



Munich Personal RePEc Archive

Critique of the value-theoretical basis of the neo-Ricardian model

Quaas, Georg

Universität Leipzig

1998

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/123380/>
MPRA Paper No. 123380, posted 21 Jan 2025 14:27 UTC

Kritik der werttheoretischen Basis des neoricardianischen Modells

von Georg Quaas (Leipzig)

Diskussionsbeitrag zur Tagung „Nach der Wertdiskussion?“ der Forschungsgruppe Politische Ökonomie am Institut für Politikwissenschaft der Philipps-Universität Marburg am 27. und 28. Juni 1998

Einführung

Lassen Sie mich zunächst einige Erläuterungen zur Überschrift voranschicken. Wenn ich sehr global von *dem neoricardianischen Modell* spreche, so meine ich damit nicht den ganzen, inzwischen ziemlich angewachsenen mathematischen Apparat der Neoricardianer, sondern gewissermaßen nur dessen „Kern“, d.h. den *mathematischen Ansatz*, der der Bestimmung der Preise in Piero Sraffas Buch „Warenproduktion mittels Waren“ zugrunde liegt. Es geht mir dabei um die grundsätzliche Sichtweise auf den ökonomischen Reproduktionsprozeß einer warenproduzierenden Gesellschaft, um die spezifische Art und Weise, wie die Verwendung von Produktionsmitteln und die Arbeit durch diese Schule erfaßt und formalisiert werden.

Das o.g. Buch ist in der deutschen Ausgabe mit einigen Nachworten versehen worden, die Bertram Schefold verfaßt hat. Dabei erfährt Sraffas Text eine werttheoretische Interpretation, durch die das neoricardianische Modell als eine echte Weiterentwicklung der klassischen Werttheorie erscheint, insbesondere wird die Marxsche Werttheorie als ein Spezialfall deklariert, den das neoricardianische Modell auch mit abdeckt, aber mit größerer Genauigkeit. Demnach stünde das neoricardianische Modell zur Marxschen Werttheorie in demselben Verhältnis wie die Relativitätstheorie Einsteins zur Newtonschen Mechanik. Dieses Verhältnis kann bei den zuletzt genannten paradigmatischen Theorien so beschrieben werden: wenn die auftretenden Geschwindigkeiten klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind, gilt Newton - zumindest in erster Näherung. Analog dazu formuliert Schefold, „daß bei kleinen Profitraten der Preis einer Ware nur wenig vom Wert abweicht“ und daß insoweit der „Satz von Marx“ gelte, wobei Marx allerdings nicht wisse, daß sein Satz „nur in erster Näherung gilt.“¹

Genau diesen Anspruch möchte ich hier der Kritik unterwerfen, wobei mich dabei weniger interessiert, ob Sraffas Text von Schefold richtig interpretiert worden ist oder ob sein Modell zutreffend als „neoricardianisch“ charakterisiert

¹ Piero Sraffa, Warenproduktion mittels Waren. Nachworte von Bertram Schefold. Frankfurt a. M. 1976. S.223. Im folgenden zitiert als *WmW*.

werden kann; uninteressant ist für mich auch die Frage, welchen Standpunkt Schefold heute, nach 20 Jahren, zu dieser Frage einnimmt. Schefolds Nachwort spielt hier die Rolle eines Vehikels: es hat die Frage der werttheoretischen Interpretation des neoricardianischen Modells aufgeworfen und in einem bestimmten Sinne beantwortet. Und diese logische Möglichkeit existiert unabhängig davon, ob sich derjenige, der auf sie aufmerksam gemacht hat, heute noch damit identifizieren kann oder nicht.

Die Kritik der werttheoretischen Basis des neoricardianischen Modells enthält mehrere Schwerpunkte, auf die ich hier leider nur kurz eingehen kann. Bei einer solch' verkürzten Darstellung eines komplizierten Zusammenhanges ist eine Übersicht angemessen. Hier ist sie: Zunächst hole ich die beiden Preisgleichungen hervor, die sich im neoricardianischen Modell bei impliziter und bei expliziter Darstellung der Arbeit ergeben. Ich diskutiere hier zwar alternative Darstellungsmöglichkeiten, die aber nicht als die grundsätzliche Kritik des Modells verstanden werden sollen. Im Anschluß werde ich, bei aller gebotenen Kürze, den werttheoretischen Anspruch darstellen müssen, den ich kritisieren möchte. Als vierten Schwerpunkt werde ich versuchen, plausibel zu machen, wie der Kern einer mathematischen Formulierung der Werttheorie aussehen sollte. Auf dieser Grundlage soll dann in einem fünften Schwerpunkt gezeigt werden, welche Vereinfachungen man an der Werttheorie vornehmen muß, um die Sraffa-Schefold'schen Wertpreise zu erhalten. Damit wird sich dann die Sachlage weitgehend umgedreht haben: die letzteren werden zum Spezialfall der Werttheorie. – Die Gültigkeit der neoricardianischen Überlegungen, die sich allein auf die Preisgleichungen stützen, bleiben von dieser Kritik übrigens weitgehend unberührt. Letztere – so möchte ich nochmals betonen – betrifft die werttheoretische Interpretation des neoricardianischen Modells und nichts weiter. Schließlich sind einige zusammenfassende Bemerkungen über das Verhältnis von Wert und Preis zu machen. Insbesondere sollte dann an jener Stelle deutlich geworden sein, daß das neoricardianische Modell zwar etwas mit dem Transformationsproblem zu tun hat, wie es hier F. Quaas aufgrund ihrer historischen Analyse definiert hat, daß dieses Modell aber keinen Beitrag zu seiner Lösung geleistet hat.

Die Behandlung andere Schwerpunkte meiner Argumentation wären dringend geboten, müssen aber aus Zeitgründen wegfallen: der Nachweis der eindeutigen Existenz eines Wertevektors ist an anderer Stelle erfolgt; dringend müßten wir uns über die meßtheoretische Frage verständigen, warum man – um eine Analogie zu bilden – im Zeitalter der Quarzuhren nicht mehr mit Sonnenuhren mißt – die Gründe dafür sind kompliziert, aber für meine Zwecke wird es reichen, wenn Sie dies auch ohne Argumentation weitgehend akzeptieren. Dann dürften Sie nämlich auch bereit sein, auf die werttheoretische Interpretation des neoricardia-

nischen Modells zu verzichten. – Nach dieser dunklen Andeutung, die sich bald aufhellen wird, möchte ich mit Sraffas Preisgleichungen beginnen, genauer gesagt mit folgendem Thema:

Die Einbeziehung der Arbeit in die Preisgleichungen

Die Frage, wie die Arbeit in ein ökonomisch-mathematisches Modell einbezogen wird, ist unter werttheoretischem Aspekt besonders interessant. Dieser „Produktionsfaktor“ hat aus der Sicht aller Arbeitswertlehren eine Schlüsselrolle zu spielen, indem – jetzt muß ich sehr lax formulieren, um möglichst keinen Werttheoretiker auszuschließen – letztlich alle ökonomischen Werte irgendwie auf die Arbeit als zumindest entscheidenden Bestimmungsgrund erklärend zurückgeführt werden sollen. Bei Sraffa wird die Arbeit in zwei Varianten modellmäßig erfaßt: implizit und explizit. Rekapitulieren wir zuerst die implizite Erfassung der Arbeit!

Implizite Berücksichtigung der Arbeit

In den Paragraphen 1-7 wird der ökonomische Reproduktionsprozeß mittels einer einfachen Input-Output-Analyse dargestellt. Als Input gilt sowohl der Verbrauch von Produktionsmitteln - Arbeitsmittel und Arbeitsgegenstände - als auch der Verbrauch von Lebensmitteln durch die Arbeiter. Im § 8 heißt es: „Wir haben bislang unterstellt, daß die Löhne lediglich den Lebensunterhalt der Arbeiter decken und deshalb in gleicher Weise in das System eingehen wie der Kraftstoff für Maschinen oder das Futter für das Vieh.“ (28). Der polit-ökonomische Zusammenhang ist etwas komplizierter und kann in kategorialen Stichworten so dargestellt werden: *Arbeit* wird von *Arbeitern* geleistet, die für eine gewisse Zeit gegen *Lohn* tätig werden. Von diesem Lohn bestreiten sie ihren *Lebensunterhalt*: eine gewissen *Menge an unterschiedlichen Lebensmitteln*, angefangen vom Aal bis zum Zwirn. Diese Lebensmittelmengen sind es, die bei Sraffa zunächst als Indikatoren für die geleistete Arbeit dienen. Im mathematischen Modell erscheinen sie überdies noch zusammenaddiert mit den Verbrauchszahlen der anderen Güter, die als Rohstoffe, Werkzeuge, Maschinen etc. verwendet werden. – Dies allein könnte sehr gut mit einem kritischen Kommentar versehen werden, ich meine aber keinen philosophisch-moralisierenden nach dem Schema: was für ein Menschenbild!, sondern einen meßtheoretischen Kommentar. Darauf verzichte ich hier jedoch.

Sei X die Matrix für den produktionstechnisch bedingten Gesamtverbrauch an Lebens- und Produktionsmitteln – genauer: das Element x_{ij} der i -ten Zeile und j -ten Spalte der Input-Matrix X sei diejenige Menge an Gütern der Sorte j , die im

i -ten Zweig während der betrachteten Produktionsperiode von den dort tätigen Arbeitern entweder produktiv oder konsumtiv verbraucht werden. Unterstellt werden dabei Ein-Produkt-Zweige, d.h., jeder Zweig stellt genau eine bestimmte Güterart (Sorte) her. Dann können wir für den einheitlichen Prozeß der Produktion und Reproduktion folgende Reaktionsgleichung aufstellen:

$$X \rightarrow q \quad (1)$$

Dabei ist q der (Zeilen-) Vektor für das stoffliche Bruttoprodukt. Bei einfacher Reproduktion des Systems gilt:

$$eX = x = q \quad (2)$$

Dabei ist x der Vektor des absoluten Verbrauchs und e der Zeilensummenvektor. Die Matrix für den Verbrauch je produzierter Ware bezeichnen wir mit

$$\xi = Q^{-1}X \quad (3)$$

wobei $Q = \{q\}$ der zur Diagonalmatrix erhobene Bruttoprodukt-Vektor ist. (Die geschweiften Klammern stehen hier als Abkürzung für das Kronecker-Symbol innerhalb einer quadratischen Matrix.) ξ ist ebenso wie X eine nicht negative Matrix. Einfache Reproduktion kann dann auch mit Hilfe der Gleichung

$$q\xi = qQ^{-1}X = eX = x = q \quad (4)$$

erfaßt werden. Die beiden äußeren Seiten der letzten Gleichung zeigen, daß q ein (positiver) Eigenvektor zur Matrix ξ ist, der die maximale charakteristische Wurzel 1 hat. Daraus folgt, daß auch ein rechter Eigenvektor, Sraffa bezeichnet ihn mit p , existiert:

$$\xi p = \lambda p, \quad (5)$$

wobei in diesem Fall $\lambda = 1$ ist.

Vorausgesetzt ist bei Sraffa zunächst die Unzerlegbarkeit der Matrix ξ , was zwar keine besonders realistische Annahme ist, hier aber ebenfalls unkritisiert bleiben soll.

Gl. (5) ist einer ökonomischen Interpretation fähig: Wird der Vektor p vom Markt als Preis akzeptiert, regelt er die Verteilung der produzierten Waren so, daß auch in der folgenden Produktionsperiode einfache Reproduktion realisiert werden kann: Jeder Zweig i schlägt durch den Verkauf seiner Produkte in Höhe

des Gesamtpreises $(Qp)_i$, gerade seine Kosten $X_i p$ heraus. Dies sieht man nach der Multiplikation der Gleichung (5) mit Q :

$$Q\xi p = Xp = Qp \quad (6)$$

Wird dagegen ein Surplus

$$s = q - x \geq 0 \quad (7)$$

erzeugt, ist q kein Eigenvektor der Matrix ξ mehr:

$$q\xi = x \neq \lambda q \quad (8)$$

Das nennt Sraffa ein „widersprüchliches System“, was wohl heißen soll, daß sich die Struktur des Verbrauchs von der des Bruttoprodukts unterscheidet.²

Aufgrund der Sätze von Frobenius und Perron kann man nun zeigen, daß trotz der „Widersprüchlichkeit“ des Systems die Gleichung (5) mit einem nicht negativen Preisvektor eindeutig erfüllbar ist, wobei gemäß den von Sraffa getroffenen Annahmen $0 \leq \lambda \leq 1$ gilt. Setzt man

$$\lambda = \frac{1}{1+R} \quad , \quad (9)$$

so ist $R \geq 0$ und die Preisgleichung (5) schreibt sich wie folgt:

$$\xi p(1+R) = p \quad (10)$$

R kann man als Profitrate des modellierten ökonomischen Systems interpretieren. Der Preis setzt sich zusammen aus den Kosten des durch ξ dargestellten Verbrauchs an Produktions- und Lebensmitteln sowie einen für alle Zweige einheitlichen, anteilmäßigen ‚Zuschlag‘ auf diese Kosten, den Profit. Dieser kann gegebenenfalls auch Null sein.

Damit ist klar, wie in diesem Modell die Arbeit eingeht: als *unkennlich* gemachte Lebensmittel-Verbrauchszahlen der in den Industriezweigen beschäftigten „Arbeitnehmer“. – Um hier eine naheliegende Alternative anzudeuten: Es wäre ein Leichtes, den Lebensmittel-Input getrennt vom Produktionsmittel-Verbrauch darzustellen. Bei entsprechender Umdefinition der Verbrauchskenn-

² WmW, S.24.

ziffern läßt sich die Matrix X als Summe je einer Matrix für den Produktionsmittel- (Z) und einer für den Lebensmittelverbrauch (D) darstellen:

$$X = Z + D \quad (11)$$

Die Multiplikation dieser Gleichung mit Q^{-1} tritt hin und wieder auf. Wir definieren zunächst

$$\zeta = Q^{-1}Z \quad (12)$$

als den nach Zweigen (Zeilen) und Gütern (Spalten) differenzierten Verbrauch an Produktionsmittel je Bruttoprodukteinheit. Für den Lebensmittelverbrauch ist es sinnvoller, ihn auf die Arbeitskräfteeinheit zu beziehen. Sei $L = \{l\}$ der zur Diagonalmatrix erhobene Arbeitskräfte-Verteilungs-Vektor. Dann ist

$$\chi = L^{-1}D \quad (13)$$

der nach Zweigen (Zeilen) und Gütern (Spalten) differenzierte Verbrauch an Lebensmittel je Arbeitskrafteinheit. Die Diagonalmatrix H enthalte die für alle Arbeiter eines Zweiges einheitliche, aber zwischen den Zweigen variierende Arbeitszeit; dann erfaßt die Matrix

$$T = H L \quad (14)$$

die (zweigspezifischen) Gesamtarbeitszeiten.

Mit diesem kleinen Instrumentarium ergibt sich für

$$Q^{-1}D = Q^{-1}L\chi = Q^{-1}H^{-1}T\chi \quad (15)$$

und damit für die Aufspaltung von ξ in Summanden

$$\xi = \zeta + Q^{-1}H^{-1}T\chi \quad (16)$$

Für eine solche Aufspaltung der Matrix ξ sprechen zunächst nur polit-ökonomische Gründe: der Verbrauch der Lebensmittel findet außerhalb des (kapitalistischen) Produktionsprozesses statt, seine Kosten erscheinen vermittelt über den Lohn als Arbeitskosten und gehen deshalb in die Preisgleichung (5) bzw. (10) ein. *Formal* würde sich allerdings an diesen Gleichungen im Rahmen des neoricardianischen Modells nicht viel ändern: die Lösung bleibt dieselbe, auch wenn wir schreiben:

$$(\zeta + Q^{-1}H^{-1}T\chi) p(1+R) = p \quad (17)$$

An dieser Stelle ließe sich jedoch auf alternative Preisgleichungen aufmerksam machen. Neben der von *Helmedag* vorgeschlagenen Alternative wäre denkbar, nur das Kapital für die Produktionsmittel als „vorgeschossen“ und den Lohn als einfachen Kostenfaktor zu betrachten, der aus dem Erlös beglichen wird:

$$[\zeta(1+R) + Q^{-1}H^{-1}T\chi] p = p \quad (18)$$

Ich habe aber nicht vor, diese Gleichung hier zu diskutieren. Wichtig ist in meinem Zusammenhang nur eines, nämlich auf die formale Nützlichkeit (hier: die theoretische Fruchtbarkeit) jener Aufspaltung der Verbrauchsmatrix hinzuweisen. Hilfreich ist diese Aufspaltung auch, wenn man kurz und knapp darstellen will, welche Voraussetzung bei Sraffa die explizite Darstellung der Arbeit hat.

Explizite Darstellung der Arbeit

Im Paragraphen 8 von WmW begründet Sraffa, warum er den Lohn im folgenden Text als eine einzige Variable betrachten möchte. Der Lebensmittelverbrauch ist damit kein Bestandteil der Verbrauchsmatrix mehr, sondern erscheint als ein Teil des gesellschaftlich erzeugten Surplusprodukts. Formal bedeutet dies, daß $\chi = 0$ gesetzt wird und sich damit ξ auf ζ reduziert. Wird dies berücksichtigt, die Lohnrate \bar{w} und die Verteilung der Arbeiter \bar{l} auf die verschiedenen Zweige explizit ausgewiesen und anstelle der maximalen Profitrate R die variable Profitrate r eingeführt, mutiert die Preisgleichung zur folgenden Form:

$$(1+r)\zeta p + \bar{w}\bar{l} = p \quad (19)$$

Für Kenner der Normierungsproblematik: der Vektor \bar{l} beschreibt in meiner Notation die Anzahl der Arbeiter in den einzelnen Zweigen je produzierter Wareneinheit:

$$\bar{l} = Q^{-1}l^T. \quad (20)$$

Die ökonomische Bedeutung der Preisgleichung wird m.E. klarer, wenn man die ganze Gleichung von links mit q multipliziert und bedenkt, daß $q\zeta = z$ ist und sich die Gesamtzahl der Beschäftigten nach

$$\bar{L} = el^T \quad (21)$$

errechnet (man beachte, daß \bar{L} im Unterschied zu L ein Skalar ist!):

$$(1+r)zp + \bar{w}\bar{L} = qp \quad (22)$$

Man kann den Ausdruck qp sicher umgangssprachlich als ‚Wert‘ des Bruttoprodukts bezeichnen. *Peter Ruben* würde dies als die „gewöhnliche kaufmännische Auffassung des Werts“ bezeichnen.³ Ich setze in diesem Zusammenhang den Wertbegriff immer in Anführungszeichen, weil es sich um einen in *Preisen ausgedrückten Wert* handelt und nicht um den vom Preis begrifflich und symbolisch unterschiedenen Wert, den Ricardo und Marx meinen.

Im ‚Wert‘ des Bruttoprodukts erscheinen nach Gleichung (22) der ‚Wert‘ der Produktionsmittel plus Profitmasse plus Lohnmasse wieder. Dies ist sicherlich ökonomisch sinnvoll. Sinnlos wird das Modell jedoch für einfache Reproduktion, d.h. bei $q = z$: Gleichung (22) kann jetzt nur mit $r=0$ und $\bar{w} = 0$ erfüllt werden. Während Warenproduktion ohne Profit sicher denkbar ist, bleibt die Vorstellung einer Produktion ohne Konsumtion sicher ein unerfüllbares Ideal neoliberaler Wirtschaftspolitik. – Diese Kritik wieder nur am Rande. Entscheidend ist, daß die explizite Darstellung der Arbeit bei Sraffa lediglich in dem Vektor für die Verteilung der Arbeiter auf die verschiedenen Zweige erscheint, der dann mit der Lohnrate ‚bewertet‘ wird.

Der werttheoretische Anspruch des neoricardianischen Modells

Wie bereits bemerkt, greife ich hier stark auf Schefolds mathematische Darstellung zurück, die man im Anhang von *WmW* findet. Demnach ergibt sich die Identifizierung von Wertpreisen, d.h. Preisen, die den Werten proportional sind, aus der Lösung der Preisgleichung (19). In kommandierter Arbeit ausgedrückt und in eine unendliche Reihe entwickelt bestimmt sich der Preis durch

$$\hat{p} = \frac{p}{\bar{w}} = \bar{l} + (1+r)\zeta\bar{l} + (1+r)^2\zeta^2\bar{l} + \dots \quad (23)$$

Diese Reihe konvergiert für alle $r \leq R$. Originaltext Schefold: „Wir sehen sofort, daß jeder einzelne der Preise, ausgedrückt in kommandierter Arbeit, mit der Profitrate monoton steigt. Bei $r=0$ sind die Preise in kommandierter Arbeit gleich den Arbeitswerten nach der Formel“ (jetzt meine Notation:)

$$\hat{p}(0) = \bar{l} + \zeta\bar{l} + \zeta^2\bar{l} + \dots = (I - \zeta)^{-1}\bar{l} \quad (24)$$

³ Peter Ruben: Vom Problem der ökonomischen Messung und seiner möglichen Lösung. In: Friedrun Quaas / Georg Quaas: Elemente zur Kritik der Werttheorie. Frankfurt a. M. 1997. S.70.

(Weiter im Text:) „Daß $\hat{p}(0)$ die Arbeitswerte, d.h. die direkt und indirekt in jeder Ware verkörperten Arbeitsmengen darstellt, erkennt man einerseits an der Formel mit der unendlichen Summe, denn l ist der Vektor der direkten Arbeit, Al gibt an, wie die im letzten Jahr erbrachte direkte Arbeit auf dem Umweg über die Inputs in die Produktion der Waren heute eingeht, A^2l gibt an, wie die zwei Jahre zurückliegende Arbeit in die Produktion von heute auf dem Umweg über zweimalige Inputs eingeht usw.“⁴ (A entspricht unserer Matrix ζ , und l dem Vektor \bar{l} .)

Diese historische Interpretation der Arbeitsinputs ist jedoch fragwürdig, da aufgrund des Wechsels der Produktionsmethoden für verschiedene Jahre auch unterschiedliche Arbeitsinputs angenommen werden müssen, hier aber immer derselbe Vektor \bar{l} auftritt. Plausibler ist die folgende Argumentation: „Andererseits sieht man unmittelbar, daß die Arbeitswerte die Formel“ (in meiner Notation:)

$$\hat{p}(0) = \zeta \hat{p}(0) + \bar{l} \quad (25)$$

„erfüllen müssen, denn der Arbeitswert einer Ware ist gleich der in den Inputs verkörperten direkten und indirekten Arbeit, zuzüglich der jetzt direkt geleisteten Arbeit.“⁵

Demnach ist (25) eine Bedingungsgleichung, der ‚wert‘adäquate Preise genügen müssen: Der ‚Wert‘ setzt sich zusammen aus dem ‚Wert‘ der verbrauchten Produktionsmittel (Marx nennt ihn „konstantes Kapital“) plus dem direkten Arbeitsaufwand. Wenn diese Gleichung akzeptiert werden kann, dann gilt in der Tat, was Schefold behauptet: „Die Preise in kommandierter Arbeit sind also für $r=0$ den Werten gleich, sie steigen dann monoton an und divergieren gegen Unendlich, wenn r gegen die maximale Profitrate strebt.“⁶ Hier haben wir – wie es scheint – die Verwandlung der ‚Werte‘ (genauer gesagt: der ‚wert‘adäquaten Preise) in die Produktionspreise vor uns, also eine Lösung des Transformationsproblems. Und genau dafür wird Sraffas Modell von Schefold dann auch gelobt.⁷ Die ‚Werte‘ erscheinen als ein Spezialfall der Produktionspreise, der bei verschwindender Profitrate eintritt. Nach Konstruktion einer Standardware – einer Kombination von Waren aller Zweige, deren Preis nicht von einer Variation der Profitrate abhängt – haben wir dann außerdem ein unveränderliches Wertmaß zur Verfügung, das uns das systematische Studium der mit wachsen-

⁴ WmW, S.221.

⁵ WmW, S.221.

⁶ WmW, S.221.

⁷ Vgl. WmW, S.201.

der Profitrate von den ‚Werten‘ abweichenden Einzelpreise erlaubt: „Die Preise, ausgedrückt in der Standardware, sind für $r=0$ gleich den Arbeitswerten.“⁸ Weiterhin folgt, daß Marx Theorie nur in erster Näherung gilt – so wie die Newtonsche Mechanik aus der Sicht der Speziellen Relativitätstheorie Einsteins eine erste Näherung darstellt:⁹ „Es folgt daraus, daß bei kleinen Profitraten der Preis einer Ware nur wenig vom Wert abweicht, wenn das in Arbeitswerten ausgedrückte Verhältnis von Kapital und Arbeit in dieser Industrie dem Durchschnitt der Gesamtwirtschaft entspricht. Man könnte dieses Resultat, das wir nebenher gewinnen, den ‚Satz von Marx‘ nennen, da er sich häufig auf diesen Zusammenhang stützt, freilich ohne zu wissen, daß er nur in erster Näherung gilt.“¹⁰

Eine mathematische Modellierung der Werttheorie

Sicherlich gibt es in der Literatur unterschiedliche mathematische Ansätze zur Modellierung der Werttheorie in der reifsten Form, wie wir sie überliefert bekommen haben. Es ist eine Aufgabe für sich, die einzelnen werttheoretischen Vorstellungen, Begriffe und Sätze beispielsweise aus Marx’ Kapital anhand einer Textexegese herauszufiltern und dann mathematisch darzustellen. Ich will und brauche Sie damit nicht zu langweilen, weil ich dies in mehreren Arbeiten Anfang bis Mitte der 80er Jahre in der DDR getan habe.¹¹ Trotz der Mühe, die ich für die „marxistische Legitimation“ des mathematischen Modells aufgewendet habe, galt ich doch als jemand, der mit der Mathematik „Marx kaputt macht“. Und vom dogmatischen Standpunkt aus gesehen ist daran etwas Wahres dran. Die Crux ist nämlich, daß jeder mathematische Ansatz im Sinne der analytischen Wissenschaftstheorie eine Hypothese darstellt. So kann man billigerweise nur fordern, daß alle relevanten Sätze, die Marx aufgestellt hat, aus dem mathematischen Modell folgen müssen. Aber es gilt nie die Umkehrung dieser Forderung: Das heißt, es sind im Prinzip unendlich viele mathematische Modellierungen denkbar – die alle nicht mit Marx’ überwiegend verbale Aussagen identisch sind.

⁸ WmW, S.225.

⁹ Vgl. Albert Einstein, Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Berlin 1969, S.30.

¹⁰ WmW, S.223.

¹¹ Vgl. Georg Quaas, Mathematische und dialektische Aspekte der ökonomischen Kategorie des Gebrauchswerts. In: Beiträge zum marxistisch-leninistischen Grundlagenstudium. 1983. Heft 1. S. 108 ff. Sowie: Eine mathematische Darstellung der marxistischen Werttheorie. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der Karl-Marx-Universität Leipzig. Gesellschafts- u. sprachwissenschaftliche Reihe. 1984. Heft 2. S. 228-241. Sowie: Zum Verhältnis von Wert und Preis aus mathematischer Sicht. In: Wirtschaftswissenschaft. 1984. Heft 11. S. 1649 ff. Sowie: Die quantitativen Verhältnisse bei Wertbildung und Wertübertragung im Produktionsprozeß von Waren. In: Wirtschaftswissenschaft. 1985. Heft 10. S. 1498 ff. Sowie: Wert und Gebrauchswert als Strukturen im ökonomischen Reproduktionsprozeß einer warenproduzierenden Gesellschaft. In: Wiss. Zeitschrift der Karl-Marx-Univ. Leipzig. Ges.-wiss. R. 1987. Heft 4. S. 391 ff.

Wenn das aber so ist, dann müssen noch andere Prinzipien der Modellierung herangezogen werden, wie zum Beispiel die größtmögliche *Einfachheit* oder die *logische Konsistenz*. Schön ist es auch, wenn man aus dem Modell heraus Erklärungen für werttheoretische Annahmen machen kann, die bei unseren großen Vorgängern noch ganz isoliert und unbegründet dastanden, wie zum Beispiel die Vorstellung vom Konkurrenzmechanismus oder die von Marx unterstellte Einheitlichkeit der Ausbeutungsrate.

Das Modell, daß ich Ihnen hier vorstellen möchte, erfüllt diese Kriterien. Ich möchte es benutzen, um jene werttheoretische Basis des neoricardianischen Modells zu „hinterfragen“. Lassen Sie mich dazu mit einigen groben Strichen das verwendete mathematische Modell für die Arbeitswertlehre in einigen Kernpunkten plausibel machen - die Überprüfung und Kritik sollte dann am Text erfolgen.

Die Kernaussage jeder Arbeitswerttheorie besteht darin, einen Zusammenhang zwischen der Verausgabung von Arbeit – gemessen anhand der Arbeitszeit – und dem Wert der Produkte dieser Arbeit herzustellen. Das Grundprinzip läßt sich kurz und knapp, und darum auch etwas vereinfachend, mit dem Satz: „Arbeit ist die Quelle allen Werts“ ausdrücken. Die Vereinfachung besteht u.a. darin, daß die bei der Wertschöpfung mitwirkenden Faktoren wie Kapital und Boden zunächst einmal ganz ausgeschlossen werden, um dann an späterer Stelle der theoretischen Darstellung ihren Platz zugewiesen zu bekommen. Weitere Vereinfachungen bestehen in der vorläufigen Abstraktion vom Problem der (empirischen) Messung der Arbeitsmenge als auch des Werts.

Die o. g. Kernaussage läßt sich hypothetisch in eine sehr einfache mathematische Beziehung bringen, die eine lineare Abhängigkeit des Wertprodukts von der Arbeitszeit behauptet:

$$W(a) \propto t(A), \text{ wobei } a = a(A) \quad (26)$$

ist. Verbal ausgedrückt: Je länger an einem Gut a gearbeitet werden muß, um so größer ist der in ihm vergegenständlichte Wert, und zwar ganz und gar unabhängig von der gesellschaftlichen Nachfrage. – Ähnliches gilt in der klassischen Theorie des Preises, die aber ein unerschöpfliches Arbeitskräftereservoir unterstellt, was hier nicht der Fall ist.

Nun hat bereits Marx bemerkt, daß diese naive Auffassung der Werttheorie zu dem Paradox führt, daß eine Ware um so wertvoller wird, je fauler der Arbeiter

ist.¹² Er löst dieses Problem durch Einführung des Begriffs der gesellschaftlich notwendigen Arbeitszeit, mit der ein Gut bei gegebenem technischen Niveau und gegebenem Geschick und Fleiß der Arbeit hergestellt wird. Christof Helberger hätte mit seiner Kritik an der Konfundierung von normativen und deskriptiven Aussagen in der marxistischen Theorie partiell recht,¹³ wenn wir die Lösung des Problems in dieser Marxschen Vagheit belassen müßten. Ich habe die verbal durchaus vorhandene normative Komponente durch eine einfache mathematische Hypothese eliminiert. Diese Hypothese besteht darin, daß die „gesellschaftlich notwendige Arbeitszeit“ bei Marx nichts anderes als die zur Produktion einer Ware in einem Industriezweig durchschnittlich aufgewandte Arbeitszeit bedeutet. Dies unterstellt bereits Konkurrenz zwischen den verschiedenen Produzenten eines Zweiges - eine typisch Marxsche Voraussetzung, die man aber auch im Nachhinein begründen und rechtfertigen kann.¹⁴

M.a.W., das Faulheitsproblem tritt auf der Ebene der zweiglichen Input-Output-Analyse nicht auf. (Durchschnitte werden - aufs Ganze bezogen - zu Summen.) Auf dieser Ebene haben wir es nicht nur mit einer einzelnen Ware zu tun, sondern mit der Gesamtheit des Warenangebots. Analog und in Unterscheidung zum Preisvektor fasse ich die Gesamtheit der entsprechenden Warenwerte zu Wertevektor w zusammen. (Nicht zu verwechseln mit der Lohnrate \bar{w} !) Die ökonomischen Werte im Sinne der objektiven Wertlehre, die der Bruttoproduktvektor q repräsentiert, ergeben sich dann als Resultat einer Bewertung mit w :

$$w(q) = Qw \quad (27)$$

Eine analoge Bewertung läßt sich mit den oben definierten Verbrauchsmatrizen durchführen. Multipliziert man die Matrix des Produktionsmittelverbrauchs Z von rechts mit w , so erhält man erneut einen Vektor, der mit c bezeichnet werden soll:

$$c = Zw. \quad (28)$$

Die Bewertung des Lebensmittelverbrauchsmatrix D ergebe den Vektor v :

$$v = Dw \quad (29)$$

Kommen wir nun zur ökonomischen Interpretation dieser beiden Vektoren. Gleichung (28) definiert die in Werten ausgedrückten Kosten des Produktionsmittelverbrauchs in den einzelnen Zweigen. Diese Werte werden – zumindest

¹² Karl Marx, Das Kapital, Bd.1, MEW 23, S.53.

¹³ Vgl. Christof Helberger, Marxismus als Methode. Frankfurt a. M. 1974, S.106 ff.

¹⁴ Vgl. Georg Quaas, Eine mathematische Darstellung der marxistischen Werttheorie. A.a.O., S.336 ff.

nach der Marxschen Metaphysik – auf das Produkt übertragen, sind also ein Bestandteil des Wertvektors für das Bruttoprodukt. Marx bezeichnete die einzelnen Komponenten des Vektors c – weil sie sich bei der Wertübertragung nicht ändern – als *konstantes Kapital*.

In Bezug auf Gleichung (29) besteht die spezifisch Marxsche Vorstellung darin, daß der Wert der verbrauchten Lebensmittel durch den Konsum nicht einfach verloren geht, sondern als Wert der Arbeitskräfte wiedererscheint, und zwar dann und nur dann, wenn dieser Lebensmittelverbrauch zum historisch erungenen Standard bei der Reproduktion der betreffenden Arbeitskräfte gehört. v zeigt also wortwörtlich, was die Arbeitskräfte in den verschiedenen Zweigen Wert sind. Marx bezeichnete die einzelnen Komponenten als *variables Kapital*.

Teilt man übrigens (29) von links durch die nach Zweigen differenzierte Anzahl der Arbeitskräfte $L = \{l\}$, so erhält man einen Vektor für den Wert der Durchschnittsarbeitskräfte in den verschiedenen Zweigen, den wir mit

$$w(\chi) = L^{-1}v = L^{-1}Dw = \chi w \quad (30)$$

bezeichnen.

Bis jetzt ist übrigens die Spezifik der Marxschen Formulierung der Werttheorie lediglich in der Terminologie verankert worden: die Formeln sind ziemlich neutral, darum kann man sie auch auf dem Hintergrund des neoricardianischen Produktionspreismodells interpretieren. Dies trifft aber nicht mehr für den folgenden Zusammenhang zu, der eher den Klassikern der Arbeitswerttheorie nachempfunden ist: Dies betrifft die oben formulierte Proportionalität zwischen Wert und Arbeitszeit. Sie lautet jetzt in vektorieller Schreibweise und exakter Notation:

$$w_{neu} = T u \quad (31)$$

T ist dabei eine Diagonalmatrix, auf deren Hauptdiagonale die in den verschiedenen Industriezweigen insgesamt aufgewendeten Arbeitszeiten auflistet. Diese Größen erfassen die lebendige Arbeit, die sich in dem neu geschaffenen Wert (im Unterschied zum übertragenen Wert) niederschlägt. Der neu geschaffene Wert ist proportional zur verausgabten Arbeit, gemessen anhand der Arbeitszeiten in den verschiedenen Zweigen, und u ist ein vektorieller Proportionalitätsfaktor.

Dieser unscheinbare Proportionalitätsfaktor hat drei wesentliche Funktionen. Qualitativ vermittelt er zwischen ökonomisch klar unterscheidbaren Objekten: der Wert ist vergegenständlichte Arbeit, Arbeit in geronnenem Zustand, nicht die lebendige Arbeit, die verausgabt wird. Um die Differenziertheit der klassischen werttheoretischen Vorstellungen zu erfassen, ist es geradezu zwingend, für den Wert eine andere Größe einzuführen als für die Arbeitszeit. Entgegen einer weitverbreiteten Unsitte ist damit auch gesagt, daß der Wert nicht in Arbeitszeiteinheiten gemessen werden kann. Für ihn müssen wir eine eigene Einheit definieren - die Werteinheit (WE). Der Proportionalitätsfaktor u hat so dann die (zweite) Funktion, Arbeitszeiteinheiten (z.B. Jahre) in Werteinheiten (WE) umzuwandeln. Wieviel Werteinheiten einer Arbeitszeiteinheit entsprechen, wissen wir noch nicht. Der Ansatz (31) bietet Raum, weitere werttheoretische Vorstellungen unterzubringen. Ob wir nun bei Smith oder bei Marx nachschlagen, die Vorstellung, daß sich gleiche Arbeitsquanta unter Umständen, d.h. in verschiedenen Zweigen, in unterschiedlichen Wertgrößen vergegenständlichen, ist ihnen geläufig. Es bietet sich also an, die durch den Vektor u erfaßbaren zweiglichen Differenzen als unterschiedliche *Kompliziertheitsgrade der Arbeit* zu interpretieren.

Entscheidend für die ökonomische Abstützung dieser Interpretation ist, ob und wie sie in die bereits vorhandenen Differenzierungen, Definitionen und Interpretationen eingefügt werden kann. M.E. kann die Vorstellung, daß es für jeden Zweig einen typischen Kompliziertheitsgrad gibt, nur dann aufrechterhalten werden, wenn er sich zwanglos auf den ebenfalls zweigspezifischen Wert der Durchschnittsarbeitskraft zurückführen läßt. Eine lineare Relation zwischen diesen beiden würde ökonomisch bedeuten, daß sich höherwertige Arbeitskraft in einem höheren Wertprodukt vergegenständlicht. Mir scheint, daß dies jedenfalls der Vorstellung all' derjenigen Arbeitswerttheoretiker entspricht, denen es auf Darstellung der ökonomischen Realität - und nicht auf die Propagierung irgendwelcher unrealistischen Gleichheitsvorstellungen - ankam.

Versuchen wir es also mit dem Ansatz

$$u = \gamma w(\chi) \tag{32}$$

der zwischen dem Kompliziertheitsgrad der Arbeit und dem Wert der Arbeitskräfte einen linearen Zusammenhang postuliert! Dabei ist der neue Proportionalitätsfaktor γ jetzt eine skalare Größe, die die Aufgabe hat, die Einheiten der beiden Vektoren u und $w(\chi)$ anzupassen.

Mit (32) und (30) ergibt sich aus (31) für den Neuwert (bei Marx: das Wertprodukt):

$$w_{neu} = \gamma T \chi w \quad (33)$$

Den gesamten Wert des Bruttonprodukts erhält man, wenn der Neuwert und der übertragene Wert addiert werden – allerdings handelt es sich hier um die Addition von Vektoren:

$$Qw = Zw + \gamma T \chi w \quad (34)$$

Einfache Umformungen mit Hilfe von (12) und (14) führen schließlich auf die *werttheoretische Grundgleichung für den allgemeinen Fall zweiglich differenzierter Arbeitszeiten*:

$$w = \zeta w + \gamma Q^{-1}HL\chi w \quad (35)$$

Es handelt sich um eine Bedingungsgleichung, die jeder Vektor, der den Anspruch hat, die Warenwerte darzustellen, erfüllen muß. Es läßt sich zeigen, daß unter der ökonomisch sinnvollen Voraussetzung eines nicht verschwindenden Surplusprodukts und plausibler Annahmen über die Verbrauchsstruktur mathematisch gesehen auch für diese verallgemeinerte Fassung der Grundgleichung (für den Fall zweiglich differenzierter Arbeitszeiten) ein eindeutig bestimmter Vektor aller Werte existiert. An die Stelle der Umformung

$$\left(E - \psi - \frac{m'}{\tau} \Pi^{-1} \chi \right) = m'(E - \psi)(\lambda E - R)$$

des bereits veröffentlichten Beweises tritt die Gleichung

$$(E - \zeta - \gamma \Pi^{-1} \chi) = \gamma(E - \zeta)(\lambda E - K)$$

und die Lösung der verallgemeinerten werttheoretische Grundgleichung ist der Lösung von $(\lambda E - K)w = 0$ äquivalent. Die bereits veröffentlichten Teile dieser Theorie enthalten außerdem die konsistenten Zusammenhänge zur Mehrwerttheorie sowie eine Erklärung dafür, warum Marx stets einheitliche Mehrwertraten in den verschiedenen Zweigen unterstellen konnte.¹⁵

¹⁵ Vgl. Georg Quaa, Wert und Gebrauchswert als Strukturen im ökonomischen Reproduktionsprozeß einer warenproduzierenden Gesellschaft. A.a.O.

Kritik der werttheoretischen Basis des neoricardianischen Modells

Das soeben fragmentarisch entwickelte Modell für die Werttheorie enthält eine Reihe von begrifflichen und symbolischen Differenzierungen, die man schwerlich ignorieren kann, ohne die Ausdrucksfähigkeit und Leistungskraft des mathematischen Apparats erheblich einzuschränken. Vereinfachungen sind allerdings immer möglich und manchmal auch sinnvoll.

Vergleichen wir nun die oben entwickelte werttheoretische Grundgleichung (35) mit der Bedingungsgleichung, auf die sich Schefolds Interpretation der Preise bei $r=0$ als Wertpreise stützt! Am besten wird es sein, sie nebeneinander zu stellen:

$$\hat{p}(0) = \zeta \hat{p}(0) + \bar{l} \quad (25)$$

woraus nach (20) und der Definition für L und des Spaltensummenvektors e

$$\hat{p}(0) = \zeta \hat{p}(0) + Q^{-1} L e^T \quad (36)$$

folgt. Außerdem haben wir

$$w = \zeta w + \gamma H Q^{-1} L \chi w. \quad (35)$$

Gleichung (25) würde nur dann auf Größen führen, die der werttheoretischen Grundgleichung (35) genügen, wenn

$$Q^{-1} L e^T = \gamma H Q^{-1} L \chi w \quad (37)$$

wäre. Aber selbstverständlich ist diese Gleichung im allgemeinen nicht gültig. Es sind zwei rigorose Modellannahmen erforderlich, um die rechte Seite so zu vereinfachen, daß beide Seiten wenigstens zahlenmäßig übereinstimmen - die Verschiedenheit der Dimensionen bleiben bestehen.

(i) Der Vektor χw , der die unterschiedlichen Kompliziertheitsgrade der Arbeit determiniert, geht in den einfachen Zeilensummenvektor e^T über, wenn man homogene Arbeit voraussetzt was Sraffa in § 10 tut.

(ii) Nicht erwähnt wird in *WmW* dagegen, daß eine für alle Arbeiter einheitliche Arbeitszeit τ vorausgesetzt werden muß, um die Matrix H auf einen Skalar zu reduzieren: $H = E \tau$. Aber selbst nach dieser vereinfachenden Operation bleibt

immer noch die einheitliche Arbeitszeit τ übrig, die sich mit L zu der Arbeitszeitmatrix T multipliziert.

Selbst bei bestem Willen und zwei starken Vereinfachungen kommt nun eine Beziehung heraus, die immer noch nicht als gültige Identität passieren kann:

$$Q^{-1}Le^T = \gamma Q^{-1}Te^T \quad (38)$$

Hieran wird klar, woran die Definition der Wertpreise bei Schefold unheilbar krankt: Die für die Arbeitswertlehre wesentliche Determination des Werts durch die Arbeitszeiten T wird im neoricardianischen Modell durch das grobe Raster der Arbeitskräftezahlen L ersetzt. Dabei gehen Differenzierungen verloren, die durch die Vereinfachung „homogene Arbeit“ nicht gedeckt sind. Es ist, als wolle man trotz vorhandener Quarzuhr die Zeit mit Hilfe einer Sonnenuhr bestimmen. Sicher, man kann niemanden daran hindern, dies zu tun. Sehr genau und verlässlich dürften seine Angaben jedoch nicht sein.

Sraffas und das Transformationsproblem

Wenn man zwischen zwei Theorien zu wählen hat, die in unterschiedlichem Maße komplex sind, wird man sicherlich nicht automatisch die komplexere für die bessere halten, obwohl die theoriegeschichtliche Entwicklung in einigen Bereichen genau in diese Richtung weist.¹⁶ Größere Einfachheit, leichtere Anwendbarkeit und Überschaubarkeit sind manchmal gewichtiger als eine übermäßig erscheinende Komplexität. Im vorliegenden Fall ist die Wertgleichung Sraffas sicherlich nicht nur weniger komplex, sondern auch einfacher, leichter anwendbar und überschaubarer. Trotzdem wird man sie wohl aus verschiedenen anderen Gründen als Grundlage werttheoretischer Überlegungen ablehnen müssen. Vor allem ist es der theoriegeschichtliche Hintergrund, dessen Entwicklung bereits zu einer begrifflichen Differenzierung geführt hat, die durch Sraffas Wertpreisgleichung einfach nicht berücksichtigt werden kann: Sie scheitert schon an der Erfassung unterschiedlich großer Arbeitszeiten in den Zweigen, selbst wenn die Arbeitszeiten der Beschäftigten einheitlich sind, erst recht an zweiglich differenzierte Beschäftigungszeiten der Arbeiter und vor allem am Problem der faktisch gegebenen Heterogenität der Arbeit. Darauf beruht die erheblich geringere Genauigkeit, die man von Sraffas Wertpreisen erwarten kann, im Vergleich zu den Werten, die nach der werttheoretischen Grundgleichung berechnet werden. Sollten jemals empirische Vergleiche zwischen Produktions- oder Marktpreisen und Wertpreisen für den Test der hier diskutierten

¹⁶ Vgl. Georg Quaas, Die formale Struktur des „Aufstiegs“ vom Abstrakten zum Konkreten. In: Untersuchungen zur Logik und zur Methodologie. Heft 6. Leipzig 1989. S.27 ff.

Theorien Bedeutung erlangen, dürfte es gerade auf diese höhere Genauigkeit der „echten“ Werte ankommen.

Doch dies stellt sich heute noch nicht als ernsthaftes Problem. Vom rein theoretischem Standpunkt, auf dem die meisten Debatten um die Wert- und Preistheorie geführt werden, dürfte klar sein, daß es dem neoricardianischen Modell an einer adäquaten werttheoretischen Basis mangelt. Und insofern dies der Fall ist, kann von einem Beitrag zur Lösung des Transformationsproblems keine Rede sein: Ein solcher Beitrag liegt nur vor, wenn Werte in Preise (oder umgekehrt) transformiert werden. Dort, wo keine Werte erfaßt worden sind, kann auch keine Transformation vorliegen.

Im Grunde liegt nur eine Struktur vor, gemeint sind die Preise bei $r=0$, die Schefold als Werte bezeichnet. Eine explizite, von der Preistheorie abgehobene Werttheorie fehlt im neoricardianischen Modell ja völlig. Sicher ist es so, daß sowohl Werte als auch Preise gemeinsam auf die physische Produktionsstruktur angewiesen sind. Doch nicht Sraffa ist es, der die Transformation zwischen zwei Größen, die unterschiedliche Strukturen darstellen und von verschiedenen Theorien erfaßt werden, vermittels der physischen Struktur und der Input-Output-Analyse ineinander transformiert, sondern L. v. Bortkiewicz. Man kann streng genommen nicht einmal davon sprechen, daß Sraffa einen Beitrag zur Lösung dieses Problems geleistet hat, da er eine separate Wertstruktur mit der Mehrwertrate als Systemparameter nicht kennt.

Es ist also auch eine Mär, wenn Marx' Theorie als ein Spezialfall des neoricardianischen Modells behauptet wird, die nur in erster Näherung gilt. Vom Standpunkt einer derartig undifferenzierten und ungenauen werttheoretischen Basis sollte man besser keine Aussagen über die Genauigkeit anderer Theorien wagen. Wir stellen unsere Quarzuhren schließlich auch nicht nach einer Sonnenuhr.

Bei der kritischen Richtigstellung des Verhältnisses zwischen dem neoricardianischen Modell und der Werttheorie muß man differenziert argumentieren. Das mathematische Modell der Marxschen Werttheorie geht ja durch Spezifikation irgendwelcher Parameter auch nicht einfach in die Preisgleichungen über. Die Produktionspreise erfordern vielmehr einen echten Neuanfang, und mir scheint, daß hierfür das neoricardianische Modell übernommen werden könnte, wenn man den notwendigen Lebensunterhalt der Arbeiter generell vom Surplus trennt. In der gegenwärtigen Form liefert es jedenfalls auch bei $r=0$ keine wertadäquaten Preise. Die Schefold-Sraffaschen ‚Werte‘ lassen sich vielmehr als allzu vergeblicher Spezialfall der „echten“ Wertgrößen rekonstruieren.