



Munich Personal RePEc Archive

**The existence of unemployment - with a
three periods overlapping generations
model -**

Tanaka, Yasuhito

Faculty of Economics, Doshisha University, Kyoto Japan.

26 March 2020

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/99270/>
MPRA Paper No. 99270, posted 28 Mar 2020 09:23 UTC

非自発的失業の存在¹

– 3世代重複モデルも含めて –

田中 靖人

同志社大学経済学部

〒602-8580 京都市上京区今出川通烏丸東入ル

E-mail: yatanaka@mail.doshisha.ac.jp

概要

本稿では賃金率の硬直性を仮定せずに完全競争（または独占的競争）下の2世代重複モデルを用いて、消費者の効用最大化、企業の利潤最大化に基づく分析から需要不足の状況での非自発的失業の存在を導く。労働供給が非分割的である（労働供給の値が1か0のいずれか）ことも非自発的失業存在の根拠になり得るが、本稿では労働供給が分割的（労働供給が0以上1以下の値をとる変数である）であっても非自発的失業が存在し得ることを明らかにする。本稿のモデルにおいて非自発的失業の存在が導かれるのは消費と労働供給の選択について世代重複モデルを用いたことによるものと考えられる。通常の世代重複モデルでは名目賃金率の下落によって雇用が増える可能性があるが、働く前の幼年期を含めた3世代重複モデルを考えるとその可能性は小さくなる。

キーワード：非自発的失業，完全競争，独占的競争，分割的労働供給，世代重複モデル，3世代重複モデル

JEL Code: E12, E24.

1 はじめに

Otaki(2009)によれば非自発的失業の定義は以下の2点からなる。

1. 名目賃金率が名目留保賃金率（働くかどうかの分岐点となる賃金率）より高

¹ 本稿は最近のいくつかの研究のエッセンスをまとめ、新しい話を少し追加したものである。この研究は科研費18K01594の補助を受けている。

い。

2. 名目賃金率を引き下げても雇用量および経済厚生は改善しない。

馬田哲次(1997)は収穫逓増と企業行動に関するマークアップ原理の想定のもとで右上がりの労働需要曲線（労働需要が実質賃金率の増加関数になる）を導き、それに基づいて賃金率の硬直性の仮定なしに非自発的失業が存在し得るという結論を提示している²。しかし、その論文での企業行動に関するモデルはアドホック(ad hoc)なものである。本稿ではOtaki(2010), 大瀧雅之(2011), Otaki(2015)などを参照して、完全競争のもとでの世代重複モデルを用いて消費者の効用最大化と企業の利潤最大化を明示的に扱い、賃金率の硬直性を仮定することなく非自発的失業の存在を導きたい。最近行った他のいくつかの研究では完全競争または独占的競争のもとで労働供給の非分割性を仮定して非自発的失業の存在を論証している³。労働供給の非分割性とは各個人による労働供給が1か0のいずれかの値をとることを意味し、それに対して労働供給が分割的な場合は各個人による労働供給が $[0,1]$ の変数として扱われる。Otaki(2015) (Theorem 2.3)やOtaki(2012)が議論しているように労働供給が限りなく分割的であれば失業は存在し得ない。しかし、本稿では個人の労働供給が小さな値でなければ分割的であっても非自発的失業が存在し得ることを示す。先に上げた非自発的失業の定義に関する第1のポイントは本稿の枠組みにおいては次のように表現するべきであろう。

現行賃金率のもとにおいて各個人の労働供給は正である。

次節では消費者の選好をごく単純なコブ・ダグラス型のものとして2世代重複モデルにおける消費者の効用最大化を扱い、消費量の選択とともに労働供給の決定を分析対象とする。2つの世代を若年世代、老年世代と呼び、各世代にとっての第1期を若年期、第2期（退職後）を老年期と呼ぶことにする。第3節では、完全競争下の企業の利潤最大化行動を分析し、第4節において労働供給が分割的な場合の非自発的失業の存在を導く。主な議論は以下の通りである。

1. 与えられた名目賃金率のもとで財の総需要・総供給および総労働需要が政府支

² Lavoie(2001)も同様の分析を展開している。

³ Tanaka(2019b), Tanaka(2019a), Tanaka(2019c)。

出と老年世代の消費の名目値によって決定される ((7), (9)式, 命題3により)。

2. 財の価格と実質賃金率が企業の利潤最大化行動によって決定される (命題2)。

3. 各消費者の労働供給は実質賃金率によって決定される (命題1)。それによって雇用量が決まる。それが完全雇用水準より低ければ非自発的失業が存在する。政府支出あるいは老年世代の消費の実質値が増加しなければ非自発的失業を減らす仕組みはない。

人々がその所得のほとんどを若い時に使ってしまうならば乗数は極めて大きな値になる。そのとき政府支出がよほど小さくなければ常に完全雇用が実現するものと思われる。したがって本稿のモデルにおいて非自発的失業が存在するのは世代重複モデルを用いたことによるものと考えられる。

本稿のモデルでは非自発的失業が存在する状態で名目賃金率が下落し, それに伴って物価の下落が生じた場合, 老年世代 (退職した世代) の貯蓄による消費の実質値が増え雇用を増やす可能性があるが, より一般的に若年期に働く前の幼年期 (子供の時, あるいは教育を受ける期間) における消費 (または教育支出) を親世代 (一つ前の世代) からの借金と奨学金で賄い, それを若年期に働いて返済するというように考えると, 老年期の消費 (貯蓄から消費される) と幼年期の消費の大きさの関係によって名目賃金率の下落が雇用を増やす可能性も減らす可能性もあることがわかる。その問題は第5節で扱う。

付録では独占的競争モデルを扱う。

2 消費者行動

2.1 コブ・ダグラス型効用関数

Otaki(2010), 大瀧雅之(2011), Otaki(2015)などに基づいて完全競争のもとでの第1期, 第2期に渡る2世代重複モデルを考える。生産要素は労働のみであり, 財は1種類で競争的に生産されている。消費者は連続的な密度 $[0,1] \times [0,1]$ において各期に誕生し, 若い時 (第1期) に l 単位の労働を供給する。 $0 \leq l \leq 1$ である。

以下のような表記法を用いる。

X_i : 第 i 期における財の消費量 $i, i = 1, 2$ 。

P_i : 第 i 期における財の価格 $i, i = 1, 2$ 。

W : 名目賃金率。

Π : 消費者に均等に配分される企業利潤。

l : 各個人の労働供給。

L : 各企業の雇用, および総雇用。

L_f : 労働人口あるいは完全雇用状態における雇用。

y : 労働生産性。

労働生産性 y は一定であると仮定する。したがって規模に関して収穫一定の生産技術が用いられており企業の利潤はゼロである ($\Pi = 0$)。

ある世代の個人の2期間にわたる効用は以下のように表されるものとする。

$$U(X_1, X_2, l) = X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} - \Gamma(l).$$

$\Gamma(l)$ は労働の不効用を表す関数であり, $\Gamma(0) = 0$, $\Gamma'(l) > 0$, $\Gamma''(l) > 0$ と仮定する。

まず労働供給 l を決め, その上で各期の消費量を決める二段階の意思決定を考える。

雇用されている消費者の予算制約は

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = Wl.$$

と表される ($\Pi = 0$ を用いている)。 P_2 は第2期における財の価格の期待値である。

Lagrange関数は次のようになる。

$$\mathcal{L} = X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} - \Gamma(l) - \lambda(P_1 X_1 + P_2 X_2 - Wl).$$

λ はLagrange乗数である。消費に関する効用最大化の1階条件は

$$\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha} = \lambda P_1,$$

および

$$(1 - \alpha) X_1^\alpha X_2^{-\alpha} = \lambda P_2$$

であるが, これらは

$$\alpha X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} = \lambda P_1 X_1,$$

$$(1 - \alpha) X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} = \lambda P_2 X_2$$

を意味する。したがって

$$X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} = \lambda(P_1 X_1 + P_2 X_2) = \lambda Wl$$

が得られる。また

$$P_1 X_1 = \alpha Wl,$$

$$P_2 X_2 = (1 - \alpha) Wl$$

が成り立つから

$$X_1 = \frac{\alpha Wl}{P_1},$$

$$X_2 = \frac{(1-\alpha)Wl}{P_2}$$

となり，次の間接効用関数が得られる。

$$V = \frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} Wl}{P_1^\alpha P_2^{1-\alpha}} - \Gamma(l).$$

V を l について最大化する条件は

$$\frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} W}{P_1^\alpha P_2^{1-\alpha}} = \Gamma'(l) \quad (1)$$

である。 $\rho = \frac{P_2}{P_1}$ と置くと(1)より

$$\frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}}{\rho^{1-\alpha}} \omega = \Gamma'(l) \quad (2)$$

となる。 ω は実質賃金率である。 $\Gamma''(l) > 0$ であるから， ρ の値が与えられれば l は(2)から ω の増加関数として求められる。 ρ は期待インフレ率を表す（正確には $\rho - 1$ が期待インフレ率）。以上をまとめると次の命題が得られる。

命題 1 消費者の労働供給は実質賃金率の関数として決定される。

雇用されていない消費者の間接効用関数の値はゼロである。

2.2 対数線形型の効用関数について

田中淳平(2014)はOtaki(2007)などの大瀧雅之氏のモデルにおいて「対数線形型」の効用関数を考えると適切な解が存在しなくなると指摘したが，大瀧氏のモデルでは労働供給の非分割性の仮定のもとで名目賃金率が留保名目賃金率（働くことと働かないことが無差別となる名目賃金率）に等しくなる状況を考えているのに対して⁴，本稿ではそのような状況を考えおらず対数線形型の効用関数を仮定しても分析が可能である。

ある世代の個人の2期間にわたる効用が以下のように表されるものとする。

$$U(X_1, X_2, l) = \alpha \ln X_1 + (1 - \alpha) \ln X_2 - \Gamma(l).$$

$\Gamma(l)$ の意味，予算制約式は上と同じである。効用最大化の1階条件は

$$\alpha \frac{1}{X_1} = \lambda P_1, \quad (1 - \alpha) \frac{1}{X_2} = \lambda P_2$$

となり，これらから

⁴ 名目賃金率が留保名目賃金率に等しいときは消費者にとって雇用と非雇用が無差別になり非自発的失業は存在しない。

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = \frac{1}{\lambda} = Wl,$$

および

$$X_1 = \frac{\alpha Wl}{P_1}, \quad X_2 = \frac{(1-\alpha)Wl}{P_2}$$

が得られ、間接効用関数は以下のようになる。

$$\begin{aligned} V &= \alpha \ln \frac{\alpha Wl}{P_1} + (1-\alpha) \ln \frac{(1-\alpha)Wl}{P_2} - \Gamma(l) \\ &= \ln Wl + \ln \frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}}{P_1^\alpha P_2^{1-\alpha}} - \Gamma(l). \end{aligned}$$

V を l について最大化する条件

$$\frac{W}{wl} - \Gamma'(l) = \frac{1}{l} - \Gamma'(l) = 0$$

より l が求まるが、その値は一定である。

3 企業行動

若い世代の消費者による財の需要は

$$X_1 = \frac{\alpha Wl}{P_1}$$

であり、彼らの第2期（老年世代になったとき）の需要は

$$X_2 = \frac{(1-\alpha)Wl}{P_2}$$

に等しい。一方老年世代の需要は

$$\bar{X}_2 = \frac{(1-\alpha)\bar{W}\bar{l}}{P_1}$$

と表すことができる。 \bar{W} , \bar{l} はそれぞれ老年世代が若いとき（第1期）の名目賃金率、労働供給であり、 $(1-\alpha)\bar{W}\bar{l}$ は第1期から持ち越された老年世代の貯蓄に等しい。その貯蓄を M で表すとその世代の財に対する需要は

$$\frac{M}{P_1}$$

となる。政府支出も両世代の消費とともに国民所得を構成する。政府支出を G とすると財に対する需要の総計は

$$c = \frac{Y}{P_1}$$

に等しい。ここで Y は有効需要であって

$$Y = \alpha Wl + G + M$$

と表される（この需要関数についてはOtaki(2007), Otaki(2009), Otaki(2015)を参照されたい）。

x を企業の産出量とすると企業の利潤は

$$\pi = P_1 x - \frac{x}{y} W$$

と表せる。 P_1 は各企業にとって与えられたものであるから、完全競争のもとでの利潤最大化条件によって

$$P_1 = \frac{W}{y} \quad (3)$$

が得られる。この式は価格が限界費用に等しいことを意味する。

均衡においては $x = c$ である。実質賃金率は

$$\omega = \frac{W}{P_1} = y \quad (4)$$

となる。つまり実質賃金率は労働生産性に等しく一定である。

以上の議論をまとめると次の命題を得る。

命題 2 与えられた名目賃金率のもと、企業の利潤最大化の結果として価格が決まり、それによって実質賃金率が決定される。実質賃金率は労働生産性に等しい。

4 非自発的失業

(2)と(4)から

$$\frac{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}{\rho^{1-\alpha}} y = \Gamma'(l) \quad (5)$$

を得る。実質賃金率が y に等しく一定であるから ρ が与えられれば l は一定である。

財の総供給は

$$Wl + \Pi = P_1 Lly$$

に等しい。一方、総需要は

$$\alpha(Wl + \Pi) + G + M = \alpha P_1 Lly + G + M$$

と表されるが、これらは等しいので

$$P_1 Lly = \alpha P_1 Lly + G + M, \quad (6)$$

または

$$P_1 Ll = \frac{G+M}{(1-\alpha)y}, \quad \text{あるいは} \quad P_1 Lly = \frac{G+M}{1-\alpha} \quad (7)$$

が成り立つ⁵。 G , M の実質値 g , m で表すと

$$Lly = \frac{1}{1-\alpha}(g+m). \quad (8)$$

ここで

$$g = \frac{G}{P_1}, \quad m = \frac{M}{P_1}$$

である。

また、(4)および $W = P_1\omega$ によって(7)は

$$Ll = \frac{G+M}{(1-\alpha)W} = \frac{g+m}{(1-\alpha)\omega} \quad (9)$$

となる。これらの結果から次の命題を得る。

命題 3 "雇用 × 労働供給 (Ll)"の実質値は g , m によって決まるが、与えられた名目賃金率 W のもとで"雇用 × 労働供給 (Ll)"の名目値および実質値は G , M によって決定されるとも言える。

l は(5)によって決まっているので Ll の値が求まれば L の値は $L = \frac{Ll}{l}$ によって定まる。 L は L_f より大きくなることはないが、 L_f より厳密に小さいことはあり得る。そのとき非自発的失業が存在する。各個人の労働供給の値が小さければ失業は存在しないであろうが、各個人の労働供給があまり小さくない場合、 g , m が十分に大きな値でなければ非自発的失業が存在する可能性がある。

若年世代の消費者への一括税(lump-sum tax)を T として政府の予算制約を考えると

$$G = T$$

となる。そのとき総需要と総供給は

$$\alpha(WLl - G) + G + M = \alpha(P_1Lly - G) + G + M = P_1Lly \quad (10)$$

を満たすので

$$Ll = \frac{1}{(1-\alpha)y} [(1-\alpha)g + m] \quad (11)$$

が得られる⁶。

議論のまとめ

⁵ (7), (8)で $\frac{1}{1-\alpha}$ が乗数である。

⁶ この式はいわゆる均衡財政乗数(balanced budget multiplier)が1であることを意味している。

1. 命題3により、与えられた名目賃金率のもとで"雇用 × 労働供給 (Ll)"が G , M (「政府支出」と「老年世代の消費」の名目値) によって決定される (9) によって)。 Ll は財の総需要に等しい総供給であり、 Ll はその総供給を生産するのに要する労働需要である。

2. 命題2により、財の価格と実質賃金率が企業の利潤最大化行動によって決定される。

3. 命題1により、消費者の労働供給 l は実質賃金率によって決定される。

対数線形型の効用関数の場合には消費者の労働供給 l は一定で実質賃金率には依存しない。

4. 最後に雇用量 L は $L = \frac{Ll}{l}$ によって求められる。 $L < L_f$ ならば需要不足による非自発的失業が存在する。

政府支出と老年世代の消費の実質値 g , m が増加しなければ非自発的失業を減らす仕組みは存在しない。

方程式体系と未知数

(2), (4), (9) の3本の方程式体系を考えると未知数は ω , l , Ll である (または ω , l , L) が、(4) と (9) から ω と Ll を求めることができる。その ω の値によって (2) から l が得られる。パラメータは G , M および W である (y は定数)。 M は老年世代の若年期における労働供給と消費の選択によって決まっている。 Ll の解が $L_f l$ に等しいとは限らない。

財市場と労働市場

財の総需要と総供給は (6) が表すように等しくなるが、そうなるように価格 P_1 が決まるわけではない。価格は与えられた名目賃金率のもと企業の利潤最大化行動によって (3) を満たすように決められる。したがって (6) あるいはそれから導かれる (9) は、与えられた W のもとで G , M によって、あるいは g , m によって労働需要 Ll が決定されることを意味する。一方、各人の労働供給は (2) によって実質賃金率に依存する形で決められる。しかし、企業の利潤最大化行動の結果その実質賃金率は労働生産性

に等しい一定の値になる。それによって各消費者の労働供給も一定の値をとる。労働需要 L_l は雇用されている消費者による労働供給と均衡しているが、失業者を含めた労働供給 $L_f l$ と等しくさせるメカニズムはない。名目賃金率の下落は同率の価格低下を招き実質賃金率は変らない。

与えられた名目賃金率のもとで企業は利潤を最大化するように、雇用された消費者は効用を最大化するように消費と労働供給を決め、その労働供給は企業によって用いられている。失業している消費者も、その失業しているという状態を与えられたものとして最適な行動を選んでいると考えられるから、各経済主体が納得した行動を選んでいると言える。

定常状態

物価が一定となる定常状態においては $\rho = 1$ が成り立つ。 g, m が一定であれば雇用も一定である。一括税を T とし $G = T$ とは限らないとすると(10)は次のようになる。

$$\alpha(WLl - T) + G + M = \alpha(P_1Lly - T) + G + M = P_1Lly. \quad (12)$$

このとき若年世代の貯蓄は

$$(1 - \alpha)(P_1Lly - T) = G - T + M$$

を満たす。 $\rho = 1$ の定常状態では若年世代の貯蓄が M （老年世代の貯蓄，消費）に等しくなるので $G = T$ が成り立たないといけない。 L の値は G と M の初期値に依存する。それらを L^0, G^0, M^0 とすると

$$L^0 = \frac{M^0}{(1-\alpha)P_1ly} + \frac{G^0}{P_1ly} \quad (13)$$

を満たす。

物価一定の定常状態における貨幣の需要・供給について

貨幣の需要は若年世代の貯蓄と税の支払いからなり、貨幣の供給は老年世代の消費と政府支出からなる。物価一定の定常状態においては

$$\text{若年世代の貯蓄} = \text{老年世代の消費}$$

$$\text{税の支払い} = \text{政府支出}$$

が成り立つので貨幣の需要・供給は均衡している。また貨幣供給は一定である。

企業が名目賃金率を下げるインセンティブについて

企業に名目賃金率を引き下げるインセンティブがあるであろうか。ある一つの企業だけが名目賃金率を引き下げた場合

名目賃金率の変化

本稿のモデルでは名目賃金率はパラメータであり、それを決める仕組みは存在しない。政府支出と老年世代の消費の名目値 G 、 M が増えたとき、名目的な総需要と総供給も増える。名目賃金率が上昇すれば同率で価格も上昇する。もし、名目賃金率の上昇率が $G + M$ の増加率より小さければ、実質総需要と総供給、雇用が増える。 G 、 M の増加が名目賃金率（および価格）の上昇と雇用の増加にどの程度影響するかは企業と労働者（あるいは労働組合）の交渉によって決まるかもしれない⁷。

上で述べたように、企業、雇用されている消費者、失業している消費者、それぞれが決めた財の需要、供給、労働供給が実現している状態なので、非自発的失業が存在しても必ずしも名目賃金率を下げる力が働くとは考えられないが、その状況でもし名目賃金率が下落したとしても同率での物価の下落を招き、非自発的失業を減らすことにはならない（(3)より）。政府支出と老年世代の消費の名目的な値（ G および M ）が変わらなければそれらの実質値が増え雇用が改善される可能性があるかもしれないが、Otaki(2016)の Proposition 2.1 では以下のように述べられている。

Suppose that the nominal wage sags. Then, as far as its indirect effects on the aggregate demand are negligible, this only results in causing a proportionate reduction of the price level. In other words, the reduction of the nominal wage never rescues workers who are involuntarily unemployed.

これは本稿の分析にも当てはまる。名目賃金率が下がり続ける場合については後で検討する。

⁷ Otaki(2009)はMcDonald and Solow(1981)による効率的賃金交渉(efficient wage bargaining)の枠組みを用いて非自発的失業の存在を論証しているが、本稿の議論はそのような交渉には依存しない。

教科書的なマクロモデルとの関係

所得を Y ，消費関数を $C = \alpha Y$ （定数は省略），投資を I ，政府支出を G として教科書的なマクロモデルを考えると

$$Y = \alpha Y + I + G$$

から

$$Y = \frac{I+G}{1-\alpha}$$

となり，乗数 $\frac{1}{1-\alpha}$ が得られる。本稿のモデルには資本がないので投資はないが，その代わりに老年世代の消費がある。この式で（この式の変数を名目値だとして） I を M で， Y を $P_1 L l y$ で置き換えると(7)が得られる。

図解

図1に図解を示してある。 $\omega = y$ と書かれた直線は(4)を，(9)と書かれた直線は(9)を表している。その交点における Ll の値が均衡での労働需要を表す。それが完全雇用における労働供給 $L_f l$ を下回る可能性があることをこの図は示している。そのとき g ， m を増やす以外に Ll を増やす方法はない。

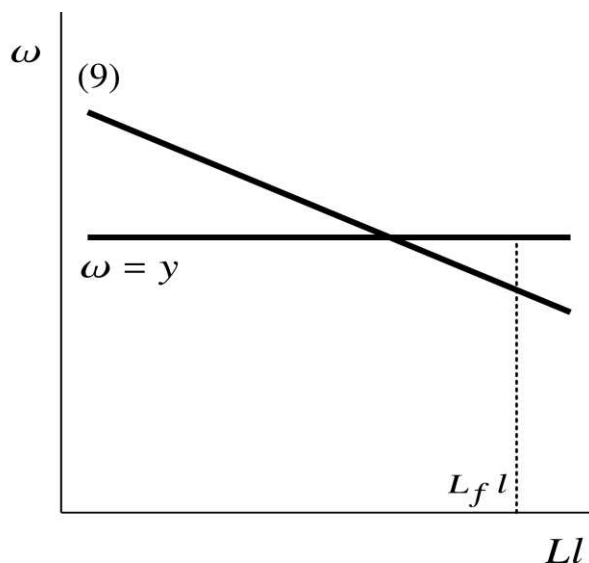


図1: 図解

完全雇用の場合

$L = L_f$ であれば完全雇用が実現される。そのとき(8)は

$$L_f l y = \frac{1}{1-\alpha}(g+m) \quad (14)$$

となる。 l は(5)から求まる。 $L_f l$ は一定であるから、(14)は方程式ではなく恒等式である(一方、(8)は恒等式ではなく方程式)。したがって本来(14)は以下のように表されるべきものである。

$$\frac{1}{1-\alpha}(g+m) \equiv L_f l y. \quad (15)$$

この式は完全雇用を達成するのに必要な $g+m$ の値を定義している。

(15)から

$$P_1 = \frac{1}{(1-\alpha)L_f l y}(G+M)$$

を得る。ここで

$$g = \frac{G}{P_1}, \quad m = \frac{M}{P_1}.$$

である。価格水準 P_1 は政府支出と老年世代の消費の名目額 G 、 M によって決定される。また名目賃金率は(4)により次の式のように決まる。

$$W = yP_1 = \frac{1}{(1-\alpha)L_f l}(G+M).$$

均衡財政の場合は(11)より

$$\frac{1}{1-\alpha}[(1-\alpha)g+m] = g + \frac{m}{1-\alpha} \equiv L_f l y$$

が完全雇用を実現する条件となる。

名目賃金率と物価が下がり続ける定常状態

政府支出の実質値 g が維持され⁸、名目賃金率と物価が一定率で下がり続ける場合はそれが消費者の期待に織り込まれ、 $\rho < 1$ の定常的な状態になるものと考えられる。そのとき雇用も一定になる。 $\rho = 1$ の場合と比べて特に各消費者の第2期(老年期)の需要が大きくなるであろうが完全雇用になるとは限らない。(12)を再度書くと。

$$\alpha(P_1 L l y - T) + G + M = P_1 L l y.$$

⁸ 政府支出の名目値 G が維持されたまま物価が下がると、その実質値 g が増えて雇用が増える可能性があるが、それは実質的には財政政策である。

若年世代の貯蓄は

$$(1 - \alpha)(P_1 L l y - T) = G - T + M$$

であるが、名目賃金率と物価が下がり続ける定常状態においてはこれが ρM に等しくなければならないので

$$G - T = (\rho - 1)M < 0$$

すなわち

$$T = G + (1 - \rho)M > G$$

が成り立たなければならず定常状態になるためには財政黒字が求められる。 L の値はやはり G と M の初期値に依存する。それらを L^1 , G^1 , M^1 とすると

$$T^1 = G^1 + (1 - \rho)M^1 > G^1$$

より

$$L^1 = \frac{\rho + (1 - \alpha)(1 - \rho)}{(1 - \alpha)P_1 l y} M^1 + \frac{G^1}{P_1 l y} = \frac{1 - \alpha(1 - \rho)}{(1 - \alpha)P_1 l y} M^1 + \frac{G^1}{P_1 l y} \quad (16)$$

を得る。 $\rho = 1$ の場合の(13)と(あるいは(16)で $\rho = 1$ と仮定した場合と)比較すると $G^1 = G^0$, $M^1 = M^0$ のとき $1 - \alpha(1 - \rho) < 1$ なので「名目賃金率と物価が下がり続ける定常状態」における雇用量の方が名目賃金率と物価が一定であるような定常状態における雇用量より小さい($L^1 < L^0$)ことがわかる。したがって定常状態で考えれば名目賃金率と物価が下がり続けることは非自発的失業を解消するのに役立たない⁹。

$\rho > 1$ の場合は名目賃金率と物価が上がり続ける定常状態になる。そのときは上のケースとは逆に財政赤字が求められ、雇用量は名目賃金率と物価が一定であるような定常状態における雇用量より大きい。

定常状態として完全雇用を実現し維持するためにはインフレーションと財政赤字を継続させるか政府支出または老年世代の消費の初期値(実質値)を増やさなければならない。

物価が下がり続ける定常状態における貨幣の需要・供給について

貨幣の需要は若年世代の貯蓄と税の支払いからなり、貨幣の供給は老年世代の消費と政府支出からなる。物価が下がり続ける定常状態においては

$$\text{若年世代の貯蓄} = \rho \times \text{老年世代の消費}$$

⁹ 名目賃金の伸縮性と完全雇用の関係については時政島・大槻智彦(2014)も参照されたい。

$$\text{税の支払い} = \text{政府支出} + (1 - \rho) \times \text{老年世代の消費}$$

が成り立つから

$$\text{若年世代の貯蓄} + \text{税の支払い} = \text{政府支出} + \text{老年世代の消費}$$

が満たされ、貨幣の需要・供給は均衡している。物価が上がり続ける場合も同様。その場合 $\rho > 1$ である。

$$\text{税の支払い} - \text{政府支出} = (1 - \rho) \times \text{老年世代の消費}$$

が貨幣供給の減少 ($\rho > 1$ なら増加) を表す。

物価が下がり続けるとともに雇用が一定率で増える場合

名目賃金率と物価が下がり続ける一方、雇用、政府支出の実質値、老年世代の消費が一定率 ($\phi > 1$) (増加率は $\phi - 1$) で増加する場合を考える。もちろん完全雇用に到達すればそれ以上は増えない。総供給、政府支出、老年世代の消費は $\rho\phi$ の率で変化するので、若年世代の貯蓄は次の式を満たさなければならない。

$$(1 - \alpha)(P_1 L_{1y} - T) = G - T + M = \rho\phi M.$$

そのとき

$$G - T = (\rho\phi - 1)M$$

が成り立つ。 $\rho\phi > 1$ ならば財政赤字が $\rho\phi < 1$ ならば財政黒字が求められる。名目総供給が増加する場合は財政赤字、減少する場合は財政黒字である。

$$\text{若年世代の貯蓄} = \rho\phi \text{老年世代の消費}$$

$$\text{税の支払い} = \text{政府支出} + (1 - \rho\phi) \text{老年世代の消費}$$

が成り立つので貨幣の需要・供給は等しい。また貨幣供給の変化 (増加) は

$$\text{政府支出} - \text{税の支払い} = (\rho\phi - 1) \text{老年世代の消費}$$

に等しい。

α が 1 に近い場合

α が大きくて 1 に近い場合、人々は将来へ備えた貯蓄をほとんどしないので M は非常に小さくなるが、一方乗数 $\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)$ は極めて大きな値になる。そのとき政府支出 G がよほど小さくなければ常に完全雇用が実現するものと考えられる。したがって本

稿のモデルにおいて非自発的失業が存在するのは世代重複モデルを用いたこと（あるいは第5節の静学モデルの場合には貯蓄から効用を得るとの想定をしたこと）によるものと考えられる。

5 3世代重複モデル

第1期の若年期に働き第2期には退職して貯蓄をもとに生活するという世代重複モデルに、働く前の幼年期（第0期とする）を加えて3世代のモデルを考えてみよう。幼年期には親の世代（そのときの若年期の世代）から借金をして生活し、それを次の期、すなわち若年期に返済する。親世代の貯蓄が不足する可能性もあるので奨学金を受けることもできるものとする。若年期には退職後に備えた貯蓄とともに奨学金を含めた債務の返済をしなければならない。ただし、効用を最大化するように計画を立てるのは若年期なので幼年期の消費（教育費と考えてもよい）は各自一定の値であるとする。効用関数を次のように仮定する。

$$X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} D^{\alpha_3} - \Gamma(l), \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1.$$

D は借金と奨学金を合わせた幼年期の消費である。失業すると返済できなくなるが一定の失業手当が出るものとする。一人あたりの失業手当を R 、そのための税を Θ とすると雇用されている人の予算制約式は

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = Wl - D - \Theta$$

であり、雇用されていない人の予算制約式は

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = R - D = 0$$

である。 $-D - \Theta$ は若年世代による自らの債務返済と失業者の債務返済のための税負担を表す。 Θ は

$$D(L_f - L) = L\Theta$$

を満たすから、

$$D + \Theta = \frac{L_f D}{L}$$

が成り立つ。 R は消費には当てられないものと仮定する（それはそれで別の政策になる）。右辺の値は雇用されている消費者にとっては定数である。1期、2期の消費の分析は同様であり

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

として

$$X_1 = \frac{\alpha(Wl - D - \Theta)L}{P_1},$$

$$X_2 = \frac{(1 - \alpha)(Wl - D - \Theta)L}{P_2}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{(1 - \alpha)(\bar{W}\bar{l} - \bar{D} - \bar{\Theta})\bar{L}}{P_1}$$

が得られる。 $\bar{\Theta}$ は一つ前の世代に対する失業手当に当てられる税負担、 \bar{D} はその世代の幼年期における消費である。老年世代の貯蓄 $((1 - \alpha)(\bar{W}\bar{l} - \bar{D} - \bar{\Theta})\bar{L})$ を M とすると有効需要は

$$Y = \alpha(Wl - D - \Theta)L + L_f D' + G + M$$

と表される。ここで D' は次の世代による幼年期の消費を表し定数である。2世代重複モデルとの違いはこの有効需要のみである。企業の利潤最大化から得られる条件

$$P_1 = \frac{W}{y}$$

は同じであり、上記の有効需要を用いて非自発的失業の分析も同様に行える。2世代重複モデルにおける有効需要

$$Y = \alpha W L l + G + M$$

と比較すると

$$L_f D' - \alpha(D + \Theta)L$$

だけ異なっている。(6), (7), (9)式はそれぞれ

$$P_1 L l y = \alpha P_1 L l y - \alpha(D + \Theta)L + L_f D' + G + M = \alpha P_1 L l y - \alpha L_f D + L_f D' + G + M,$$

$$P_1 L l y = \frac{L_f D' + G + M - \alpha L_f D}{1 - \alpha},$$

$$L l = \frac{1}{(1 - \alpha)y} (L_f d' + g + m - \alpha L_f d)$$

となる。ここで

$$g = \frac{G}{P_1}, \quad m = \frac{M}{P_1}, \quad d' = \frac{D'}{P_1}, \quad d = \frac{D}{P_1}$$

である。この式から得られる L が L_f より小さければ非自発的失業が発生する。

定常状態

政府支出（奨学金は含まない）を賄う税収を T とすると(12)に当たる式は

$$\alpha(P_1Lly - T - L_fD) + L_fD' + G + M = P_1Lly$$

と書ける。 $\rho = 1$ の定常状態では $D=D'$ であるから若年世代の貯蓄は

$$(1 - \alpha)(P_1Lly - T - L_fD) = G - T + L_fD' - L_fD + M = G - T + M$$

を満たす。定常状態では若年世代の貯蓄が M （老年世代の消費）に等しくなるので $G = T$ が成り立たなければならない。 L, G, M, D の初期値を L^0, G^0, M^0, D^0 とすると

$$L^0 = \frac{M^0}{(1 - \alpha)P_1ly} + \frac{G^0}{P_1ly} + \frac{L_fD^0}{P_1Lly}$$

が得られる。

定常状態における貨幣の需要・供給について

貨幣の需要は若年世代の貯蓄−若年世代の貸し付け、税の支払い、奨学金の返済、それ以外の債務の返済からなり、貨幣の供給は老年世代の消費、政府支出、奨学金の支給からなる。物価一定の定常状態では

$$\text{若年世代の貯蓄} = \text{老年世代の消費}$$

$$\text{奨学金以外の債務の返済} = \text{若年世代の貸し付け}$$

$$\text{奨学金の返済} = \text{奨学金の支給}$$

$$\text{税の支払い} = \text{政府支出}$$

が成り立つので、貨幣の需要と供給は等しい。なお、失業者の債務返済のための税は「税の支払い」ではなく、奨学金の返済とそれ以外の債務の返済に含まれる。

名目賃金率の下落について

名目賃金率が下がると財の価格も同率で下がるのは上のケースと同じである。特

段の政策や状況の変化がなければ名目賃金率の下落に対して政府支出および次の世代による幼年期の消費は実質値 (g と d') で維持されるものと考えられる。一方名目値で変わらないのは老年世代の消費 M と若年世代の幼年期における借金 D およびそれに対する税負担 Θ である。したがって

$$M - \alpha(D + \Theta)L = M - \alpha L_f D$$

が正であるか負であるかによって名目賃金率の下落とそれに伴う物価の下落が実質の消費を増やすか減らすかが決まる。定常状態においては

$$M = (1 - \alpha)(P_1 L l y - T - L_f D)$$

であるから、

$$M - \alpha L_f D = (1 - \alpha)(P_1 L l y - T) - L_f D$$

となる。これが正であるか負であるかは一概には言えない。人々が老年期へ向けて残す貯蓄が多いか、幼年期の消費が多いかによって異なるであろう。前者の場合は正に、後者の場合は負になるものと考えられる。また L と L_f の関係、すなわち完全雇用に近い状態 (L が大きい) かそうでない (L が小さい) かによっても異なる。やはり前者の場合は正に、後者の場合は負になるであろう。

以上によって必ずしも名目賃金率の下落が雇用を増やし完全雇用に近づけるとは言えない。

6 静学モデルを用いて

田中淳平(2014)に従って老年期の消費に代えて消費者が貯蓄から効用を得るような効用関数を用いた静学モデルによる分析を試みてみよう¹⁰。消費者の効用は以下のように表されるものとする。

$$U(X_1, m, l) = X_1^\alpha m^{1-\alpha} - \Gamma(l).$$

m は実質の貯蓄であり、雇用されている消費者の予算制約は

$$P_1 X_1 + P_1 m = Wl$$

である。 λ をLagrange乗数として効用最大化条件は

$$\alpha X_1^{\alpha-1} m^{1-\alpha} = (1 - \alpha) X_1^\alpha m^{-\alpha} = \lambda P_1$$

となるから

$$\alpha X_1^\alpha m^{1-\alpha} = \lambda P_1 X_1,$$

$$(1 - \alpha) X_1^\alpha m^{1-\alpha} = \lambda P_1 m$$

¹⁰ 田中淳平(2014)は独占的競争モデルを用いている。

が得られる。したがって

$$X_1 = \frac{\alpha W l}{P_1},$$

$$m = \frac{(1-\alpha)W l}{P_1}$$

が成り立ち、雇用されている消費者について次の間接効用関数を得る。

$$V = \frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} W l}{P_1} - \Gamma(l).$$

V を l について最大化する条件は

$$\frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} W}{P_1} - \Gamma'(l) = 0$$

となり

$$\frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} W}{P_1} = \alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} \omega = \Gamma'(l)$$

が得られる。この式は(2)において ρ を1とただだけのほぼ同一の式であるから第3節、第4節の企業行動、非自発的失業の分析も同様に進めることができる。違いは貯蓄が次の期の需要を生まないことだけである。したがって静学的なモデルでは名目賃金率の下落による物価の下落が老年世代の消費を増やすこともない（老年世代というものは存在しない）。

7 加法的でない効用関数を用いて

消費から得られる効用と労働の不効用が加法的ではないより一般的な効用関数で分析してみよう。ある世代の個人の2期間にわたる効用が以下のように表されると仮定する。ここでは消費と余暇を同時に決めるものとする。

$$U(X_1, X_2, l) = X_1^{\alpha'} X_2^\gamma (1-l)^{1-\alpha-\gamma}, \quad 0 < \alpha' < 1, \quad 0 < \gamma < 1, \quad 0 < \alpha' + \gamma < 1.$$

$1-l$ は余暇を表す。予算制約式は

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 + W(1-l) = W$$

であるが、これは

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = W l$$

とも表される。Lagrange乗数を λ として X_1 , X_2 , $1-l$ について効用最大化条件を考えると

$$\alpha' X_1^{\alpha'-1} X_2^\gamma (1-l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda P_1,$$

$$\gamma X_1^{\alpha'} X_2^{\gamma-1} (1-l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda P_2,$$

$$(1 - \alpha' - \gamma)X_1^{\alpha'}X_2^\gamma(1 - l)^{-\alpha-\gamma} = \lambda W$$

となるが、これらは

$$\alpha'X_1^{\alpha'}X_2^\gamma(1 - l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda P_1X_1,$$

$$\gamma X_1^{\alpha'}X_2^\gamma(1 - l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda P_2X_2,$$

$$(1 - \alpha' - \gamma)X_1^{\alpha'}X_2^\gamma(1 - l)^{1-\alpha-\gamma} = \lambda W(1 - l)$$

を意味する。予算制約によって

$$P_1X_1 = \alpha'W, P_2X_2 = \gamma W$$

および

$$W(1 - l) = (1 - \alpha' - \gamma)W \tag{17}$$

という関係が得られる。(17)より

$$l = \alpha' + \gamma$$

が求まり、労働供給 l は定数である。

$$\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha' + \gamma}$$

とおくと、

$$X_1 = \frac{\alpha}{P_1}Wl, X_2 = \frac{(1-\alpha)}{P_2}Wl$$

となり第2.2節で取り上げた効用関数が対数線形型のケースと同様の結果が得られる。

8 おわりに

本稿では各企業が収穫一定の技術を持つ完全競争下の2世代重複モデルを用いて、消費者の効用最大化、企業の利潤最大化に基づく分析から労働供給が分割的である場合の需要不足の状況での非自発的失業の存在を導いた。収穫一定あるいは収穫逓増を伴う独占的競争モデルを用いても同様の結論を導くことができる（以下の付録でそのケースの要点を解説している）。また本稿における「生産要素が労働のみである」というのは限定的な仮定であるが、資本を含むより一般的な生産過程を想定しても同様の分析が可能であると思われる。今後の研究課題としたい。

付録A：独占的競争モデル

A.1 消費者行動

独占的競争のもとでの第1期，第2期に渡る2世代重複モデルを考える。生産要素は労働のみであり，各企業が差別化された財を生産している。企業および財を z で表す。 z は $[0,1]$ の範囲に連続的に分布する。各財 z は企業 z によって独占的に生産されている。消費者は連続的な密度 $[0,1] \times [0,1]$ において各期に誕生し，若い時（第1期）に1単位の労働を供給する。以下のような表記法を用いる。

$c^i(z)$: 第1期，第2期における財 z の消費量， $i = 1, 2$ 。

$p^i(z)$: 第1期，第2期における財 z の価格， $i = 1, 2$ 。

$$X^i = \left\{ \int_0^1 c^i(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right\}^{\frac{1}{1-\frac{1}{\eta}}}, \quad i = 1, 2, \quad \eta > 1.$$

W : 名目賃金率。

Π : 消費者に均等に配分される企業利潤。

l : 各個人の労働供給。

L : 各企業の雇用，および総雇用。

L_f : 労働人口あるいは完全雇用状態における雇用。

y : 労働生産性。

労働生産性 y は一定であると仮定する。独占的競争の場合は利潤がゼロにはならない。 η は財の差別化の程度を表す。 η の値が小さいほど差別化されている。 $\eta \rightarrow +\infty$ の極限で財は同質的となる。

ある世代の個人の2期間にわたる効用は以下のように表されるものとする。

$$U(c_1(z), c_2(z), l) = X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} - \Gamma(l).$$

$\Gamma(l)$ は労働の不効用を表す関数である。

雇用されている消費者の予算制約は

$$\int_0^1 p^1(z)c^1(z)dz + \int_0^1 p^2(z)c^2(z)dz = Wl + \Pi$$

であり， $p^2(z)$ は第2期における財 z の価格の期待値である。Lagrange関数は次のようになる。

$$\mathcal{L} = X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} - \Gamma(l) - \lambda \left(\int_0^1 p^1(z)c^1(z)dz + \int_0^1 p^2(z)c^2(z)dz - Wl - \Pi \right).$$

λ はLagrange乗数である。効用最大化条件は

$$\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha} \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-\frac{1}{1-\eta}} c^1(z)^{-\frac{1}{\eta}} = \lambda p^1(z), \quad (18)$$

$$(1-\alpha) X_1^\alpha X_2^{-\alpha} \left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-\frac{1}{1-\eta}} c^2(z)^{-\frac{1}{\eta}} = \lambda p^2(z). \quad (19)$$

となるが、これらは

$$\alpha X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} = \lambda p^1(z) c^1(z), \quad (20)$$

$$(1-\alpha) X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} \left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} = \lambda p^2(z) c^2(z)$$

を意味するから

$$\alpha X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} \int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz = \alpha X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} = \lambda \int_0^1 p^1(z) c^1(z) dz,$$

$$\begin{aligned} (1-\alpha) X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} \left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} \int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz &= (1-\alpha) X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} \\ &= \lambda \int_0^1 p^2(z) c^2(z) dz \end{aligned}$$

が得られる。したがって

$$\frac{\int_0^1 p^2(z) c^2(z) dz}{\int_0^1 p^1(z) c^1(z) dz} = \frac{1-\alpha}{\alpha}$$

および

$$X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} = \lambda \left[\int_0^1 p^1(z) c^1(z) dz + \int_0^1 p^2(z) c^2(z) dz \right] = \lambda (Wl + \Pi) \quad (21)$$

を得る。

$$P^1 = \left(\int_0^1 p^1(z)^{1-\eta} dz \right)^{\frac{1}{1-\eta}}, \quad P^2 = \left(\int_0^1 p^2(z)^{1-\eta} dz \right)^{\frac{1}{1-\eta}}$$

とおく。(18), (19)より

$$[\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha}]^{1-\eta} \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} = \lambda^{1-\eta} p^1(z)^{1-\eta},$$

$$[(1-\alpha) X_1^\alpha X_2^{-\alpha}]^{1-\eta} \left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} = \lambda^{1-\eta} p^2(z)^{1-\eta}$$

が得られる。これらは

$$\begin{aligned}
[\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha}]^{1-\eta} \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} \int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz &= [\alpha X_1^{\alpha-1} X_2^{1-\alpha}]^{1-\eta} \\
&= \lambda^{1-\eta} \int_0^1 p^1(z)^{1-\eta} dz,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[(1-\alpha) X_1^\alpha X_2^{-\alpha}]^{1-\eta} \left[\int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} \int_0^1 c^2(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz &= [(1-\alpha) X_1^\alpha X_2^{-\alpha}]^{1-\eta} \\
&= \lambda^{1-\eta} \int_0^1 p^2(z)^{1-\eta} dz
\end{aligned}$$

を意味する。それぞれ $\frac{1}{1-\eta}$ 乗して

$$\alpha X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} = \lambda P^1 X^1,$$

$$(1-\alpha) X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} = \lambda P^2 X^2$$

を得, さらに

$$\frac{P^2 X^2}{P^1 X^1} = \frac{1-\alpha}{\alpha},$$

$$(X^1)^\alpha (X^2)^{1-\alpha} = \lambda (P^1 X^1 + P^2 X^2),$$

$$P^1 X^1 + P^2 X^2 = Wl + \Pi,$$

$$P^1 X^1 = \int_0^1 p^1(z) c^1(z) dz = \alpha (Wl + \Pi), \quad (22)$$

$$P^2 X^2 = \int_0^1 p^2(z) c^2(z) dz = (1-\alpha) (Wl + \Pi),$$

および

$$X^1 = \frac{\alpha(Wl+\Pi)}{P^1}, \quad X^2 = \frac{(1-\alpha)(Wl+\Pi)}{P^2}$$

などが得られ, 間接効用関数は次のように表される。

$$V = \frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} (Wl+\Pi)}{(P^1)^\alpha (P^2)^{1-\alpha}} - \Gamma(l).$$

雇用されていない消費者の間接効用関数は

$$V = \frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} \Pi}{(P^1)^\alpha (P^2)^{1-\alpha}}$$

である。以下労働供給の分析は同様であり $\rho = \frac{P^2}{P^1}$ として(2)が導かれる。

A.2 企業行動

(20)と(21)から

$$\alpha(Wl + \Pi) \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} c^1(z)^{-\frac{1}{\eta}} = p^1(z).$$

(22)より

$$(X^1)^{\frac{1}{\eta}-1} = \left[\int_0^1 c^1(z)^{1-\frac{1}{\eta}} dz \right]^{-1} = \left(\frac{\alpha(Wl+\Pi)}{P^1} \right)^{\frac{1}{\eta}-1}.$$

これらによって

$$\alpha(Wl + \Pi) \left(\frac{\alpha(Wl+\Pi)}{P^1} \right)^{\frac{1}{\eta}-1} c^1(z)^{-\frac{1}{\eta}} = p^1(z).$$

したがって

$$c^1(z)^{\frac{1}{\eta}} = \left(\frac{\alpha(Wl+\Pi)}{P^1} \right)^{\frac{1}{\eta}} P^1 (p^1(z))^{-1}$$

より

$$c^1(z) = \left(\frac{\alpha(Wl+\Pi)}{P^1} \right) \left(\frac{p^1(z)}{P^1} \right)^{-\eta}$$

を得る。これは若年世代による財 z の需要である。老年世代の貯蓄を M とすると彼らの需要は

$$\frac{M}{P^1} \left(\frac{p^1(z)}{P^1} \right)^{-\eta}$$

となり、政府支出を含めた有効需要を

$$Y = \alpha(WLl + \Pi) + G + M$$

として合計の需要は

$$c(z) = \frac{Y}{P^1} \left(\frac{p^1(z)}{P^1} \right)^{-\eta}$$

に等しい。この式を $p^1(z)$ で微分すると

$$\frac{\partial c(z)}{\partial p^1(z)} = -\eta \frac{Y}{P^1} \frac{p^1(z)^{-1-\eta}}{(P^1)^{-\eta}} = -\eta \frac{c(z)}{p^1(z)}$$

が得られる。

企業 z の利潤は

$$\pi(z) = p^1(z)c(z) - \frac{W}{y}c(z).$$

y は定数であり、また各企業にとって P^1 は与えられたものである。 $p^1(z)$ に関する利潤最大化条件

$$c(z) + \left(p^1(z) - \frac{W}{y} \right) \frac{\partial c(z)}{\partial p^1(z)} = 0$$

より

$$p^1(z) = \frac{W}{y} - \frac{1}{\frac{\partial c(z)}{\partial p^1(z)}} c(z) = \frac{W}{y} + \frac{1}{\eta} p^1(z)$$

となり

$$p^1(z) = \frac{W}{\left(1 - \frac{1}{\eta}\right)y}$$

が求まる。

モデルは対称的なのですべての $p^1(z)$ が等しく、また

$$P^1 = \left(\int_0^1 p^1(z)^{1-\eta} dz\right)^{\frac{1}{1-\eta}} = p^1(z)$$

であるから

$$P^1 = \frac{W}{\left(1 - \frac{1}{\eta}\right)y}$$

が成り立ち、実質賃金率は

$$\omega = \frac{W}{P^1} = \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)y$$

と求められる。完全競争の場合の(4)に変えてこの式を用いることによって、非自発的失業の分析も同様に進めることができる。

参考文献

- Lavoie, M. (2001) “Efficiency Wages in Kaleckian Models of Employment,” *Journal of Post Keynesian Economics*, Vol. 23, pp. 449–464.
- McDonald, I. M. and R. M. Solow (1981) “Wage bargaining and employment,” *American Economic Review*, Vol. 71, pp. 896–908.
- Otaki, M. (2007) “The dynamically extended Keynesian cross and the welfare-improving fiscal policy,” *Economics Letters*, Vol. 96, pp. 23–29.
- Otaki(2009) “A welfare economics foundation for the full-employment policy,” *Economics Letters*, Vol. 102, pp. 1–3.
- Otaki(2010) *A pure theory of aggregate price determination*: DBJ Discussion Paper Series, No. 906.
- Otaki(2012) *The Aggregation problem in employment theory*: DBJ Discussion Paper Series, No. 1105.
- Otaki(2015) *Keynsian Economics and Price Theory: Re-orientation of a Theory of Monetary Economy*: Springer.
- Otaki(2016) *Keynes’s general theory reconsidered in the context of the Japanese economy*: Springer.
- Tanaka(2019a) “Indivisible labor supply and involuntary unemployment: Increasing returns to scale case,” *MPRA Paper 97378 (University Library of Munich, Germany)*.
- Tanaka(2019b) “Indivisible labor supply and involuntary unemployment: Monopolistic competition model,” *MPRA Paper 97377 (University Library of Munich, Germany)*.

Tanaka(2019c) “Indivisible labor supply and involuntary unemployment: Perfect competition case,” *MPRA Paper 97832 (University Library of Munich, Germany)*.

大瀧雅之(2011)『貨幣雇用理論の基礎』，勁草書房.

時政勗・大槻智彦 (2014) 「実質賃金と名目賃金をめぐるケインズとニューケインジアンの議論」，『広島修道大学 経済科学研究』，第18巻，第1号，203–225頁.

田中淳平 (2014) 「大瀧モデルの均衡解について」，『社会科学研究』，第66巻，第2号，227–242頁.

馬田哲次 (1997) 「非自発的失業の存在について」，『山口経済学雑誌』，第45巻，第6号，61–73頁.