MPRA
Munich Personal RePEc Archive

The existence of unemployment - By a simple overlapping generations perfect competition model -

Tanaka, Yasuhito

Faculty of Economics, Doshisha University, Kyoto Japan.

8 March 2020

Online at https://mpra.ub.uni-muenchen.de/98999/
MPRA Paper No. 98999, posted 09 Mar 2020 08:50 UTC

非自発的失業の存在 *

– 単純な世代重複完全競争モデルによって –

田中 靖人

同志社大学経済学部
〒602-8580 京都市上京区今出川通烏丸東入ル
E-mail: yatanaka@mail.doshisha.ac.jp

概要

本稿では賃金率の硬直性を仮定せずに完全競争下の 2 世代重複モデルを用いて，消費者の効用最大化，企業の利潤最大化に基づく分析から需要不足の状況での非自発的失業の存在を導く。労働供給が非分割的である（労働供給の値が 1 か 0 のいずれか）ことも非自発的失業存在の根拠になり得るが，本稿では労働供給が分割的（労働供給が 0 以上 1 以下の値をとる変数である）であっても非自発的失業が存在し得ることを明らかにする。本稿のモデルにおいて非自発的失業の存在が導かれるのは消費と労働供給の選択について世代重複モデルを用いたことによるものと考えられる。

キーワード： 非自発的失業，完全競争，分割的労働供給，世代重複モデル

JEL Classification No.: E12, E24.

1 はじめに

Otaki (2009) によれば非自発的失業の定義は以下の 2 点からなる。

1. 名目賃金率が名目留保賃金率より高い。
2. 名目賃金率を引き下げても雇用量および経済厚生は改善しない。

馬田哲次 (1997) は収穫逓増と企業行動に関するマークアップ原理の想定のもとで右上がりの労働需要曲線（労働需要が実質賃金率の増加関数になる）を導き，それに基づいて賃金率の硬直性の仮定なしに非自発的失業が存在し得るという結論を提示している[注 1]。 しかし，その論文での企業行

* 本稿は最近のいくつかの研究のエッセンスをまとめ，新しい話を少し追加したものである。この研究は科研費 18K01594 の補助を受けている。

注 1 Lavoie (2001) も同様の分析を展開している。

動に関するモデルはアドホック (ad hoc) なものである。本稿では Otaki (2010)，大瀧雅之 (2011)，Otaki (2015) などを参照して，完全競争のもとでの世代重複モデルを用いて消費者の効用最大化と企業の利潤最大化を明示的に扱い，賃金率の硬直性を仮定することなく非自発的失業の存在を導きたい。最近行った他のいくつかの研究では完全競争または独占的競争のもとで労働供給の非分割性を仮定して非自発的失業の存在を論証している[注 2]。労働供給の非分割性とは各個人による労働供給が 1 か 0 のいずれかの値をとることを意味し，それに対して労働供給が分割的な場合は各個人による労働供給が [0, 1] の変数として扱われる。Otaki (2015) (Theorem 2.3) や Otaki (2012) が議論しているように労働供給が限りなく分割的であれば失業は存在し得ない。しかし，本稿では個人の労働供給が小さな値でなければ分割的であっても非自発的失業が存在し得ることを示す。先に上げた非自発的失業の定義に関する第 1 のポイントは本稿の枠組みにおいては次のように表現するべきであろう。

現行賃金率のもとにおいて各個人の労働供給は正である。

次節では消費者の選好をごく単純なコブ・ダグラス型のものとして 2 世代重複モデルにおける消費者の効用最大化を扱い，消費量の選択とともに労働供給の決定を分析対象とする。第 3 節では，完全競争下の企業の利潤最大化行動を分析し，第 4 節において労働供給が分割的な場合の非自発的失業の存在を導く。主な議論は以下の通りである。

1. 与えられた名目賃金率のもとで財の総需要・総供給および総労働需要が政府支出と老年世代の消費の名目値によって決定される（(7)，(9) 式，命題 3 により）。
2. 財の価格と実質賃金率が企業の利潤最大化行動によって決定される（命題 2）。
3. 各消費者の労働供給は実質賃金率によって決定される（命題 1）。それによって雇用量が決まる。それが完全雇用水準より低ければ非自発的失業が存在する。政府支出と老年世代の消費の実質値が増加しなければ非自発的失業を減らす仕組みはない。

人々がその所得のほとんどを若い時に使ってしまうならば乗数は極めて大きな値になる。そのとき政府支出がよほど小さくなければ常に完全雇用が実現するものと思われる。したがって本稿のモデルにおいて非自発的失業が存在するのは世代重複モデルを用いたことによるものと考えられる。

2　消費者行動

2.1　コブ・ダグラス型効用関数

Otaki (2010)，大瀧雅之 (2011)，Otaki (2015) などに基づいて完全競争のもとでの第 1 期，第 2 期に渡る 2 世代重複モデルを考える。生産要素は労働のみであり，財は 1 種類で競争的に生産されている。消費者は連続的な密度 $[0, 1] \times [0, 1]$ において各期に誕生し，若い時（第 1 期）に l 単位の労働を供給する。$0 \leq l \leq 1$ である。

注 2 Tanaka (2019b), Tanaka (2019a), Tanaka (2019c)

以下のような表記法を用いる。

X_i: 第 i 期における財の消費量 i, $i = 1, 2$。
P_i: 第 i 期における財の価格 i, $i = 1, 2$。
W: 名目賃金率。
Π: 消費者に均等に配分される企業利潤。
l: 各個人の労働供給。
L: 各企業の雇用，および総雇用。
L_f: 労働人口あるいは完全雇用状態における雇用。
y: 労働生産性。

労働生産性 y は一定であると仮定する。したがって規模に関して一定の生産技術が用いられており企業の利潤はゼロである（$\Pi = 0$）。

ある世代の個人の 2 期間にわたる効用は以下のように表されるものとする。

$$U(X_1, X_2, l) = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} - \Gamma(l).$$

$\Gamma(l)$ は労働の不効用を表す関数であり，$\Gamma(0) = 0$, $\Gamma'(l) > 0$, $\Gamma''(l) > 0$ と仮定する。

まず労働供給 l を決め，その上で各期の消費量を決める二段階の意思決定を考える。

雇用されている消費者の予算制約は

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = Wl.$$

と表される（$\Pi = 0$ を用いている）。P_2 は第 2 期における財の価格の期待値である。Lagrange 関数は次のようになる。

$$\mathcal{L} = X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} - \Gamma(l) - \lambda \left(P_1 X_1 + P_2 X_2 - Wl \right).$$

λ は Lagrange 乗数である。消費に関する効用最大化の 1 階条件は

$$\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha} = \lambda P_1,$$

および

$$(1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{-\alpha} = \lambda P_2$$

であるが，これらは

$$\alpha X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} = \lambda P_1 X_1,$$

$$(1-\alpha) X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} = \lambda P_2 X_2$$

を意味する。したがって

$$X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} = \lambda (P_1 X_1 + P_2 X_2) = \lambda W l$$

が得られる。また

$$P_1 X_1 = \alpha W l,$$

$$P_2 X_2 = (1-\alpha) W l$$

が成り立つから

$$X_1 = \frac{\alpha W l}{P_1},$$

$$X_2 = \frac{(1-\alpha) W l}{P_2}$$

となり，次の間接効用関数が得られる。

$$V = \frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} W l}{P_1^\alpha P_2^{1-\alpha}} - \Gamma(l).$$

V を l について最大化する条件は

$$\frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} W}{P_1^\alpha P_2^{1-\alpha}} = \Gamma'(l) \tag{1}$$

である。$\rho = \frac{P_2}{P_1}$ と置くと (1) より

$$\frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}}{\rho^{1-\alpha}} \omega = \Gamma'(l) \tag{2}$$

となる。ω は実質賃金率である。$\Gamma''(l) > 0$ であるから，ρ の値が与えられれば l は (2) から ω の増加関数として求められる。ρ は期待インフレ率を表す（正確には $\rho - 1$ が期待インフレ率）。以上をまとめると次の命題が得られる。

命題 1　消費者の労働供給は実質賃金率の関数として決定される。

雇用されていない消費者の間接効用関数の値はゼロである。

2.2　対数線形型の効用関数について

田中淳平 (2014) は Otaki (2007) などの大瀧雅之氏のモデルにおいて「対数線形型」の効用関数を考えると適切な解が存在しなくなると指摘したが，大瀧氏のモデルでは労働供給の非分割性の仮定のもとで名目賃金率が留保名目賃金率（働くことと働かないことが無差別となる名目賃金率）に等しくなる状況を考えているのに対して[注 3]，本稿ではそのような状況を考えておらず対数線形型の効用関数を仮定しても分析が可能である。

ある世代の個人の 2 期間にわたる効用が以下のように表されるものとする。

$$U(X_1, X_2, l) = \alpha \ln X_1 + (1-\alpha) \ln X_2 - \Gamma(l).$$

注 3　名目賃金率が留保名目賃金率に等しいときは消費者にとって雇用と非雇用が無差別になり非自発的失業は存在しない。

$\Gamma(l)$ の意味，予算制約式は上と同じである。効用最大化の 1 階条件は

$$\alpha\frac{1}{X_1} = \lambda P_1, (1-\alpha)\frac{1}{X_2} = \lambda P_2$$

となり，これらから

$$P_1X_1 + P_2X_2 = \frac{1}{\lambda} = Wl,$$

および

$$X_1 = \frac{\alpha Wl}{P_1},\ X_2 = \frac{(1-\alpha)Wl}{P_2}$$

が得られ，間接効用関数は以下のようになる。

$$\begin{aligned} V =& \alpha \ln\frac{\alpha Wl}{P_1} + (1-\alpha)\ln\frac{(1-\alpha)Wl}{P_2} - \Gamma(l) \\ =& \ln Wl + \ln\frac{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}{P_1^\alpha P_2^{1-\alpha}} - \Gamma(l). \end{aligned}$$

V を l について最大化する条件

$$\frac{W}{Wl} - \Gamma'(l) = \frac{1}{l} - \Gamma'(l) = 0$$

より l が求まるが，その値は一定である。

3　企業行動

若い世代の消費者による財の需要は

$$X_1 = \frac{\alpha Wl}{P_1}$$

であり，彼らの第 2 期（老年世代になったとき）の需要は

$$X_2 = \frac{(1-\alpha)Wl}{P_2}$$

に等しい。一方老年世代の需要は

$$\bar{X}_2 = \frac{(1-\alpha)\bar{W}\bar{l}}{P_1}$$

と表すことができる。$\bar{W}$，$\bar{l}$ はそれぞれ老年世代が若いとき（第 1 期）の名目賃金率，労働供給であり，$(1-\alpha)\bar{W}\bar{l}$ は第 1 期から持ち越された老年世代の貯蓄に等しい。その貯蓄を M で表すとその世代の財に対する需要は

$$\frac{M}{P_1}$$

となる。政府支出も両世代の消費とともに国民所得を構成する。政府支出を G とすると財に対する需要の総計は

$$c = \frac{Y}{P_1}$$

に等しい。ここで Y は有効需要であって

$$Y = \alpha WLl + G + M$$

と表される（この需要関数については Otaki (2007)，Otaki (2009)，Otaki (2015) を参照されたい）。

x を企業の産出量とすると企業の利潤は

$$\pi = P_1 x - \frac{x}{y} W$$

と表せる。P_1 は各企業にとって与えられたものであるから，完全競争のもとでの利潤最大化条件によって

$$P_1 = \frac{W}{y} \tag{3}$$

が得られる。この式は価格が限界費用に等しいことを意味する。

均衡においては $x=c$ である。

実質賃金率は

$$\omega = \frac{W}{P_1} = y \tag{4}$$

となる。つまり実質賃金率は労働生産性に等しく一定である。

以上の議論をまとめると次の命題を得る。

命題 2　与えられた名目賃金率のもと，企業の利潤最大化の結果として価格が決まり，それによって実質賃金率が決定される。実質賃金率は労働生産性に等しい。

4　非自発的失業

(2) と (4) から

$$\frac{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}{\rho^{1-\alpha}} y = \Gamma'(l) \tag{5}$$

を得る。実質賃金率が y に等しく一定であるから ρ が与えられれば l は一定である。

財の総供給は

$$WLl + \Pi = P_1 Lly$$

に等しい。一方，総需要は

$$\alpha(WLl + \Pi) + G + M = \alpha P_1 Lly + G + M$$

と表されるが，これらは等しいので

$$P_1 Lly = \alpha P_1 Lly + G + M, \tag{6}$$

または

$$P_1 Ll = \frac{G+M}{(1-\alpha)y}, \text{ あるいは } P_1 Lly = \frac{G+M}{1-\alpha} \tag{7}$$

が成り立つ[注4]。G，M の実質値 g，m で表すと

$$Lly = \frac{1}{1-\alpha}(g+m) \tag{8}$$

となる。

$$g = \frac{G}{P_1},\ m = \frac{M}{P_1}$$

である。

また，(4) および $W = P_1\omega$ によって (7) は

$$Ll = \frac{G+M}{(1-\alpha)W} = \frac{g+m}{(1-\alpha)\omega} \tag{9}$$

となる。これらの結果から次の命題を得る。

命題 3　"雇用 × 労働供給 (Ll)"の実質値は g，m によって決まるが，与えられた名目賃金率 W のもとで"雇用 × 労働供給 (Ll)"の名目値および実質値は G，M によって決定されるとも言える。

l は (5) によって決まっているので Ll の値が求まれば L の値は $L = \frac{Ll}{l}$ によって定まる。L は L_f より大きくなることはないが，L_f より厳密に小さいことはあり得る。そのとき非自発的失業が存在する。各個人の労働供給の値が小さければ失業は存在しないであろうが，各個人の労働供給があまり小さくない場合，g，m が十分に大きな値でなければ非自発的失業が存在する可能性がある。

若年世代の消費者への一括税 (lump-sum tax) を T として政府の予算制約を考えると

$$G = T$$

となる。そのとき総需要と総供給は

$$\alpha(WLl - G) + G + M = \alpha(P_1Lly - G) + G + M = P_1Lly \tag{10}$$

を満たすので

$$Ll = \frac{1}{(1-\alpha)y}[(1-\alpha)g + m]$$

が得られる[注5]。

議論のまとめ

1. 命題 3 により，与えられた名目賃金率のもとで"雇用 × 労働供給 (Ll)"が G，M（「政府支出」と「老年世代の消費」の名目値）によって決定される（(9) によって)）。Lly は財の総需要に等しい総供給であり，Ll はその総供給を生産するのに要する労働需要である。

注4 (7)，(8) で $\frac{1}{1-\alpha}$ が乗数である。

注5 この式はいわゆる均衡財政乗数 (balanced budget multiplier) が 1 であることを意味している。

2. 命題 2 により，財の価格と実質賃金率が企業の利潤最大化行動によって決定される。
3. 命題 1 により，消費者の労働供給 l は実質賃金率によって決定される。
   対数線形型の効用関数の場合には消費者の労働供給 l は一定で実質賃金率には依存しない。
4. 最後に雇用量 L は $L = \frac{Ll}{l}$ によって求められる。$L < L_f$ ならば需要不足による非自発的失業が存在する。
   政府支出と老年世代の消費の実質値 g，m が増加しなければ非自発的失業を減らす仕組みは存在しない。

定常状態

物価が一定となる定常状態においては $\rho = 1$ が成り立つ。g，m が一定であれば雇用も一定である。一括税を T とし $G = T$ とは限らないとすると (10) は次のようになる。

$$\alpha(WLl - T) + G + M = \alpha(P_1 Lly - T) + G + M = P_1 Lly. \tag{11}$$

このとき若年世代の貯蓄は

$$(1-\alpha)(P_1 Lly - T) = G - T + M$$

を満たす。$\rho = 1$ の定常状態では若年世代の貯蓄が M（老年世代の貯蓄）に等しくなるので $G = T$ が成り立たないといけない。L の値は G と M の初期値に依存する。それらを L^0，G^0，M^0 とすると

$$L^0 = \frac{M^0}{(1-\alpha)P_1 ly} + \frac{G^0}{P_1 ly} \tag{12}$$

を満たす。

物価一定の定常状態における貨幣の需要・供給について

貨幣の需要は若年世代の貯蓄と税の支払いからなり，貨幣の供給は老年世代の消費と政府支出からなる。物価一定の定常状態においては

$$\text{若年世代の貯蓄} = \text{老年世代の消費}$$

$$\text{税の支払い} = \text{政府支出}$$

が成り立つので貨幣の需要・供給は均衡している。

名目賃金率について

非自発的失業が存在する状況においても名目賃金率の下落は同率での物価の下落を招き，非自発的失業を減らすことにはならない（(3) より）。政府支出と老年世代の消費の名目的な値（G および M）が変わらなければそれらの実質値が増え雇用が改善される可能性があるかもしれないが，Otaki (2016) の Proposition 2.1 では以下のように述べられている。

> Suppose that the nominal wage sags. Then, as far as its indirect effects on the aggregate demand are negligible, this only results in causing a proportionate reduction of the price level. In other words, the reduction of the nominal wage never rescues workers who are involuntarily unemployed.

これは本稿の分析にも当てはまる。

本稿のモデルには名目賃金率を決める仕組みは存在しない。政府支出と老年世代の消費の名目値 G，M が増えたとき，名目的な総需要と総供給も増える。名目賃金率が上昇すれば同率で価格も上昇する。もし，名目賃金率の上昇率が $G + M$ の増加率より小さければ，実質総需要と総供給，雇用が増える。G，M の増加が名目賃金率（および価格）の上昇と雇用の増加にどの程度影響するかは企業と労働者（あるいは労働組合）の交渉によって決まるかもしれない[注 6]。名目賃金率が下がり続ける場合については後で検討する。

方程式体系と未知数

(2)，(4)，(9) の 3 本の方程式体系を考えると未知数は ω，l，Ll である（または ω，l，L）が，(4) と (9) から ω と Ll を求めることができる。その ω の値によって (2) から l を求められる。パラメータは G, M および W である（y は定数）。M は老年世代の若年期における労働供給と消費の選択によって決まっている。Ll の解が $L_f l$ に等しいとは限らない。

財市場と労働市場

財の総需要と総供給は (6) が表すように等しくなるが，そうなるように価格 P_1 が決まるわけではない。価格は与えられた名目賃金率のもと企業の利潤最大化行動によって (3) を満たすように決められる。したがって (6) あるいはそれから導かれる (9) は，与えられた W のもとで G，M によって，あるいは g，m によって労働需要 Ll が決定されることを意味する。一方，各人の労働供給は (2) によって実質賃金率に依存する形で決められる。しかし，企業の利潤最大化行動の結果その実質賃金率は労働生産性に等しい一定の値になる。それによって各消費者の労働供給も一定の値をとる。全員の労働供給の合計は $L_f l$ となるが，それを労働需要 Ll と等しくさせるメカニズムはない。上に書いたように名目賃金率の下落は価格の低下を招き実質賃金率は変らない。老年世代の消費と政府支出の名目値が維持されればそれらの実質値が増え雇用が増える可能性はあるが，それは財需要の増加を通した効果であり，労働市場での調整ではない。

注 6 Otaki (2009) は McDonald and Solow (1981) による効率的賃金交渉 (efficient wage bargaining) の枠組みを用いて非自発的失業の存在を論証しているが，本稿の議論はそのような交渉には依存しない。

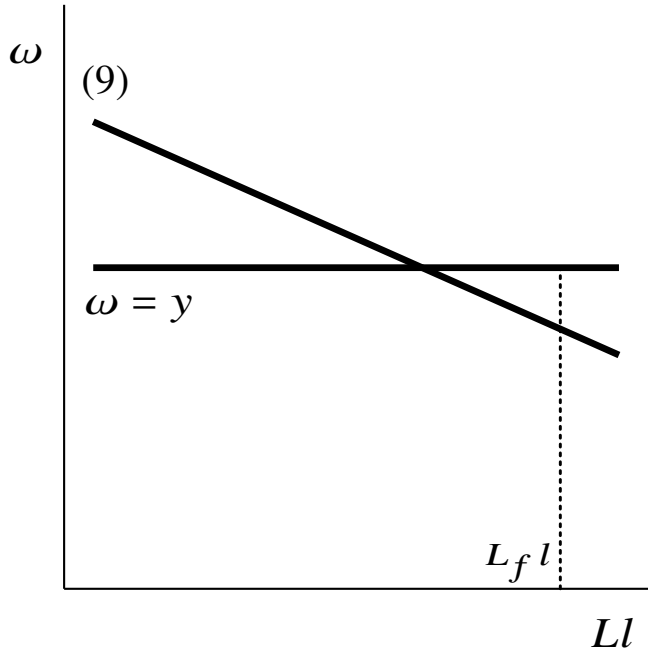

図 1　図解

教科書的なマクロモデルとの関係

所得を Y，消費関数を $C = \alpha Y$（定数は省略），投資を I，政府支出を G として教科書的なマクロモデルを考えると

$$Y = \alpha Y + I + G$$

から

$$Y = \frac{I + G}{1 - \alpha}$$

となり，乗数 $\frac{1}{1-\alpha}$ が得られる。本稿のモデルには資本がないので投資はないが，その代わりに老年世代の消費がある。この式で（この式の変数を名目値だとして）I を M で，Y を $P_1 Lly$ で置き換えると (7) が得られる。

図解

図 1 に図解を示してある。$\omega = y$ と書かれた直線は (4) を，(9) と書かれた直線は (9) を表している。その交点における Ll の値が均衡での労働需要を表す。それが完全雇用における労働供給 $L_f l$ を下回る可能性があることをこの図は示している。そのとき g，m を増やす以外に Ll を増やす方法はない。

完全雇用の場合

$L = L_f$ であれば完全雇用が実現される。そのとき (8) は

$$L_f ly = \frac{1}{1-\alpha}(g+m) \tag{13}$$

となる。l は (5) から求まる。$L_f l$ は一定であるから，(13) は方程式ではなく恒等式である（一方，(8) は恒等式ではなく方程式）。したがって本来 (13) は以下のように表されるべきものである。

$$\frac{1}{1-\alpha}(g+m) \equiv L_f ly. \tag{14}$$

この式は完全雇用を達成するのに必要な $g+m$ の値を定義している。

(14) から

$$P_1 = \frac{1}{(1-\alpha)L_f ly}(G+M)$$

を得る。ここで

$$g = \frac{G}{P_1},\ m = \frac{M}{P_1}.$$

である。価格水準 P_1 は政府支出と老年世代の消費の名目額 G，M によって決定される。また名目賃金率は (4) により次の式のように決まる。

$$W = yP_1.$$

名目賃金率と物価が下がり続ける定常状態

名目賃金率と物価の変化が一度だけであれば次の期に老年世代の消費はもとに戻る。政府支出の実質値 g が維持され，名目賃金率と物価が一定率で下がり続ける場合はそれが消費者の期待に織り込まれ，$\rho < 1$ の定常的な状態になるものと考えられる。そのとき雇用も一定になる。$\rho = 1$ の場合と比べて特に各消費者の第 2 期（老年期）の需要が大きくなるであろうが完全雇用になるとは限らない。(11) を再度書くと。

$$\alpha(P_1 Lly - T) + G + M = P_1 Lly.$$

若年世代の貯蓄は

$$(1-\alpha)(P_1 Lly - T) = G - T + M$$

であるが，名目賃金率と物価が下がり続ける定常状態においてはこれが ρM に等しくなければならないので

$$G - T = (\rho - 1)M < 0$$

すなわち

$$T = G + (1-\rho)M > G$$

が成り立たなければならず定常状態になるためには財政黒字が求められる。L の値はやはり G と M の初期値に依存する。それらを L^1，G^1，M^1 とすると

$$T^1 = G^1 + (1-\rho)M^1 > G^1$$

より

$$L^1 = \frac{\rho + (1-\alpha)(1-\rho)}{(1-\alpha)P_1 ly}M^1 + \frac{G^1}{P_1 ly} = \frac{1-\alpha(1-\rho)}{(1-\alpha)P_1 ly}M^1 + \frac{G^1}{P_1 ly} \tag{15}$$

を得る。$\rho = 1$ の場合の (12) と（あるいは (15) で $\rho = 1$ と仮定した場合と）比較すると $G^1 = G^0$，$M^1 = M^0$ のとき $1-\alpha(1-\rho) < 1$ なので「名目賃金率と物価が下がり続ける定常状態」における雇用量の方が名目賃金率と物価が一定であるような定常状態における雇用量より小さい（$L^1 < L^0$）ことがわかる。したがって定常状態で考えれば名目賃金率と物価が下がり続けることは非自発的失業を解消するのに役立たない[注 7]。

$\rho > 1$ の場合は名目賃金率と物価が上がり続ける定常状態になる。そのときは上のケースとは逆に財政赤字が求められ，雇用量は名目賃金率と物価が一定であるような定常状態における雇用量より大きい。

物価が下がり続ける定常状態における貨幣の需要・供給について

貨幣の需要は若年世代の貯蓄と税の支払いからなり，貨幣の供給は老年世代の消費と政府支出からなる。物価が下がり続ける定常状態においては

$$\text{若年世代の貯蓄} = \rho \times \text{老年世代の消費}$$

$$\text{税の支払い} = \text{政府支出} + (1-\rho) \times \text{老年世代の消費}$$

が成り立つから

$$\text{若年世代の貯蓄} + \text{税の支払い} = \text{政府支出} + \text{老年世代の消費}$$

が満たされ，貨幣の需要・供給は均衡している。物価が上がり続ける場合も同様。その場合 $\rho > 1$ である。

α が 1 に近い場合

α が大きくて 1 に近い場合，人々は将来へ備えた貯蓄をほとんどしないので M は非常に小さくなるが，一方乗数 $\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)$ は極めて大きな値になる。そのとき政府支出 G がよほど小さくなければ常に完全雇用が実現するものと考えられる。したがって本稿のモデルにおいて非自発的失業が存在するのは世代重複モデルを用いたこと（あるいは第 5 節の静学モデルの場合には貯蓄から効用を得るとの想定をしたこと）によるものと考えられる。

注 7 名目賃金の伸縮性と完全雇用の関係については時政勗・大槻智彦 (2014) も参照されたい。

5　静学モデルを用いて

田中淳平 (2014) に従って老年期の消費に代えて消費者が貯蓄から効用を得るような効用関数を用いた静学モデルによる分析を試みてみよう[注 8]。消費者の効用は以下のように表されるものとする。

$$U(X_1, m, l) = X_1^{\alpha} m^{1-\alpha} - \Gamma(l).$$

m は実質の貯蓄であり，予算制約は

$$P_1 X_1 + P_1 m = Wl$$

である。λ を Lagrange 乗数として効用最大化条件は

$$\alpha X_1^{\alpha-1} m^{1-\alpha} = (1-\alpha) X_1^{\alpha} m^{-\alpha} = \lambda P_1$$

となるから

$$\alpha X_1^{\alpha} m^{1-\alpha} = \lambda P_1 X_1,$$

$$(1-\alpha) X_1^{\alpha} m^{1-\alpha} = \lambda P_1 m$$

が得られる。したがって

$$X_1 = \frac{\alpha W l}{P_1},$$

$$m = \frac{(1-\alpha) W l}{P_1}$$

が成り立ち，次の間接効用関数を得る。

$$V = \frac{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} W l}{P_1} - \Gamma(l).$$

V を l について最大化する条件は

$$\frac{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} W}{P_1} - \Gamma'(l) = 0$$

となり

$$\frac{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} W}{P_1} = \alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\omega = \Gamma'(l)$$

が得られる。この式は (2) において ρ を 1 としただけのほぼ同一の式であるから第 3 節，第 4 節の企業行動，非自発的失業の分析も同様に進めることができる。違いは貯蓄が次の期の需要を生まないことだけである。

注 8 田中淳平 (2014) は独占的競争モデルを用いている。

6　加法的でない効用関数を用いて

消費から得られる効用と労働の不効用が加法的ではないより一般的な効用関数で分析してみよう。ある世代の個人の 2 期間にわたる効用が以下のように表されると仮定する。ここでは消費と余暇を同時に決めるものとする。

$$U(X_1, X_2, l) = X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma} (1-l)^{1-\alpha-\gamma},\ 0 < \alpha' < 1,\ 0 < \gamma < 1,\ 0 < \alpha' + \gamma < 1.$$

$1-l$ は余暇を表す。予算制約式は

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 + W(1-l) = W$$

であるが，これは

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = Wl$$

とも表される。Lagrange 乗数を λ として X_1，X_2，$1-l$ について効用最大化条件を考えると

$$\alpha' X_1^{\alpha'-1} X_2^{\gamma} (1-l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda P_1,$$
$$\gamma X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma-1} (1-l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda P_2,$$
$$(1-\alpha'-\gamma) X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma} (1-l)^{-\alpha-\gamma} = \lambda W$$

となるが，これらは

$$\alpha' X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma} (1-l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda P_1 X_1,$$
$$\gamma X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma} (1-l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda P_2 X_2,$$
$$(1-\alpha'-\gamma) X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma} (1-l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda W(1-l)$$

を意味する。予算制約によって

$$P_1 X_1 = \alpha' W,\ P_2 X_2 = \gamma W$$

および

$$W(1-l) = (1-\alpha'-\gamma) W \tag{16}$$

という関係が得られる。(16) より

$$l = \alpha' + \gamma$$

が求まり，労働供給 l は定数である。

$$\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha' + \gamma}$$

とおくと，

$$X_1 = \frac{\alpha}{P_1} Wl,\ X_2 = \frac{(1-\alpha)}{P_2} Wl$$

となり第 2.2 節で取り上げた効用関数が対数線形型のケースと同様の結果が得られる。

7　おわりに

本稿では各企業が収穫一定の技術を持つ完全競争下の 2 世代重複モデルを用いて，消費者の効用最大化，企業の利潤最大化に基づく分析から需要不足の状況での非自発的失業の存在を導いた。収穫一定あるいは収穫逓増を伴う独占的競争モデルを用いても同様の結論を導くことができると考えられる。また本稿における「生産要素が労働のみである」というのは限定的な仮定であるが，資本を含むより一般的な生産過程を想定しても同様の分析が可能であると思われる。今後の研究課題としたい。

参考文献

Lavoie, M. (2001) “Efficiency Wages in Kaleckian Models of Employment,” *Journal of Post Keynesian Economics*, Vol. 23, pp. 449–464.

McDonald, I. M. and R. M. Solow (1981) “Wage barganing and employment,” *American Economic Review*, Vol. 71, pp. 896–908.

Otaki, M. (2007) “The dynamically extended Keynesian cross and the welfare-improving fiscal policy,” *Economics Letters*, Vol. 96, pp. 23–29.

——— (2009) “A welfare economics foundation for the full-employment policy,” *Economics Letters*, Vol. 102, pp. 1–3.

——— (2010) *A pure theory of aggregate price determination*: DBJ Discussion Paper Series, No. 906.

——— (2012) *The Aggregation problem in employmnet theory*: DBJ Discussion Paper Series, No. 1105.

——— (2015) *Keynsian Economics and Price Theory: Re-orientation of a Theory of Monetary Economy*: Springer.

——— (2016) *Keynes’s general theory reconsidered in the context of the Japanese economy*: Springer.

Tanaka, Y. (2019a) “Indivisible labor supply and involuntary unemployment: Increasing returns to scale case,” *MPRA Paper 97378 (University Library of Munich, Germany)*.

——— (2019b) “Indivisible labor supply and involuntary unemployment: Monopolistic competition model,” *MPRA Paper 97377 (University Library of Munich, Germany)*.

——— (2019c) “Indivisible labor supply and involuntary unemployment: Perfect competition case,” *MPRA Paper 97832 (University Library of Munich, Germany)*.

大瀧雅之 (2011) 『貨幣雇用理論の基礎』，勁草書房.

時政勗・大槻智彦 (2014) 「実質賃金と名目賃金をめぐるケインズとニューケインジアンの議論」，『広島修道大学経済科学研究』，第 18 巻，第 1 号，203–225 頁.

田中淳平 (2014)「大瀧モデルの均衡解について」,『社会科学研究』, 第 66 巻, 第 2 号, 227–242 頁.
馬田哲次 (1997)「非自発的失業の存在について」,『山口経済学雑誌』, 第 45 巻, 第 6 号, 61–73 頁.