



Munich Personal RePEc Archive

Forecasting the age-specific fertility rates of the Algerian population up to 2050

FLICI, Farid

Research Center in Applied Economics for Development, CREAD

July 2016

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/99077/>

MPRA Paper No. 99077, posted 12 Mar 2020 18:26 UTC

Projection des taux de fécondité de la population algérienne à l'horizon 2050

Farid FLICI*

(*) Centre de Recherche en Economie Appliquée pour le Développement CREAD. BP. 197, Rue Djamel Eddine El-Afghani, Rostomia, Bouzareah, 16011 Alger, Algérie. Phone : +213 18 00 88, Fax : +213 23 18 00 87, Email : farid.flici@cread.dz

Abstract : Ce papier a pour objectif de projeter la structure par âge des taux de fécondité de la population algérienne à l'horizon 2050. Pour ce faire, nous proposons de procéder par une projection tendancielle à l'aide du modèle de Lee-Carter adapté pour la fécondité. L'historique de données qui vont servir comme base de projection est constituées par les chiffres publiés par l'Office National des Statistiques (ONS) durant la période allant de 1964 à 2014. Les données manquant dans la série sont estimées par un ajustement à l'aide d'une fonction S-logistique.

Mot-clés : Fécondité, projection, Lee-Carter, Algérie.

Introduction

La projection de la fécondité se fait en utilisant les mêmes outils techniques de projection de la structure par âge de la mortalité. Ici encore, la disponibilité d'un historique de données assez long et homogène est nécessaire pour l'implémentation de la méthode de Lee-Carter (Lee, 1993). Toutefois, quelques modifications et adaptations s'imposent afin de prendre en considération les spécificités de la fécondité. Premièrement, le phénomène de fécondité ; contrairement à la mortalité, ne concerne que les femmes à l'âge de procréation [15, 49]. La seconde différence concerne la forme de la courbe des taux de fécondité par âge qui prend souvent la forme d'une parabole avec une valeur modale généralement entre 25 et 35 ans. Contrairement à la forme de la courbe des taux de mortalité qui nécessite des modèles bien adaptés pour son ajustement (Heligman-Pollard par exemple), les courbes de fécondité peuvent simplement être ajustées à l'aide d'une fonction polynomiale. Le troisième point concerne la projection de la tendance de la fécondité qui ne peut pas se faire à l'aide des techniques de séries temporelles mais avec des techniques spécifiques basées sur l'avis de l'expert à propos de la tendance d'évolution à long terme. Dans ce qui suit, nous présentons les différentes estimations des taux de fécondité par âge qui ont été avancées par différentes sources pour la population algérienne durant la période 1962-2014, ainsi que la projection de la surface de fécondité de la population algérienne à l'horizon 2050 à l'aide du modèle de Lee (1993).

Données

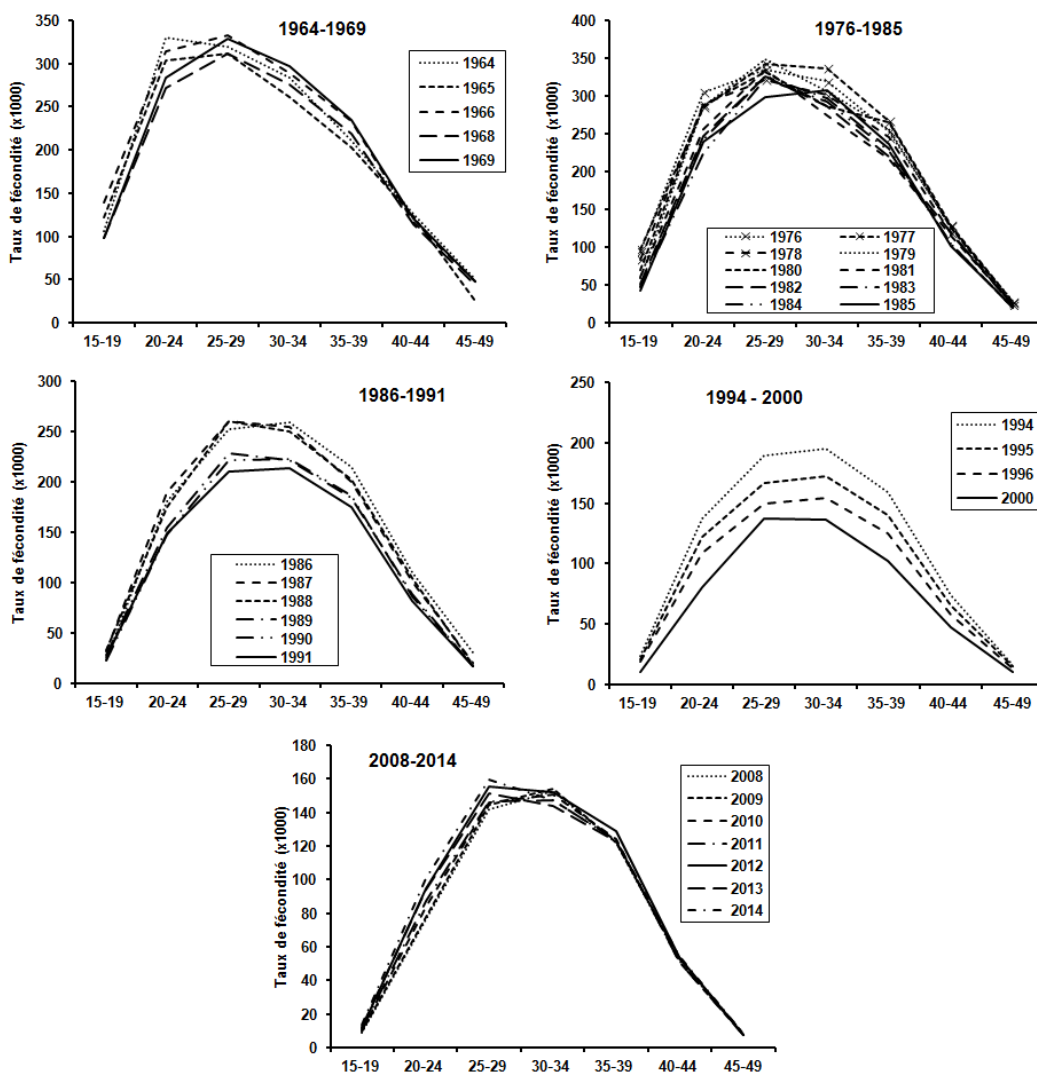
Même si l'enregistrement à l'état civil demeure la source principale des données de fécondité, comme tout autre indicateur démographique, d'autres sources peuvent être exploitées pour la même fin. Les données des Recensements de la population, les enquêtes spécifiques représentent une source incontournable de données.

Données de l'état civil

Après l'indépendance de l'Algérie 1962, les services de l'état civil ont repris leur fonctionnement à partir de 1963. Les premières estimations sur les phénomènes démographiques, la fécondité parmi autres, furent publiées en 1968 (SEP, 1968). Cela a concerné les statistiques reportées à l'état civil durant les années

1964 et 1965. De ce fait, les estimations des taux de fécondité par âges de la population algérienne, basées sur les données de l'état civil sont disponible à partir de 1964. Ces dernières sont reprises en Figure 1.

Figure 01 : Taux de Fécondité par groupes d'âge 1964-2014, Source : Etat Civil.



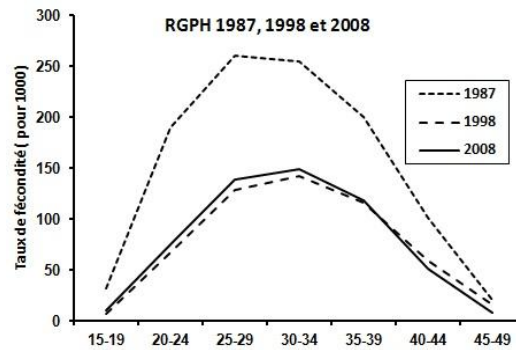
La publication des taux de fécondité reste marquée par certaines discontinuités dans le temps. Les périodes [1970, 1975], [1992, 1993] et [2000, 2007] sont toujours manquants de la série historique de l'évolution des taux de fécondité par âges basés sur les données de l'état civil.

Malgré cela, le cycle de transition de la fécondité en Algérie reste facilement déductible. Ce cycle a été marqué par un niveau relativement élevé durant la période [1964,1985] suivi d'une tendance baissière apparente entre 1986 et 2000 puis un retour à la stabilité relative à partir de la fin de la décennie 90.

Données des recensements

Malgré que la population algérienne a été objet de recensement en 5 reprises, les taux de fécondité par âges ont été estimée en 3 occasions seulement: 1987, 1998 et 2008. Les estimations sont reprises en Figure 2.

Figure 2 : Taux de fécondité par groupe d'âge à travers les Recensements de 1987, 1998 et 2008



A partir de la Figure 2, nous constatons les changements significatifs ayant survenus sur le schéma des taux de fécondité par ages de la population algérienne entre 1987 et 1998. Le premier changement concerne le passage d'un niveau de fécondité élevé à un niveau relativement plus bas entre les deux recensements. Le second changement consiste en un glissement de l'âge modal de fécondité de [25, 29] à [30, 34]. La comparaison des recensements de 1998 et 2008 ne révèle pas de différences importantes.

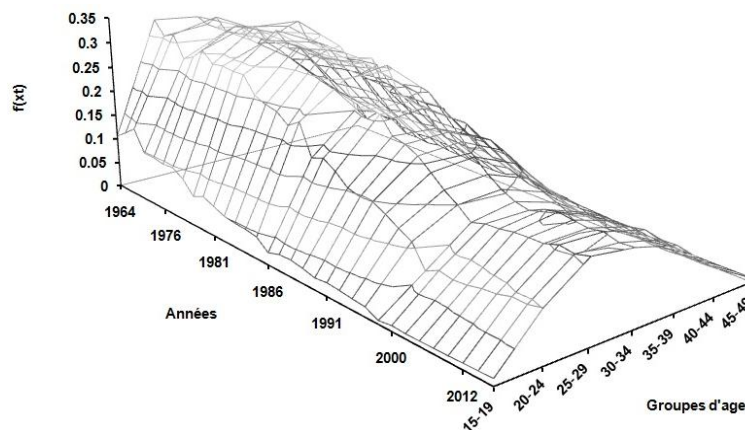
Données d'enquêtes spécifiques

Plusieurs enquêtes ont été menées sur la fécondité en Algérie de l'indépendance à nos jours. La première enquête sur la fécondité dans l'histoire de l'Algérie indépendante a été menée dans le cadre de l'Etude Nationale Statistique de la Population ; il s'agit de l'enquête fécondité 1969-70. L'enquête fécondité de 1989, l'enquête Papchild 1992, Papfam 2002 ainsi que les enquêtes MICS I, II, III et IV (1995, 2001, 2006 et 2012) ont permis l'estimation de la structure de fécondité par âge des femmes algériennes. Les enquêtes spécifiques représentent une source de données indispensable pour la correction des statistiques de l'état civil.

Surface de fécondité

Le regroupement des données de fécondité provenant des statistiques basées sur les données d'état civil a permis la constitution d'une surface représentant les taux de fécondité par groupes d'âge quinquennaux pour la population algérienne de 1964 à 2014 (Figure 3).

Figure 03: Surface brutes des taux de fécondité par groupes d'âge (1964-2014)



Cette surface reste toutefois incomplète du fait que pour quelques années aucune donnée n'a été publiée. Ceci est susceptible de rendre l'application des modèles de projection plus compliquée. A titre de rappel, l'implémentation du modèle de Lee and Carter (1992) et celui de Lee (1993) nécessite la disponibilité d'un historique d'observation continu. Lee et Tuljapurkar (1994) ont présenté une méthode d'extrapolation de la structure de mortalité dans le cas de données incomplètes.

L'Indice Conjoncturel de Fécondité (ICF) représente le nombre total d'enfants que pourrait avoir une femme durant son âge de fécondité dans les conditions du moment. L'ICF est calculé en divisant le nombre total de naissances vivantes sur la population féminine à l'âge de fécondité [15, 49]. Ceci revient à sommer les taux de fécondité par âges unitaires entre 15 et 49 ans (f_{xt}). On peut donc écrire :

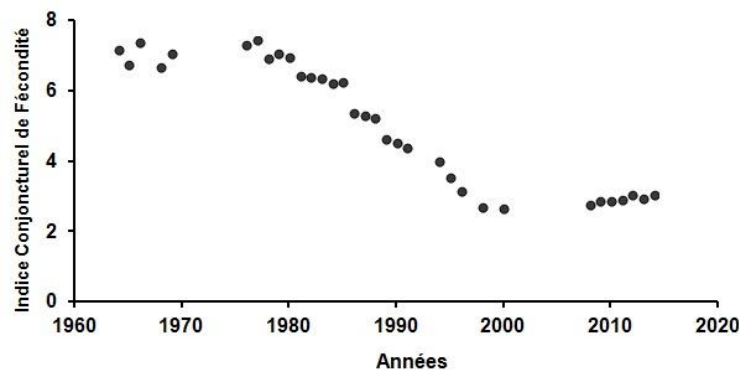
$$ICF_t = \sum_{x=15}^{49} f_{xt}$$

Lorsque l'ICF est calculé à la base d'une description par âges quinquennaux des taux de fécondité (${}_5F_{xt}$), le taux de fécondité se trouve multiplié par l'amplitude des intervalles d'âge et qui est de 5 ans. La formule précédente peut s'écrire sous la forme :

$$ICF_t = 5 * \sum_{x=15}^{49} {}_5F_{xt}$$

L'évolution de cet indicateur en Algérie entre 1964 à 2014 est donnée par la Figure 4.

Figure 4 : Evolution de l'Indice Conjoncturel de Fécondité en Algérie (1964-2014)



Interpolation des taux de fécondité par âges détaillés

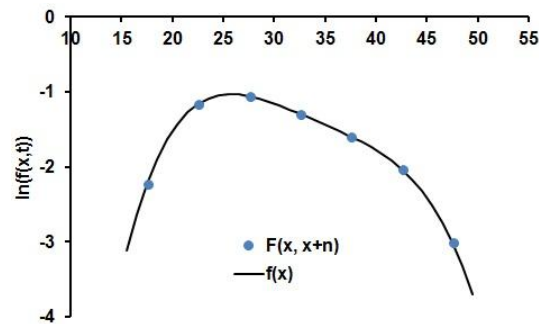
L'interpolation des taux de fécondité par âges détaillés f_x à partir d'une description par âges quinquennaux ${}_5F_x$ peut se faire en utilisant les méthodes conçues initialement pour l'ajustement des courbes de fécondité. Nous pouvons citer à titre d'exemple le modèle de Coale and Trussel (1974), le modèle de Xie and Pementel (1992) et le modèle de Gompertz adapté pour la fécondité. Pour plus de détails concernant les méthodes paramétriques d'ajustement des taux de fécondité, le lecteur peut consulter Liu *et al.* (2011).

L'avantage d'utilisation des taux par rapport aux quotients est qu'ils permettent d'exprimer des quantités observées sur des ampleurs d'âge différentes avec la même grandeur ; ils assurent ainsi la comparabilité sur des intervalles disproportionnés. De ce fait, les taux unitaires de fécondité correspondant à l'âge central de la classe d'âge quinquennal peuvent être simplement approximé par le taux de fécondité correspondant à ce groupe d'âge quinquennal. On peut donc écrire :

$${}_5F_x = f_{x+2.5}$$

Une première estimation pour les taux de fécondité par âges unitaires est ainsi obtenue pour les âges : 17, 22, 27, 32, 37, 42, et 47 ans. L'ajustement de ces points par un polynôme d'ordre 4 (Brass, 1960) permet d'en déduire les taux intermédiaires et aussi les taux des âges extrêmes : 15, 16, 48 et 49. La Figure 5 montre un exemple d'ajustement et d'interpolation des taux de fécondité par âges.

Figure 5 : Interpolation des taux de fécondité par un polynôme d'ordre 4



Le choix de l'ordre 4 est expliqué à la fois par la capacité de cette fonction à capturer la forme parabolique des courbes des taux de fécondité et sa qualité d'ajustement par rapport aux fonctions d'ordre inférieur et aussi par sa consistance par rapport aux fonctions d'ordre supérieure. Les fonctions polynomiales peuvent conduire à des valeurs plausibles aux âges extrêmes.

Le Modèle de Lee-Carter pour la fécondité

Le modèle de Lee-Carter s'applique aussi bien pour la fécondité que pour la mortalité avec quelques adaptations. Lee (1993) a adapté le modèle de Lee and Carter (1992) pour convenir les besoins de projection de la structure par âge de la fécondité. Ainsi, le taux de fécondité spécifiques à un âge x et une année t peut être décomposé en 3 composantes selon la formule suivante :

$$f_{xt} = a_x + b_x * f_t + \mu_{xt}$$

où :

- f_{xt} est le taux de fécondité à la date t spécifique à l'âge x ;
- a_x décrit le comportement moyen des f_{xt} au cours du temps ;
- f_t est un indice qui décrit l'évolution générale de la fécondité ;
- b_x indique la sensibilité de la fécondité à l'âge x par rapport à la variation temporelle de la fécondité.
- μ_{xt} terme d'erreur supposé suivre une loi Normale $(0, \delta_\epsilon)$;

L'estimation des paramètres a_x , b_x et f_t doit se faire tout en respectant les contraintes d'identification suivantes :

$$\sum_t f_t = 0; \quad \text{et} \quad \sum_x b_x = 1$$

Les paramètres b_x et f_t sont calculés par Décomposition en Valeurs Singulières.

Etant donné ces contraintes, le modèle de Lee-Carter peut conduit à la relation suivante :

$$\sum_{x=15}^{49} f_{xt} = \sum_{x=15}^{49} a_x + f_t \sum_{x=15}^{49} b_x + \sum_{x=15}^{49} \mu_{xt}$$

D'où :

$$F_t = A + f_t$$

F_t représente l'ICF de l'année t . A est l'ICF moyen de la période [1964, 2014]. La tendance temporelle de fécondité peut être simplement déduite par la formule $f_t = F_t - A$.

L'utilisation du LOG pour exprimer les taux de fécondité permet d'éviter d'obtenir des taux négatifs lorsque les surfaces des taux sont ajustées ou extrapolées (Gomez de Leon, 1990). L'introduction du LOG permet de pousser la borne inférieure des taux qui est 0 à $-\infty$. Ce problème est plus courant dans le cas de la mortalité que de la fécondité. Lorsqu'on ne risque pas d'avoir des taux négatifs, une modélisation basée sur les f_{xt} est suffisante (Lee, 1993 ; Lee and Tuljapurkar, 1994).

Une fois tous les paramètres estimés, seule la composante temporelle de fécondité sera extrapolée afin d'obtenir la surface de fécondité projetée. Contrairement à la mortalité, l'extrapolation de f_t ne peut pas se faire simplement et directement à l'aide des modèles de séries temporelles. Quelques adaptations sont requises. L'utilisation directe des modèles de séries temporelles conduit souvent à des extrapolations inadmissibles comparativement à l'avis d'expert (Lee and Tuljapurkar, 1994). Des taux de fécondité négatif ou extrêmement élevés peuvent être obtenus. Contrairement à la tendance de la mortalité qui est continuellement baissières dans les conditions ordinaires, les taux de fécondité sont plutôt relativement stables dans le temps en dehors des périodes de transition. L'idée de Lee (1993) était de réduire l'intervalle de fluctuation de la tendance temporelle de la fécondité en imposant un seuil (L), un plafond (U) et un niveau de fluctuation ultime (F^*). Ainsi, La série initiale subit une transformation logistique afin de réduire la variabilité de l'extrapolation. g_t est défini par :

$$g_t = \ln \left[\frac{f_t - L}{U - f_t} \right]$$

Le niveau ultime de fécondité doit être adapté à cette transformation. On met :

$$G^* = \ln \left[\frac{F^* - L}{U - F^*} \right]$$

C'est la différence $G_t = g_t - G^*$ qui est extrapolable dans le futur. Plusieurs Modèles de séries temporelles peuvent être utilisés pour les fins de cette extrapolation.

Projection des taux de fécondité

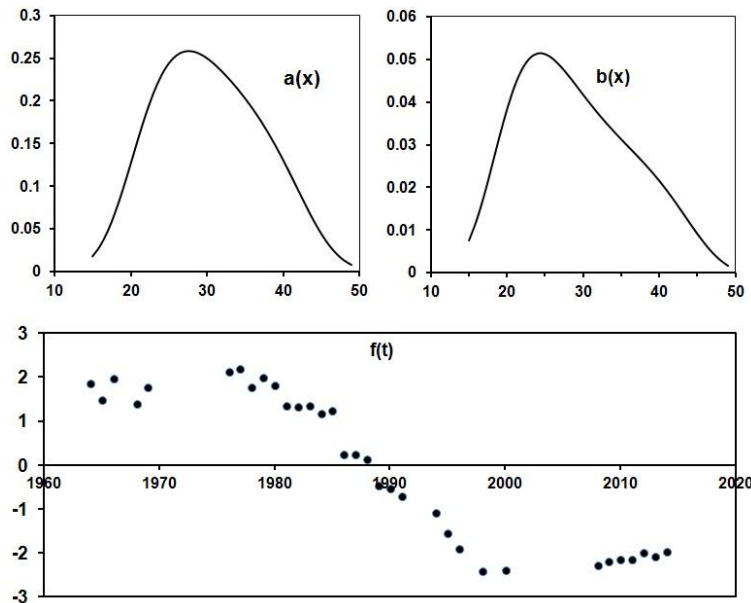
Estimation des paramètres du modèle de Lee-Carter

L'estimation des paramètres du modèle de Lee-Carter a été faite à l'aide d'Excel-Solveur. Premièrement, le paramètre a_x a été estimé par la moyenne des taux de fécondité à un âge x sur les années dont les données sont disponibles. Contrairement à la mortalité ou les deux autres paramètres du modèle LC doivent nécessairement être estimé par décomposition de la matrice résiduelle, la composante temporelle de la fécondité peut directement être estimée à partir de l'ICF: $f_t = F_t - A$. Le paramètre b_x est estimé de sorte à réduire la somme des écarts quadratiques entre les surfaces brute et ajustée.

D'après les résultats d'estimation des paramètres du modèle de fécondité (Figure 6), nous observons que le paramètre a_x prend une forme standard des courbes de fécondité avec les âges entre 25 et 30 ans comme les âges les plus féconds. La composante temporelle n'est que l'ICF centré par rapport à sa moyenne sur la période d'observation. Le paramètres b_x prend une forme similaire à celle de a_x . Il se

trouve que les âges les plus féconds soient ceux les plus sensibles aux variations tendanciennes de la fécondité. Les taux de fécondité aux âges extrêmes se trouvent généralement à des niveaux relativement très bas. Suivant un cycle de transition à la baisse, ces taux tendent à baisser vers la limite 0. Il est donc logique que les taux de variation des taux de fécondité aux catégories d'âge extrême soit réduit par rapport aux variations enregistrés aux classes intermédiaires.

Figure 6 : Estimation des paramètres du modèle de Lee-Carter pour la Fécondité



Dans certains cas, une modélisation directement basée sur les taux de fécondité non transformés par un LOG, peut conduire à taux ajustés ou extrapolés de signe négatif. Ce problème se trouve d'avantage accentué lorsqu'on travaille sur taux par âges détaillés. Les taux extrapolés aux âges extrêmes 15, 16, 48 et 49 sont très proches de zéro, la procédure d'ajustement et d'extrapolation dans le temps peut conduire à des valeurs négatives. Afin d'échapper à cet effet, nous avons imposé des contraintes (plafond) aux b_x des âges inférieurs à 19 et supérieur à 45 ans.

Transition et tendance a long terme de la fécondité

La modélisation du cycle de transition de la fécondité se fait via une fonction S-logistique. Ainsi, la tendance temporelle de la fécondité peut être exprimée comme suit :

$$\hat{f}_t = L + \frac{U - L}{1 + \exp(\theta * t + \Delta)}$$

Ou :

L et U : sont respectivement les bornes inférieure et supérieure de fluctuation de f_t dans le cycle de transition ;

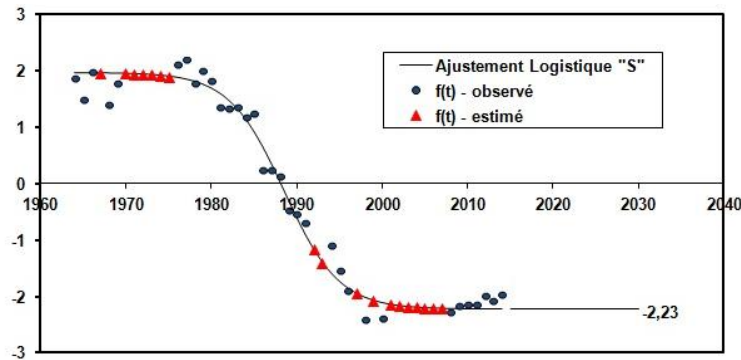
Δ et θ sont les paramètres de la courbe logistique linéarisée ;

Les bornes supérieure et inférieure doivent être définies suivant les observations max et min de f_t mais cela risque de contraindre la procédure d'ajustement. Ici, nous avons estimé les 4 paramètres par le même procédé en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO). La fonction logistique ainsi obtenue peut s'écrire sous la forme :

$$f_t = -2,23 + \frac{4,27}{1 + \exp(0,29 \cdot (t - 1963) - 7,23)} + \gamma_t, \delta \frac{2}{\gamma} = 0,052$$

Les résultats sont présentés en Figure 7.

Figure 7: Ajustement de $f(t)$ par une fonction S-logistique



Cet ajustement a permis l'estimation des f_t manquant dans la tendance temporelle et donc d'estimer les ICF correspondant ainsi que la structure des taux de fécondité par âge. De même le niveau ultime de f_t a été estimé ($F^* = -2,23$).

Extrapolation de la composante temporelle de fécondité

Après avoir complété la série f_t , et après avoir déterminé les paramètres de la transformation logistique de cette série, il est temps pour l'extrapolation à l'aide des modèle de série temporelles. Dans la présente partie, Nous avons opté pour un modèle Auto-regressif de premier ordre pour extrapoler $g_t - G^*$:

$$g_t - G^* = \Phi + \gamma(g_{t-1} - G^*) + \eta_t$$

Avec $\eta_t \sim N(0, \delta_\eta)$

Le Modèle estimé par MCO est donné par l'équation :

$$g_t - G^* = 0,01654 + 0,95356(g_{t-1} - G^*) + \eta_t$$

La composante temporelle f_t est déduite par la formule :

$$f_t = \frac{U * \exp(g_t) + L}{1 + \exp(g_t)}$$

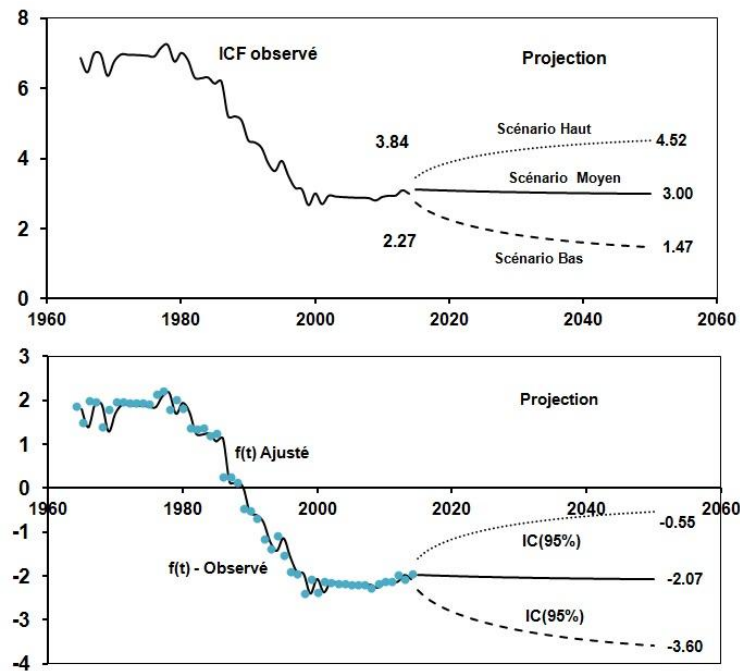
Pour une extrapolation à l'horizon h au delà de l'année t , l'intervalle de confiance (90%) ont été définis en supposant la normalité des erreurs par la formule :

$$f_{t+h} = \bar{f}_{t+h} + \xi_{t+h}$$

$$\xi_t = \sum_{i=1}^h \Phi^{h-i} * \eta_i$$

Les résultats de la projection de l'ICF sont présentés en Figure 8.

Figure 8: Projection de la composante temporelle de Fécondité et l'Indice Conjoncturel de Fécondité



Selon les résultats de la projection, l'ICF va se stabiliser autour de la valeur de 3,00 d'ici 2050. Les scénarios « Haut » et « Bas » donnent des niveaux respectifs de 4,52 et 1,47 pour 2050.

Projection de la surface de fécondité

L'extrapolation de la surface de fécondité à l'horizon de la projection se fait simplement par la combinaison des trois facteurs *a*, *b* et *f*, les deux premiers facteurs étant ceux qui ont été estimé dans la première étape, tandis que troisième consiste en la tendance résultant de l'extrapolation de la composante temporelle. La Figure 9 représente la surface de fécondité complétée, ajustée et extrapolée à l'horizon 2050.

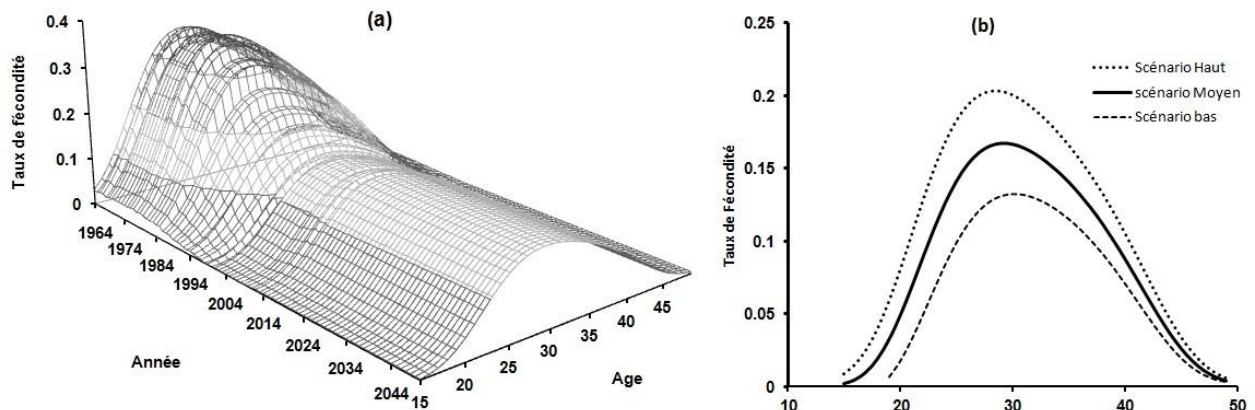


Figure 9: Résultats de projections de taux de fécondité, (a) Surface de Fécondité après ajustement et extrapolation, (b) Courbes des taux de fécondité par âges détaillés (2015-2050)

Conclusion

Selon les résultats de notre projection, l'Indice Conjoncturel de Fécondité va se stabiliser autour de 3 naissances par femme à l'horizon 2050. Ce résultat accentue l'évidence de la transition que connaît la population Algérienne en termes de fécondité. Pour rappel, l'ICF est passé d'un niveau avoisinant 7 durant les années 60 et 70, pour emprunter une tendance baissière à partir du début des années 80 pour atteindre au début des années 2000 un niveau de près de 3 enfants/femme globalement maintenu jusqu'à 2014.

La projection a été faite à l'aide de la méthode qui a été proposée par Roland Lee en 1993 (Lee, 1993). Cette méthode a été utilisée pour la première fois pour projeter les taux de mortalité (Lee and Carter, 1992) pour être adaptée par la suite pour convenir le contexte de la fécondité. S'agissant de la projection de la mortalité, une extrapolation de la composante temporelle du modèle de LC à l'aide des techniques de série temporelle permet facilement de reconstituer la surface de mortalité future. La projection de la fécondité requiert quelques adaptations du moment que l'utilisation directe des modèles de séries temporelles conduit à des résultats insatisfaisants, voir incohérents, du point de vue de « l'avis d'expert ». Il est nécessaire de définir une borne supérieure et inférieure ainsi qu'un niveau ultime d'évolution pour pouvoir orienter la projection.

L'utilisation de cette méthode a permis de définir l'allure à long terme de la structure des taux de fécondité par âges détaillés pour la population Algérienne à l'horizon 2050. Les intervalles de confiance à 90 % calculés à partir du même modèle ont permis de définir les scénarios « fort » et « faible » de l'évolution présumée de la fécondité en Algérie. Selon les résultats, l'ICF fluctuera entre 1,5 et 4,5 à l'horizon de la projection avec une probabilité de 90 %.

Nous rappelons que la qualité de la projection effectuée reste largement tributaire de la qualité et la disponibilité des données. L'estimation des données manquantes par une fonction S-logistique, même avec une qualité d'ajustement très satisfaisante, pose problème dans ce sens. Les données estimées ne peuvent en aucun cas remplacer les données réelles, mais juste une solution parmi autres.

Bibliographie

Brass, W. (1960). "The Graduation of Fertility Distributions by Polynomial Functions". *Population Studies*, 14 (2): 148-162.

Coale, A. J., and Trussel, T. J. (1974). "Model fertility schedules: variations in the age structure of childbearing in human populations". *Population Index*, 40(2):185-258.

Gomez de Leon, J. (1990). "Empirical EDA models to fit and project time series of age-specific mortality rate". Unpublished manuscript.

Lee, R. (1993). "Modeling and forecasting the time series of US fertility: Age distribution, ranges, and ultimate level". *International Journal of Forecasting*, 9: 187-202.

Lee, R. and Carter, L. (1992). "Modeling and Forecasting U. S. Mortality". *Journal of the American Statistical Association*, 87 (419): 659-671.

Lee, R., and S. Tuljapurkar. (1994). "Stochastic mortality forecast for the United States: beyond high, medium, and low." *Journal of the American statistical association*, 89(428): 1175-1189.

Liu, Y., P. Gerland, T. Spoorenberg, K. Vladimira, and K. Andreev. (2011). "Graduation methods to derive age-specific fertility rates from abridged data: a comparison of 10 methods using HFD data". Extended Abstract for the First Human Fertility Database Symposium. Rostok, Germany.

Secrétariat d'Etat au Plan [SEP]. (1968). "Analyse démographique, état civil, naissances 1964 et 1965, et quelques études annexes". Publication provisoire, Sous-direction des statistiques, Alger.

Xie, Y. and Pementel, E. E. (1992). "Age pattern of marital fertility: Revising the Coale-Trussell Method". *Journal of the American Statistical Association*, 87 (420) : 977 – 984.