University Library of Munich, Germany)*.

大瀧雅之 (2011) 『貨幣雇用理論の基礎』，勁草書房.

時政勗・大槻智彦 (2014) 「実質賃金と名目賃金をめぐるケインズとニューケインジアンの議論」，『広島修道大学 経済科学研究』，第18巻，第1号，203–225頁.

田中淳平 (2014) 「大瀧モデルの均衡解について」，『社会科学研究』，第66巻，第2号，227–242頁.

馬田哲次 (1997) 「非自発的失業の存在について」，『山口経済学雑誌』，第45巻，第6号，61–73頁.